Z. P. Mamuzić

Note sur les espaces de voisinages (V) et les ordres semi-topogènes

In: (ed.): General Topology and its Relations to Modern Analysis and Algebra, Proceedings of the second Prague topological symposium, 1966. Academia Publishing House of the Czechoslovak Academy of Sciences, Praha, 1967. pp. 246--247.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/700834

NOTE SUR LES ESPACES DE VOISINAGES (V) ET LES ORDRES SEMI-TOPOGÈNES

Z. P. MAMUZIĆ

Beograd

1. Par (E, τ) nous désignons un espace de voisinages (V) ($=$ espace (V)) de M. Fréchet, τ étant l'opérateur d'adhérence. C signifiant l'opérateur du complémentaire, celui de l'intérieur est défini par l'application composée $C\tau C = \iota$. On obtient la base de voisinages maximale $\mathscr{V} = \bigcup\{\mathscr{V}_x : x \in E\}$ de (E, τ) en posant un sous-ensemble V de E dans la base locale maximale $\mathscr{V}_x$ du point x, si et seulement si $x \in \iota V$. Un espace (V) ne vérifie nécessairement ni l'axiome de distributivité $(\tau(A \cup B) = \tau A \cup \tau B)$ ni l'axiome de transitivité $(\tau^2 = \tau)$ ($=$ l'axiome F, dans la terminologie de E. Čech). Or, ces derniers temps, les espaces (V) ne vérifiant pas nécessairement au moins l'un de ces deux axiomes, deviennent de plus en plus importants. Ce sont, par exemple, les travaux de A. Appert, E. Čech, K. Koutský et M. Sekanina, G. Kurepa, P. C. Hammer, D. A. Mattson, J. Novák, V. Šedivá-Trnková, D. Thampuran, etc. qui le montrent. Dans la première partie de la communication nous reprenons quelques idées de ces auteurs, en particulier celle de l'itération de τ (ou bien de ι), provenant encore de F. Hausdorff. Un nombre ordinal α étant donné, un espace (V) est de l'ordre α si $\tau^{\alpha+1} = \tau^{\alpha}$ et $\tau^{\beta+1} \neq \tau^{\beta}$ pour tout $\beta < \alpha$. Par exemple, comme l'a bien montré J. Novák, tout L-espace de M. Fréchet est un espace de l'ordre ω_1. On souligne le fait que quelques-unes des notions de la topologie générale, par exemple, celle de la connexion, peuvent être étendues aux espaces (V) de l'ordre α (connexion de l'ordre α, etc.).

2. Dans cette partie nous reprenons quelques-unes des notions et définitions de A. Császár et en déduisons quelques conclusions presque évidentes, se rattachant à la première partie de cette communication. On se borne à la considération des ordres semi-topogènes.

Soit (E, τ) un espace (V), $\mathscr{V}$ étant sa base de voisinages maximale. On dira qu'une famille S des ordres semi-topogènes sur E est compatible avec la base $\mathscr{V}$ si la condition suivante est remplie: un sous-ensemble V de E est dans la base locale maximale $\mathscr{V}_x$ du point x, si et seulement s'il existe un ordre semi-topogène $< \in S$ tel que $x < V$.

Théorème 2.1. *Pour toute famille S des ordres semi-topogènes sur l'ensemble E il existe un et un seul espace (V) sur E tel que S est compatible avec sa base de voisinages maximale.*

Théorème 2.2. *Pour tout espace (V) sur l'ensemble E il existe au moins une famille des ordres semi-topogènes sur E compatible avec sa base de voisinages maximale.*

Ce théorème peut être étendu aux espaces (V) de l'ordre α. On propose une question plus générale sur les relations entre les ordres semi-topogènes (ou bien les structures syntopogènes) et les espaces (V) de l'ordre $\alpha > 1$.

Pour simplifier le language, on peut appeler un ensemble E sur lequel on a défini une famille S des ordres semi-topogènes, espace semi-topogène et le désigner par (E, S).

3. Dans cette partie nous retournons aux espaces semi-topogènes et soulignons tout d'abord le fait que quelques-unes des notions et propriétés de S-connexion, introduites et considérées par J. L. Sieber et W. J. Pervin pour les espaces syntopogènes, sont valables avec quelques petites modifications dans ce cas général. Dans cet ordre d'idées, nous proposons la définition de S-frontière d'un sous-ensemble dans un espace semi-topogène et prouvons un théorème donnant un critère simple de la S-connexion d'un espace semi-topogène portant sur la S-frontière de ses sous-ensembles.

On pose à la fin une question quant aux espaces (V) d'ordre $\alpha > 1$, les ordres semi-topogènes (ou bien les structures syntopogènes) et la notion de S-connexion.

Remarque. Avec plus de détails et références, cette communication sera publiée dans „Matematički Vesnik", 3 (18), No 4, Beograd, 1966, p. 231–237.