Lerch, Matyáš: Scholarly works

Matyáš Lerch

Nova demonstração de uma formula de Kirchhoff

Jornal des sciencias mathematicas e astronomicas, Coimbra, 9 (1889), 111–112

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/501662

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://dml.cz

NOVA DEMONSTRAÇÃO DE UMA FORMULA DE KIRCHKOFF (*)

(Extracto de uma carta dirigida a A. Gutzmer)

POR

M. LERCH

. A formula de Kirchkoff que se refere á serie (**)

$$R(x, y, z) = \sum_{\alpha=0}^{\infty} \frac{y^{\alpha}}{1 - x z^{\alpha}},$$

da qual deu ha pouco uma demonstração, (***) fundada na serie de Heine, pode ser deduzida da maneira seguinte:

Tomando na serie anterior os valores absolutos de x, y e z menores do que a unidade, vem evidentemente

$$R(x, y, z) = \sum x^{\beta} y^{\alpha} z^{\alpha\beta} \qquad (\alpha, \beta = 0, 1, 2, \ldots)$$

Divida-se agora os termos d'esta serie absolutamente convergente em dois grupos, o primeiro comprehendendo aquelles em que $\alpha \geqq \beta$, e o segundo aquelles em que $\alpha < \beta$. No primeiro pode-se portanto pôr $\alpha < \mu + \nu$, $\beta = \mu$, e no segundo $\alpha = \mu$, $\beta = \mu + \nu + 1$, onde μ e ν representam quantidades quaesquer não negativas. Temos

$$R(x, y, z) = \sum x^{\mu} y^{\mu+\nu} z^{(\mu+\nu)\mu}$$
$$+ \sum x^{\mu+\nu+1} y^{\mu} z^{\mu(\mu+\nu+1)}$$

(*) O artigo que segue é traduzido do volume do *Zeitschrift für Mathematik und Physik* (Dresde) correspondente a 1888. (G. T.)

(**) *Sitzungsberichte der Königl. Academie d. Wissenschaften zu Berlin*, 1885, pag. 1007-1013.

(***) *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas* publicado pelo Dr. F. Gomes Teixeira, vol. VIII, pag. 81-88.

ou

$$R(x, y, z) = \sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{x^{\mu} y^{\mu} z^{\mu^2}}{1 - y z^{\mu}} + \sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{x^{\mu+1} y^{\mu} z^{\mu(\mu+1)}}{1 - x z^{\mu}},$$

d'onde se tira finalmente a formula de Kirchkoff:

$$R(x, y, z) = \sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{1 - x y z^{2\mu}}{(1 - x z^{\mu})(1 - y z^{\mu})} x^{\mu} y^{\mu} z^{\mu^2},$$

que queriamos deduzir (*).

Praga, 15 de maio de 1888.

(*) O methodo empregado é tirado de uma carta do sr. Hermite ao sr. Fuchs (*Sur les valeurs asymptotiques de quelques fonctions numériques; Journal für die reine und angewandte Mathematik*, t. 99). (M. L.)