

Čech, Eduard: Textbooks

Eduard Čech; Alfons Fišer; Vítězslav Jozífek; Karel Komínek; Jan Vyšín; Rudolf Zelinka
Geometrie pro první třídu středních škol

Státní nakladatelství učebnic, Praha, 1951, 115 s.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/501366>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

G E O M E T R I E

PRO PRVNÍ TŘÍDU STŘEDNÍCH ŠKOL

STÁTNÍ NAKLADATELSTVÍ UČEBNÍC

GEOMETRIE

PRO PRVNÍ TRÍDU STŘEDNÍCH ŠKOL

Matematický ústav AV ČR
knihovna



3267017650

1951

STÁTNÍ NAKLADATELSTVÍ UČEBNIC
V PRAZE

ÚVODNÍ POZNÁMKY.

Úkolem geometrie v první třídě je:

- a) dobře seznámit žáky se základními geometrickými výrazy,
- b) naučit je sestavovat jednoduché geometrické obrazce podle textu učebnice,
- c) naučit žáky popisovat jednoduchými, ale jednoznačně srozumitelnými slovy konstrukce, které provedli,
- d) naučit žáky pozorovat sestavený geometrický obrazec a vésti je k tomu, aby si všimli (zatím bez odůvodňování) vztahů mezi prvky obrazce.

V I. třídě má být žák teprve uveden do počátků geometrie a na základě názoru a vlastních zkušeností se má seznámit se základními prvky geometrie. Je důležité, aby nabyl pro další práci určité technické zručnosti. Má tedy učivo I. třídy ráz propeutický a je základem pro soustavné budování poznatků v dalších třech třídách.

Prvá část seznamuje žáka s pomůckami pro rýsování, učí ho rýsovat tužkou, zacházet s pravítkem a s kružítkem. Zejména je třeba věnovat náležitou pozornost příkladům na kontrolu přesnosti konstrukce, i když nelze na tomto stupni kontrolu odůvodnit.

V dalších částech se seznamuje žák s některými vlastnostmi obrazců, při čemž se opírá o názor a geometrický pokus.

Ve stereometrii rozvíjíme žakovu prostorovou představivost. Při obsazích klademe první základy funkcionální závislosti mezi veličinami. Budujeme na žakově zájmu, který se mění věkem.

Má-li učebnice splnit své poslání, musí jí žáci skutečně užívat. Výklad v učebnici je poněkud odlišný od výkladu učitelova, jehož slova nemají být pouhou reprodukcí učebnice. Učitel musí naučit žáka v učebnici číst, a proto je třeba občas některou partii učebnice po předběžném výkladu přečíst a učit žáky samostatnému studiu z učebnice. Nácvik studia se nemá omezovat jen na volnou reprodukci přečteného úseku, nýbrž musí obsahovat výklad geometrické symboliky, nácviky k rozboru textů, k jeho zkonkretňování náčrtem a nácvik samostatného řešení jednotlivých úloh a cvičení.

Úlohy v I. třídě se vyskytující nemají bezprostřední význam pro denní praxi. Jsou však článkem, který převádí žáka k dalším poznatkům, z nichž bude moci později přímo těžit, ať již v dalším studiu, nebo v zaměstnání jako spolubudovatel socialismu v naší vlasti.

Rozvrh učiva.

Září	Přímky, úsečky, kružnice (úvod). Rýsování přímých čar. Velikost úseček.
Říjen	Rýsování kružnic. Přenášení obrazců kružítkem.
Listopad	Rýsování kolmic a rovnoběžek.
Prosinec	Vlastnosti čtverce a obdélníka.
Leden	Obsah čtverce a obdélníka.
Únor	Vlastnosti kvádrů a krychle.
Březen	Sítě a obrazy kvádrů a krychle. Povrch a objem kvádrů a krychle.
Duben Květen	Pojem úhlu. Přenášení a měření úhlů. Úhly v trojúhelníku. Pravidelný šestiúhelník.
Červen	Opakování.

Upozornění !

V tomto vydání byly provedeny změny a úprava textu na straně 11;
15; 19; 22; 26; 79 a 94.

Opraveny byly výsledky příkladů 7; 10; 16; 48; 64; 70; 72; 77; 80; 90;
140b; 143b; 151b; 152; 155; 158; 170; 203; 213; 225; 242; 253; 277.

Při práci podle učebnice je třeba sestavovat slovní úlohy, ukazující úspěchy budování socialismu, především úspěšný rozvoj našich JZD.

Čemu se budete učit.

Geometrie je pro vás vlastně novým předmětem, i když jste již na národní škole mluvili o přímkách a úsečkách, obdélníku nebo čtverci, krychli, kvádru a kouli. Letos se budete těmito útvary zabývat podrobněji.

Již od nejstarších dob věnovali národové velkou pozornost geometrii. Dosud se obdivujeme jejich stavbám (pyramidy, zavodňovací stavby, ústřední topení). Ani tyto stavby, ani naše mosty, tunely a stroje našich továren nemohly by vzniknout, kdyby jejich tvůrci neovládali nauku o vztazích útvarů v rovině a v prostoru, zvanou geometrii.

Abyste porozuměli sestrojování nákresů staveb, jejich propočítání, musíte začít poznáváním nejjednodušších útvarů, obrazců. I když se hned nebudete zabývat tělesy užívanými v praxi, nesmíte se domnívat, že toho, čemu se budete učit, neužijete v praxi a ve svém zaměstnání.

Nejdříve se budete učit rýsovat dané obrazce. Snažte se, aby narýsované obrazce byly pokud možno úhledné a co nej přesněji narýsované. Tak jako v aritmetice řešíte úlohy z daných číselných údajů, budete i v geometrii z daných údajů (délek nebo úhlů) sestrojovat žádané útvary. K tomu, abyste mohli řešit geometrickou úlohu, musíte se seznámit s body, přímkami, úsečkami, úhly a pozorovat obrazce z nich sestrojené. Tak poznáte nové, zajímavé vlastnosti a vztahy mezi nimi. Budete nuceni nejen přesně rýsovat, ale také slovně vyjádřit, co a jak rýsujete. Poznáte, jak záleží na každém slově, které vyslovíte. V geometrii je oboje, sestrojování i slovní vyjadřování, stejně důležité.

Kromě obrazců jste poznali i mnohá tělesa. Letos si všimnete jejich vlastností a budete se učit zobrazovat tělesa v sešitě, abyste z obrázku poznali, které těleso jste zobrazili a v jaké je poloze. Budete také počítat, jak velký je váš sešit, kolik vody se vejde do nádoby daného tvaru a daných rozměrů, kolik papíru byste spotře-

bovali, kdybyste si chtěli z něho udělat krabičku ve tvaru kvádra, a pod.

Poznáte, kolikrát se zvětší plocha obrazce, zvětšíte-li několikrát jeden jeho rozměr.

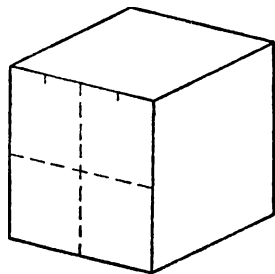
Snažte se poctivě, abyste dobře ovládali tyto základní poznatky. Až budete zaměstnání, ať v továrně, v dílně, v zemědělství, v kanceláři, užijete svých poznatků a svou prací přispějete k budování našeho lidově demokratického státu, k budování lepšího života v nové společnosti.

I. PŘÍMKY, ÚSEČKY, KRUŽNICE.

I. Úvod.

Ve svém okolí vidíme mnoho různých předmětů. Na příklad v učebně jsou okna, dveře, tabule, věšáky, křída a pod. Některé předměty jsou ze skla, jiné ze dřeva, jiné zase ze železa nebo z jiné hmoty. Některé jsou černé, některé hnědé, jiné mají jinou barvu. Některé předměty jsou těžké, jiné lehké; některé předměty jsou tvrdé, jiné měkké. Ale hmotu, barvu, váhu, tvrdost a jiné vlastnosti předmětů v geometrii neprobíráme. V geometrii se zajímáme pouze o **velikost** a **tvár** jednotlivých předmětů a o vzájemnou **polohu** různých předmětů a jejich částí.

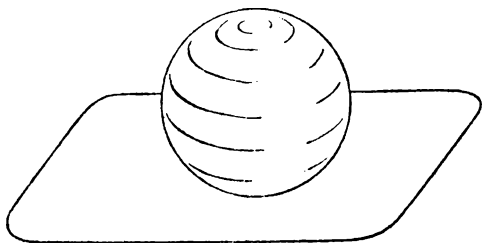
Většina předmětů má složitý a nepravidelný tvar. Ale často se vyskytují předměty velmi jednoduchého tvaru, a tyto jednoduché tvary jsou důležité také proto, že i u předmětů složitějšího tvaru se vyskytují části, které mají tvar velmi jednoduchý. Takové předměty se v geometrii nazývají **tělesa**. Jedním z nejjednodušších těles je na příklad krychle (obr. 1). Krychle má jako každý předmět **vnitřek** a **povrch**. Povrch krychle se skládá ze šesti částí, kterým říkáme **stěny**. Všecky stěny krychle mají stejnou velikost a stejný tvar; nazývají se **čtverce**. Na povrchu krychle pozorujeme dále ostré **hrany**, kterých je celkem dvanáct (čtyři vodorovné hrany nahoře, čtyři vodorovné hrany dole a čtyři hrany svislé). Dále pozorujeme na povrchu krychle určitá místa, zvaná **vrcholy**, kterých je celkem osm (čtyři nahoře a čtyři dole). Z každého vrcholu vycházejí tři hrany (dvě vodorovné a jedna svislá) a tři stěny (jedna vodorovná a dvě svislé).



Obr. 1.

Každou stěnu krychle si můžeme rozdělit na menší části; na př. v obr. 1 je přední stěna krychle rozdělena na čtyři čtverce. Rovněž

každou hranu krychle si můžeme rozdělit na menší části; na př. v obr. 1 je naznačeno rozdělení horní přední hrany krychle na čtyři části. Naproti tomu vrchol krychle se už nedá rozdělit na části. Takové zcela určité místo v prostoru, které se už nedá dále rozdělit, jako je třeba vrchol krychle, nazývá se v geometrii **bod**.



Obr. 2.

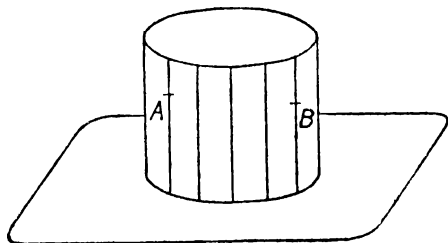
Bod nemá žádnou velikost; v praxi ovšem často považujeme za jediný bod předměty nepatrných rozměrů, při čemž slovo nepatrný má v různých případech různé významy. Na př. při určování vzdálenosti mezi Prahou a Moskvou (asi 1500 km vzdušnou čarou) můžeme považovat Prahu i Moskvu za

jediný bod, protože v poměru ke vzdálenosti mezi oběma městy je jejich rozloha zcela nepatrná. Mluvíme-li o vzdálenosti Země od Slunce, považujeme dokonce Slunce (i Zemi) za jediný bod, protože největší vzájemná vzdálenost dvou bodů na povrchu Slunce (asi 1 400 000 km), ač je proti vzdálenostem nám běžným obrovská, je proti vzdálenosti Země od Slunce (asi 150 000 000 km) nepatrná. Často se také stává, že i když je poloha bodu zcela jednoznačně popsána, že je prakticky obtížné tu polohu přesně stanovit. Na př. v obr. 2 je znázorněna **koule**, spočívající na vodorovné podložce. Koule se opírá o podložku v jediném bodě, ale stanovit přesně tento bod není tak jednoduché a prakticky je to vlastně nemožné, protože neumíme sestrojít dokonalou kouli ani dokonale hladkou rovnou podložku.

Body jsou základní geometrické prvky, z kterých jsou složeny všechny ostatní geometrické útvary. Pohybem bodu vzniká **čára**. Jako praktický příklad vezměme třeba pražskou tramvaj číslo 1. V poměru k délce trati jsou rozměry tramvaje nepatrné a můžeme tramvaj považovat za bod a trať mezi oběma konečnými stanicemi (dlouhou asi 12 500 m) za čáru, spojující tyto konečné stanice.

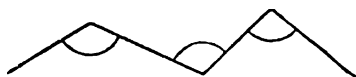
Rozeznáváme **čáry přímé a křivé**. Přímostou čarou je na př. každá hrana krychle. Naproti tomu na povrchu koule nelze vést vůbec

žádnou přímou čarou. Všimněme si ještě třeba válce (obr. 3). Povrch válce se skládá ze tří částí: z vodorovné **dolní podstavy**, kterou toto těleso spočívá na vodorovné podložce, z vodorovné **horní podstavy** a z **pláště**. Každé dva body na horní podstavě dají se spojit přímou čarou, která probíhá celá v horní podstavě; totéž platí také



Obr. 3.

o dolní podstavě. Mimo to lze také na plášti válce vésti svislé **přímé čáry**, z nichž několik je vyznačeno v obr. 3. Ale body na plášti, které jsou v obr. 3



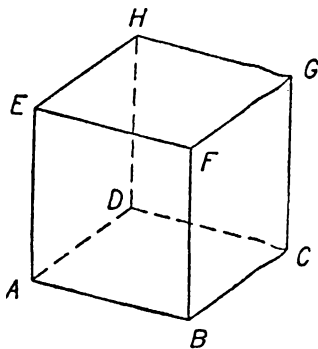
Obr. 4.

označeny písmeny *A* a *B*, nelze spojit přímou čarou, která by probíhala celá na plášti; každá taková čára je křivá. Rozhraní mezi pláštěm a horní podstavou je křivá čára jednoduchého a důležitého tvaru; je to **kružnice**. Rovněž rozhraní mezi pláštěm a dolní podstavou je kružnice.

Řekli jsme si již, že každá čára vznikne pohybem bodu. Děje-li se pohyb stále ve stejném směru, máme čáru přímou, kdežto na křivé čáře se směr pohybu stále mění. Prakticky důležité jsou **lomené čáry**, složené z několika přímých čar. Na př. v obr. 4 vidíme lomenou čáru složenou ze čtyř přímých čar. V těch místech, v kterých se směr pohybu mění, vznikají tak zvané **úhly**; na obr. 4 jsou vyznačeny obloučky.

V obr. 5 máme znovu naznačenu krychli, jejíž vrcholy jsou označeny písmeny *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H*. Označíme krátce *AB* hranu, která spojuje vrchol *A* s vrcholem *B*; podobně máme hrany *BC*, *CD*, *DA*, *EF*, *FG*, *GH*, *HE*, *AE*, *BF*, *CG*, *DH*.

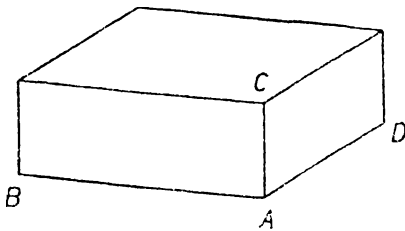
Hrany *AD*, *CD*, *DH* jsou při naznačené poloze neviditelné (není-li krychle z průhled-



Obr. 5.

ného materiálu) a jsou v obrazci **vyčárkovány**. Každá hrana krychle je **přímá čára**. Vrcholy krychle spojené hranou se jmenují **sousední**; ke každému vrcholu krychle máme tři sousední vrcholy, na př. k vrcholu A máme sousední vrcholy B, D, E . Vrcholy, které nejsou sousední, dají se na povrchu krychle spojit lomenou čarou složenou z několika hran. Na př. vrcholy A, F můžeme spojit lomenou čarou složenou ze dvou hran AB, BF nebo ze dvou hran AE, EF nebo také na př. ze čtyř hran AD, DH, HG, GF .

Vedle čar jsou v geometrii důležité také **plochy**. Plochou je na příklad každá stěna krychle (již jsme si řekli, že taková plocha se jmenuje čtverec), dále každá podstava válce (taková plocha se jmenuje **kruh**, a řekli jsme si již, že čára, která omezuje kruh, se jmenuje kružnice); plochou je také plášť válce, a konečně jsme už poznali **kulovou plochu**, t. j. povrch koule. Čtverec a kruh jsou důležité příklady tak zvaných **rovných ploch**, kdežto plášť válce a kulová plocha jsou důležité příklady tak zvaných **zakřivených ploch**. Na rovné ploše lze vésti každým bodem ve všech směrech **přímé čáry**, což nelze říci o zakřivených plochách. Na kulové ploše nelze vésti vůbec žádné **přímé čáry**, jak jsme se již zmínili. Na plášti válce sice lze vésti **svislé přímé čáry**, ale přesto je plocha zakřivená, protože **přímé čáry na plášti válce se nedají vésti v libovolném směru**.



Obr. 6.

Slovo geometrie je řeckého původu (gé = země, metrein = měřiti), je to tedy podle názvu nauka o měření země; odtud pochází český název měřictví, kterého se však již málo užívá. Měření je důležitá část geometrie. Základní měření záleží v tom, že si všimneme na předmětu **důležitých bodů** a změříme, jak jsou tyto body od sebe vzdá-

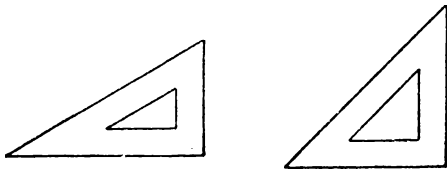
leny. Na př. velikost bedny (obr. 6) je úplně určena, jestliže změříme tři vzdálenosti bodu v obrazci označeného písmenem A od bodů v obrazci vyznačených písmeny B, C, D . Tato tři čísla jsou t. zv. **rozměry bedny**.

Avšak měření není jediný úkol geometrie, ba není to ani nej-

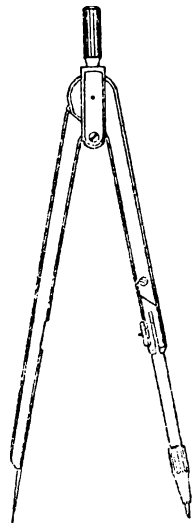
důležitější část geometrie. Velmi důležité je v geometrii **rýsování**. Při rýsování máme určitou rovnou plochu (na př. list papíru, stranu sešitu nebo tabuli), zvanou **nákresna**, na které rýsovacími nástroji vyznačujeme (rýsujeme) určité čáry přímé i křivé. Rýsovatí budeme t u ž k o u; ve čtvrté třídě budeme užívatí také r ý s o v a c í h o p e r a. Přímé čáry rýsujeme podle t r o j ú h e l n í k o v é h o p r a v í t k a. Každý žák má mítí dvě trojúhelníková pravítka (obr. 7). Z křivých čar budeme prozatím rýsovatí pouze kružnice, a to kružítkem (obr. 8). Každý žák má mítí svoje kružítko.

Měření a rýsování není jediným úkolem geometrie v I. třídě. Každý se také máte důkladně seznámit s geometrickým názvoslovím. Věnujete-li v této třídě důkladnou pozornost tomu, abyste si náležitě osvojili základní geometrické názvosloví, ulehčíte si tím práci ve vyšších třídách.

V tomto úvodním článku jste poznali tyto nové geometrické názvy:



Obr. 7.



Obr. 8.

těleso — krychle — čtverec — hrana krychle — vnitřek, povrch a stěny krychle — vrcholy krychle — bod — čára (přímá, křivá, lomená) — válec — horní a dolní podstava válce — plášť válce — koule — kružnice — úhel — plocha rovná a zakřivená — kruh — kulová plocha — nákresna.

Dovedete si pod těmito názvy představit příslušné předměty a obrazce? Budete se ještě o nich podrobněji učit.

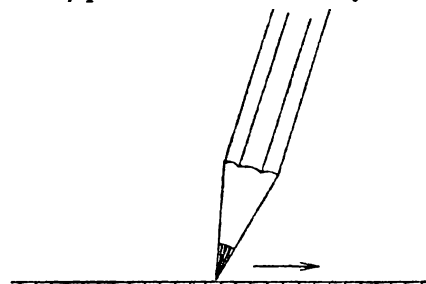
Výčet nových geometrických názvů bude uveden vždy na konci každého článku. Věnujte těmto názvům a rčením co největší pozornost, abyste si ulehčili další práci.

Cvičení.

1. Které vám známé předměty mají tvar koule? Liší se ty předměty jeden od druhého velikostí nebo tvarem? Jmenujte některé vlastnosti předmětů, které v geometrii nezkoumáme!
2. Které vám známé předměty mají tvar válce? Jmenujte také některé předměty složitějšího tvaru, jejichž některá část má tvar válce nebo jejichž několik částí má tvar válce.
3. Porovnejte krabičku zápalek s krychlí. Je rozdíl v počtu vrcholů, v počtu hran, v počtu stěn? Jsou všechny hrany krabičky stejně dlouhé? Můžete ke zvolené hraně ukázat jiné hrany s ní stejně dlouhé? Kolik? Mají všechny stěny krabičky stejnou velikost? Mají dvě stejně veliké stěny také stejný tvar?
Cvičení 4 až 7 se týkají krychle znázorněné v obr. 5.
4. Vrcholy A , G se dají šesti způsobem spojit lomenou čarou, složenou ze tří hran krychle. Je to na př. lomená čára, složená ze tří hran AB , BC , CG . Jmenujte ostatních pět takových trojic hran, které tvoří dohromady lomenou čáru, spojující vrchol A s vrcholem G .
5. Dá se vrchol A spojit s některým jiným vrcholem než G lomenou čarou složenou ze tří hran krychle? (Jsou tři takové vrcholy.)
6. Jmenujte všechny lomené čáry složené ze čtyř hran krychle, které vedou od vrcholu A k vrcholu F . (Je celkem šest takových čar; tři z nich vedou přes vrchol C a ostatní tři přes vrchol H .)
7. Jmenujte několik lomených čar složených z pěti hran krychle, které vedou od vrcholu A k vrcholu B . (Je celkem osm takových čar; čtyři z nich začínají hranou AD a ostatní čtyři hranou AE .)

2. Rýsování přímých čar.

Přímé čáry rýsujeme na papír ostrou tvrdou tužkou č. 3 nebo č. 4 podle dolní hrany dobrého trojúhelníkového pravítka. Tužka



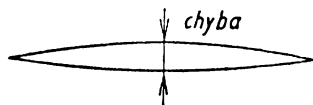
Obr. 9.

musí být dobře ořezána do dlouhého kuželovitého hrotu (obr. 9); ořezaná část dřeva má délku asi 15 mm, tuhový hrot asi 4 až 6 mm. Tužka je při rýsování mírně vychýlena ze svislé polohy, jak je naznačeno na obrázku. Veškeré čáry rýsujeme zprvu co možná slabě; neryjeme do papíru! Pravítko nastavujeme při rýsování vždycky

tak, abychom jím neclonili světlo, abychom dobře na rýsování viděli a nekazili si zrak.

Nesprávné nebo zbytečné čáry odstraníme gumou; guma musí být měkká, aby nedřela papír. Rýsujeme pečlivě a pozorně, abychom gumu potřebovali co nejméně. Máme ovšem čisté ruce a také pravítka udržujeme v čistotě, abychom nešpinili papír.

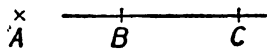
Nejprve se přesvědčte, zdali vaše pravítko má přímé hrany. Narýsujte čáru podle jedné hrany, potom pravítko obraťte a rýsujte znovu podle téže hrany čáru tak, aby spojovala krajní body čáry už narýsované. Budou-li se obě čáry krýt, je hrana přímá. Objeví-li se malá mezera (obr. 10), je hrana křivá a pravítko není dobré. Přezkoušejte všechny hrany obou pravítek, celkem šest hran.



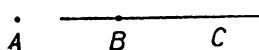
Obr. 10.

Na tabuli rýsujeme křídou. Jak se křída správně ořezává, vysvětlí vám pan učitel. Musíte sami dbáti o to, aby křída byla před hodinou geometrie správně ořezána.

Pro označování bodů a čar užíváme ležatého tiskacího typu, tak zvané *kursivy*. Body označujeme písmeny velké abecedy, čáry a jejich délky písmeny malé abecedy. Navykněte si psát v geometrických obrazcích písmena určité velikosti, určitého tvaru, určitého směru. Vzorem vám mají být obrazce v učebnici. Na konci učebnice na str. 108 máte vzor t. zv. **normalisovaného písma**.



Obr. 11a.



Obr. 11b.

Abychom si znázornili bod na narýsované čáře, přetneme ji od ruky (t. j. bez pravítka) kratičkou přímkou čarou. Bod, který neleží na narýsované čáře, znázorníme křížkem; viz bod v obr. 11a. Proč to děláme jako v obr. 11a, a ne jako v obr. 11b?

Přímá čára narýsovaná podle pravítka je vždy omezená. Můžeme narýsovanou čáru **prodloužit**. Při prodlužování přiložíme pravítko tak, aby se dotýkalo pokud možno dlouhé části již narýsované čáry, jinak by bylo těžké dosáhnouti toho, aby obě narýsované čáry

tvořily dohromady jednu přímou čáru. Ačkoli rýsované přímé čáry jsou vždy omezené, můžeme si je myslet v obou směrech prodlouženy bez omezení. Taková v obou směrech neomezená přímá čára se jmenuje **přímka**. Pojem přímky je vedle pojmu bodu nejzákladnější pojem v geometrii vůbec. V obr. 12 je naznačena přímka; narýsovanou část si myslíme v obou směrech neomezeně prodlouženu, jak je v obrazci naznačeno šipkami. Dále jsou v obrazci vyznačeny dva body A , B a tučně je vyznačena ta část přímky, která jde od

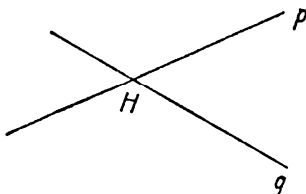


Obr. 12.

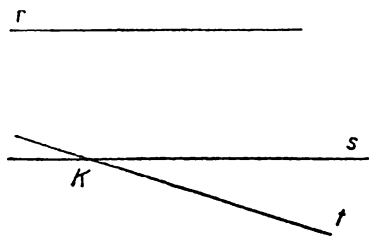
bodů A , B (nebo od bodu B do bodu A) a která je omezena těmito dvěma body A , B . Taková dvěma body omezená část přímky se v geometrii nazývá **úsečka**; body A , B se jmenují **krajní body** té úsečky. Můžete se naučit

dobře rozlišovat oba tyto důležité názvy: přímka a úsečka. Úsečka je v obou směrech omezena svými krajními body, kdežto přímka je v obou směrech neomezená.

V obr. 13 jsou narýsovány dvě přímky, z nichž každá je označena jedním malým písmenem. Všimněte si, že písmena p , q jsou na okraji narýsovaných částí přímek. Navykněte si už nyní písmena, která jsou názvy rýsovaných přímek, psát vždy na okraj narýsovaných částí, protože při složitějších obrazcích bude třeba později vpisovati pojmenování některých bodů na narýsovaných přímkách a je důležité, aby zbylo místo na takový popis. Přímky p a q narýsované v obr. 13 mají jeden společný bod, který je označen písmenem H . Říkáme, že bod H leží na přímce p ; říkáme také, že přímka p prochází bodem H ; stejně ovšem také leží bod H na přímce q a přímka q prochází bodem H . Abychom vyjádřili, že bod H



Obr. 13.

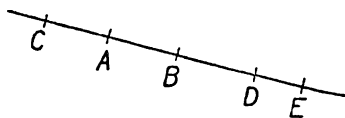


Obr. 14.

leží zároveň na obou přímkách p a q , pravíme, že bod H je **průsečík** přímek p a q . Místo toho také říkáme, že přímky p a q se **protínají** v bodě H . Přímky s a t v obr. 14 mají průsečík K neboli protínají se v bodě K . Také přímky r a s v obr. 14 se protínají, ačkoli ty omezené části přímek r a s , které jsou v obr. 14 skutečně naryšované, nemají žádný společný bod. Nesmíme však zapomenout na to, že slovem **přímka** označujeme vždy **n e o m e z e n o u** přímou čáru, takže přímky r a t se protínají, ovšem v **nepřístupném bodě**, t. j. v bodě, který je mimo nákresnu (v našem případě mimo list učebnice). Naproti tomu přímky r a s v obr. 14 nemají žádný společný bod, i když si naryšované části myslíme jakkoli prodlouženy. Jsou to t. zv. rovnoběžné přímky, o kterých budeme mluvití později (v. článek 6 na str. 44).

Zvolte si nyní v sešitě bod A ; vyznačíte si jej křížkem. Je patrné, že je možno naryšovat libovolné množství přímek, které procházejí bodem A . Toto pozorování vyjádříme slovy: **j e d n í m b o d e m n e n í p ř í m k a u r č e n a**. Jestliže si však vedle bodu A zvolíme v sešitě ještě bod B (vyznačíme si jej také křížkem), je patrné, že je možno naryšovat přímku, která prochází oběma body, bodem A i B , že však taková přímka je už jenom jediná. Tento velmi důležitý poznatek vyjádříme slovy: **Přímka je určena dvěma body**. Přímku procházející body A , B nazýváme stručně přímka AB nebo také přímka BA . (Obě písmena A , B píšeme těsně vedle sebe.) Abychom naryšovali přímku AB , vezmeme do pravé ruky tužku, do levé ruky pravítko. Pravítkem pohybuje se **l e h k a**, až je umístíme do správné polohy. V této poloze potom pevně přitiskneme levou rukou pravítko a tím také sešít. Poté rýsuje přímku pečlivě, zvolna a jedním tahem; obvyčejně rýsuje od levé strany k pravé.

Na naryšované přímce AB o m e z u j í oba body, A i B , úsečku, jejímiž krajními body jsou právě body A , B . Tuto úsečku nazýváme stručně úsečka AB nebo také úsečka BA . Musíme tedy dobře rozlišovat mezi přímkou AB a



Obr. 15.

úsečkou AB . Přímka AB se skládá ze tří částí: předně z úsečky AB , za druhé z **prodloužení úsečky AB za bod A** , za třetí z **prodloužení**

úsečky AB za bod B . V obr. 15 je bod C na prodloužení úsečky AB za bod A , body D a E jsou na prodloužení úsečky AB za bod B .

Rýsujeme-li přímku AB , říkáme často, že s p o j u j e m e bod A s bodem B nebo že v e d e m e p ř í m k u body A a B . Přímce AB říkáme často také **spojnice** bodu A s bodem B . Máte-li spojit bod A s bodem B , nerýsujte nikdy pouze úsečku AB , nýbrž přímou čáru, která v obou směrech přesahuje úsečku AB . Je důležité, abyste si již nyní osvojovali tento návyk; budete se jím řídit, budete později musit při složitějších úlohách jen zřídka prodlužovat již narýsované čáry a tím zvýšíte přesnost rýsování.

Při rýsování přímky se objevují jednotlivé body přímky v určitém p o ř á d k u za sebou. Je-li přímka narýsována, je na ní možný dvojí pořádek. Na př. v obr. 15 jde za sebou pět bodů na narýsované přímce označených písmeny, v pořádku $CABDE$ nebo v pořádku $EDBAC$, ale nejdou na ní za sebou na př. v pořádku $ABCDE$. Mnohdy je účelné pojmenovat přímku ne dvěma na ní ležícími body, nýbrž více než dvěma body, při čemž vždy přihlížíme k pořádku bodů. Na př. přímku z obr. 15 můžeme pojmenovat přímka BAC nebo přímka CAB (ne však na př. přímka ABC). Řekneme-li, že máme danu přímku BAC , není tím vyjádřeno pouze to, že body A , B , C leží na té přímce, nýbrž je v tom obsaženo také to, že bod A leží na úsečce BC .

Narýsovat přímku, která spojuje dva dané body, je úloha, kterou se musíte naučit provádět zručně a přesně; k tomu je třeba pečlivého a pozorného výcviku. Mezi následujícími cvičeními je několik takových, která vám pomohou, abyste nabyli náležitě zručnosti. Provádějte tato cvičení pečlivě několikrát za sebou, až vám vyjde přesně výsledek ve cvičení naznačený.

Vaše obrazce v sešitě musí být čisté, úhledné a přesné; je to velmi důležité pro váš další pokrok v geometrii. Rýsujte obrazce veliké, mnohem větší, nežli jsou obrazce v této učebnici. Mimo sešit noste na geometrii po každé také několik listů čistého papíru. Linkovaný sešit se na geometrii nehodí.

Vedle rýsování pravítkem (a později také kružítkem) je v geometrii stejně důležité také rýsování od ruky. Obrazce rýsované od

ruky nejsou ovšem přesné, ale musí být úpravné a přehledné. Přímé čáry nechť jsou rovné!

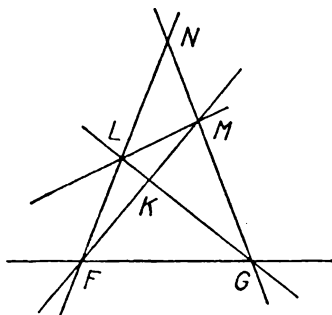
V tomto článku jste se seznámili s těmito geometrickými názvy: přímka AB neboli úsečka BA — úsečka AB neboli úsečka BA — krajní body úsečky — bod leží na přímce (nebo na úsečce) — přímka (nebo úsečka) prochází bodem — průsečík dvou přímek — protínání přímek — nepřístupný bod — prodloužení úsečky za jeden její krajní bod — pořádek bodů na přímce — přímka ABC — věsti přímku dvěma body — spojení dva body přímkou — spojnice dvou bodů.

Cvičení.

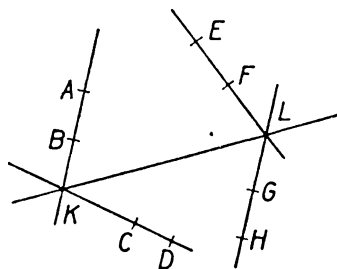
8. Na přímce ST byl vyznačen bod U tak, že lze mluvit: 1. o přímce UST ; 2. o přímce SUT , 3. o přímce STU . V které části přímky ST leží bod U ?
9. (Obr. 15.) V které části přímky leží: 1. body B, C, E vzhledem k úsečce AD ; 2. body A, D, E vzhledem k úsečce BC ; 3. body B, C, D vzhledem k úsečce AE ?
10. Narýsujte od ruky obrazec složený: 1. z přímky HKL a z přímky HMN ; 2. z přímky KHL a z přímky HMN ; 3. z přímky KHL a z přímky MNH . V kterém z těchto tří případů se musí protnout přímka KM s přímkou LN ? V kterém případě se musí protnout přímka KN s přímkou LM ?
11. Z kolika úseček se skládají písmena A, E, N ? Která jiná písmena se skládají jen z úseček? Napište nejdříve písmena složená jen ze dvou úseček, potom ze tří, potom ze čtyř.
12. Rozhodněte s použitím malého obrazce od ruky, kolik spojnic můžete rýsovat, zvolíte-li si pět různých bodů. Nevolte je tak, aby tři z nich byly v jedné přímce; říkáme, že tři ze zvolených bodů nemají být nikdy v jedné přímce.
13. Zvolte si pět bodů, A, B, C, D, E , a to tak, aby tři z nich nebyly nikdy v jedné přímce. Narýsujte pravítkem všechny jejich spojnice a označte každou narýsovanou přímku malým písmenem. Označte si písmeny všechny další průsečíky dvou narýsovaných přímek, pokud jsou ty průsečíky přístupné. (Z vašeho obrazce musí být naprosto zřetelně patrné, ke které přímce a ke kterému bodu které písmeno patří.)
14. Narýsujte na volném listu papíru obrazec podobný obr. 16, ale mnohem větší. Zvolte si napřed body F, G, L, M , ovšem v takové poloze, aby se celý obrazec vešel na list. Po narýsování obrazce propíchněte papír přesně v bodech F, G ,

L, M , obraťte papír a narýsujte stejný obrazec na rubu. Jestliže jste rýsovali přesně, musí body K, N na líci přesně splýnout s body K, N na rubu. Přesvědčte se o tom propíchnutím papíru v bodech K, N . Nevyšlo-li vám to, opakujte na novém listu papíru a rýsujte pozorněji.

Text cvičení 15. a 16. čtete pomalu a pozorně. Při čtení si dělejte zároveň na volném listu papíru předběžný obrazec od ruky, dosti veliký. Nesmíte čísti celou úlohu najednou, nýbrž čtete po malých částech a postupně si obrazec doplňujete. Když se takto dobře seznámíte se smyslem celé úlohy, rýsujte znovu přesně pravítkem do sešitu. Velký obrazec!



Obr. 16.



Obr. 17.

15. Zvolte si přímku ABC a přímku DEF ; volte je tak, aby měly nepřístupný průsečík na prodloužení úsečky AB za bod A a na prodloužení úsečky DE za bod D . Označte průsečík přímek AE a BD písmenem X . Označte písmenem Y průsečík přímek BF a CE . Označte písmenem Z průsečík přímek AF a CD . Spojte bod X s bodem Y . Zapište, co pozorujete.
16. Zvolte přímky PTQ a RTS . (Pozor na pořádek bodů.) Zvolte bod U na úsečce PR . Zvolte bod V na úsečce QR . Označte průsečík přímek PT a SU písmenem H . Označte průsečík přímek QT a SV písmenem K . Označte průsečík přímek HR a TU písmenem L . Označte průsečík přímek KR a TV písmenem M . Označte průsečík přímek LP a MQ písmenem N . Zapište, co pozorujete.
17. Narýsujte si obrazec podobný obr. 17, ale větší. Dovedli byste popsat jedinou větou všechno, co jste narýsovali?

Průsečík K přímek AB a CD jsme spojili s průsečíkem L přímek EF a GH .

3. Velikost úseček.

V praxi se často vyskytuje úloha porovnat dvě dané úsečky AB a CD co do jejich **velikosti**. Výsledek takového porovnání může býtí trojí. Buďto jsou obě úsečky sobě **rovny**, což píšeme

$$\overline{AB} = \overline{CD} \text{ nebo } \overline{CD} = \overline{AB},$$

nebo je úsečka AB **menší** než úsečka CD a zároveň úsečka CD **větší** než úsečka AB ; to píšeme

$$\overline{AB} < \overline{CD} \text{ nebo } \overline{CD} > \overline{AB},$$

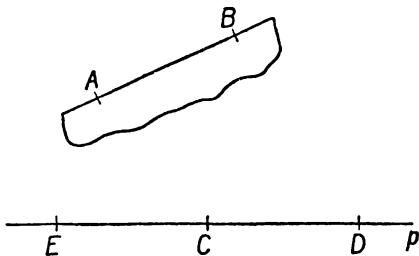
nebo posléze je úsečka AB **větší** než úsečka CD a zároveň úsečka CD **menší** než úsečka AB , což píšeme

$$\overline{AB} > \overline{CD} \text{ nebo } \overline{CD} < \overline{AB}.$$

Porovnávat rozměry dvou předmětů je snadné, jsou-li oba předměty lehce přenosné. Máme na př. dvě tužky; jejich tloušťka je proti délce tak malá, že k ní nemáme přihlížet, a obě můžeme považovat za úsečky. Jejich velikost porovnáme snadno, jestliže je přiložíme těsně k sobě. Podobně možno na př. porovnávat délky, šířky a výšky dvou krabic a j.

Mnohdy je výhodnější porovnávat rozměry dvou předmětů nepřímou tak, že je porovnááme s pomocnou úsečkou. Tak můžeme na př. porovnat výšku dvou žáků: jednoho postavíme ke dveřím a vyznačíme křídou jeho výšku, t. j. na dveřích máme úsečku (od podlahy k bodu vyznačenému křídou) rovnající se výšce prvního žáka; s touto úsečkou porovnáme potom výšku druhého žáka.

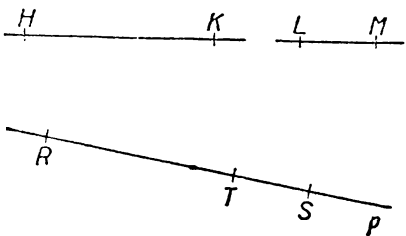
Pomocnou úsečkou můžeme porovnávat velikost dvou úseček narysovaných v sešitě. K tomu účelu můžeme užít proužku papíru, jak je naznačeno v obr. 18. Proužek přiložíme nejprve k úsečce AB a vyznačíme si na něm krátkými čárčkami polohu bodů A a B . Na proužku papíru máme potom pomocnou úsečku rovnající se úsečce AB a změnou polohy proužku



Obr. 18.

porovnáme tuto pomocnou úsečku s druhou danou úsečkou CD . Místo proužku papíru můžeme k pozorování velikosti dvou narysovaných úseček užití také k r u ž í t k a; o tom se zmíníme v článku 4 na str. 30.

V obr. 18 je také naznačeno, jak můžeme za pomoci proužku papíru **přenéstí úsečku AB** na danou přímku p od daného bodu C této přímky, t. j. jak můžeme určit proužkem papíru na přímce p bod D tak, aby bylo $\overline{CD} = \overline{AB}$. Z obrazce je patrné, že tato úloha má d v o j í ř e š e n í, neboť vedle bodu D je na přímce p ještě jeden bod E tak, že též $\overline{CE} = \overline{AB}$. Přenášení úsečky dá se také prováděti kružítkem.



Obr. 19.

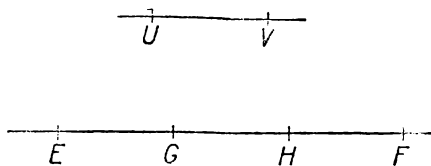
V obr. 19 je znázorněno **sčítání úseček**. Úsečka RS je součet

úseček HK a LM , což píšeme $\overline{HK} + \overline{LM} = \overline{RS}$.

To znamená, že na úsečce RS je určitý bod T , který rozdělí úsečku RS na dvě úsečky RT a ST , takže jest

$$\overline{RT} = \overline{HK}, \quad \overline{ST} = \overline{LM}.$$

Máme-li určití součet dvou daných úseček HK a LM , zvolíme si libovolně přímku p a na ní bod T . Potom proužkem papíru (nebo kružítkem) přeneseme úsečky HK a LM na přímku p od bodu T , t. j. určíme na přímce p body R, S tak, že $\overline{RT} = \overline{HK}$, $\overline{ST} = \overline{LM}$, při čemž to zařídíme tak, abychom měli na přímce p pořádek RTS . Sčítání úseček takto popsané děje se geometricky bez počítání. Mluvíme o **grafickém sčítání** úseček; řecké slovo *grafein* znamená psátí nebo rýsovatí.



Obr. 20.

Je patrné, jak lze graficky sčítat tři, čtyři i více úseček. Zvláště důležitý je případ, kdy sčítáme několik s o b ě r o v n ý c h úseček. Tu dospějeme k pojmu dvojnásobku, trojnásobku, čtyřnásobku... dané úsečky neboli k pojmu **součinu celého čísla**

a **úsečky**. Na př. v obr. 20 je úsečka EF trojnásobek úsečky UV , neboli

$$\overline{EF} = 3 \cdot \overline{UV},$$

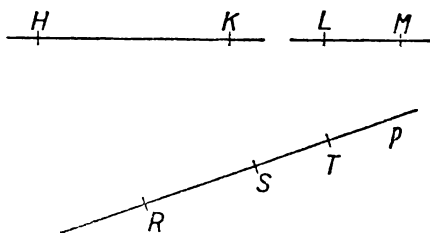
neboť úsečka EF se skládá ze tří úseček EG , GH , HF , z nichž každá se rovná dané úsečce UV . Je patrné, jak se násobení úsečky číslem provede graficky proužkem papíru.

(Zase lze místo proužku papíru užít také kružítko.)

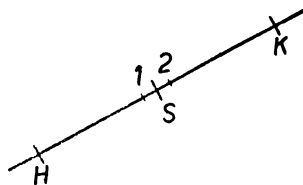
Ke sčítání je obráceným výkonem **odčítání**. V obr. 21 je naznačeno **grafické odčítání**

$$\overline{HK} - \overline{LM} = \overline{RS}.$$

Provede se podobně jako grafické sčítání úseček HK a LM naznačené v obr. 19. Zase si zvolíme přímku p a na ní bod T a přeneseme



Obr. 21.



Obr. 22.

(proužkem papíru nebo kružítkem) úsečky HK a LM na přímce p od bodu T , t. j. určíme na přímce p body R , S tak, že $\overline{RT} = \overline{HK}$, $\overline{ST} = \overline{LM}$, ale nyní při odčítání to zařídíme vše tak, abychom na přímce p měli pořádek RST .

Poznámka. Dvě libovolné úsečky je vždy možno sečíst; odečísti však můžeme pouze menší úsečku od větší.

V obr. 18 máme úsečku DE a na ní bod C v takové poloze, že $\overline{DC} = \overline{EC}$; takový bod C se jmenuje střed úsečky DE . Najít **střed úsečky** neboli jak se také říká, **rozpůlit úsečku** můžeme zkusmo (obr. 22). Máme-li rozpůlit úsečku HK , vytkneme si na ní bod I , který se nám od oka jeví jako střed úsečky HK . Potom za pomoci proužku papíru nebo kružítko najdeme na úsečce HK bod 2 tak, aby bylo $\overline{HI} = \overline{K2}$. Úsečka $I2$ bude kratičká (zpravidla mnohem menší než v obr. 22) a snadno najdeme od oka její střed, který je

také středem úsečky HK . Příčky vyznačující polohu bodů $1, 2$ rýsu-
jeme velmi tenké a velmi krátké, aby je bylo sotva vidět. Také ty
body nijak neoznačujeme. (V obr. 22 jsou ty body označeny číslí-
cemi $1, 2$ jen pro jasnost výkladu.)

Dosud jsme mluvili pouze o velikosti úsečky. Prakticky je dů-
ležitá velikost lomené čáry. Lomená čára se skládá z úseček a součet
všech těchto úseček je úsečka, jejíž velikost je velikost dané lomené
čáry. V této třídě nebudeme vyšetřovat velikost křivé čáry. Pozna-
mámejme pouze, že prakticky můžeme s dostatečnou přesností na-
hradit každou křivou čáru lomenou čarou, složenou z velkého počtu
úseček. Sledujeme-li na př. pohyb auta jedoucího po silnici, můžeme
jej pouze zřídka považovat za pohyb přímočarý, ale zpravidla můžeme
dráhu auta rozložit na úseky velmi přibližně přímočaré, t. j. můžeme
považovat tu dráhu za lomenou čáru.

Z názoru i ze zkušenosti je patrné, že úsečka má nejmenší
v e l i k o s t z e v š e c h (lomených i křivých) čar vedoucích od
bodu A do bodu B . Tento poznatek nám bude v dalším užitečný.
Vezměme na př. provaz, který nám znázorňuje čáru spojující jeden
konec s druhým; velikost této čáry je (při dané poloze konců) nej-
kratší možná, je-li provaz napjatý; ale napjatý provaz znázorňuje
přímou čáru.

Velikost úsečky AB dává nejkratší vzdálenost od bodu A do
bodů B , kterou v geometrii nazýváme prostě **vzdáleností** bodu A
od bodu B . Jestliže na př. dvě města, třeba Brno a Bratislavu, zná-
zorníme jako dva body, pak jejich geometrická vzdálenost je vzdušná
vzdálenost obou měst po přímé čáře. Skutečná vzdálenost po železnici
nebo po silnici je větší; není to velikost přímé čáry, nýbrž (velmi
přibližně) velikost lomené čáry.

Porovnávání velikostí úseček (a lomených čar) je prakticky
nesmírně důležité a setkáváme se s ním v životě na každém kroku.
Přímé porovnávání nejrozmanitějších úseček by bylo nadmíru ne-
pohodlné a proto se od pradávna užívalo určitých základních úseček
jako j e d n o t e k, s nimiž se všechny jiné úsečky porovnávaly. Takové
jednotky byly dříve voleny na základě rozměrů lidského těla: stopa,
loket, sáh a pod. Protože lidská těla jsou různá, bralo se za základ
tělo panovníka. Ale stejně pojmenované jednotky u různých národů

a v různých dobách nebyly stejně veliké, ba mnohdy nebyly ani příliš přesně určeny. Teprve Velká francouzská revoluce přinesla mezinárodní jednotku; je to *m e t r*, původně desetimiliontá část zemského kvadrantu, t. j. nejkratší vzdálenost od severního pólu k rovníku. Protože však porovnávání velikostí úseček moderními vědeckými prostředky lze provádět mnohem přesněji, než jak je dodnes možno určit velikost zemského kvadrantu, je přesná vědecká definice metru dnes poněkud jiná. O tom se budete podrobněji učit až v příštím roce ve fyzice. Řekneme-li, že velikost úsečky je na př. 25 metrů, znamená to, že se ta úsečka rovná součinu čísla 25 a úsečky, jejíž velikost se rovná jednomu metru. Daná úsečka se ovšem nemusí p ř e s n ě rovnat žádnému součinu celého čísla s úsečkou rovnou jednomu metru, tedy velikost úsečky při zavedené jednotce (ať už je to metr či kterákoli jednotka jiná) nedá se přesně vyjádřit celým číslem. Dá se však vždy vyjádřit s prakticky postačující přesností desetinným zlomkem.

Podrobněji se o jednotkách délky budete učit v aritmetice. V geometrii pro úsečky rýsované v sešitě volíme za jednotku obvykle *1 cm* (centimetr), to je jednotku stokrát menší než metr.

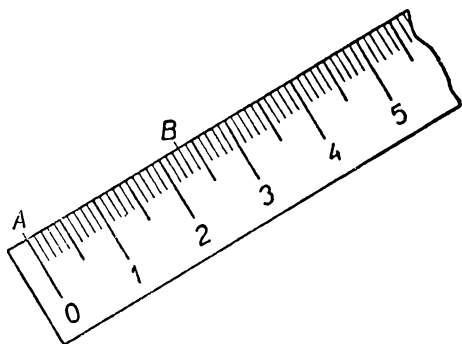
Mnohdy volíme také za jednotku *1 mm* (milimetr), který je desetkrát menší než *1 cm*. Pro úsečky rýsované na tabuli volíme za jednotku *1 dm* (decimetr); to je jednotka desetkrát menší než metr, tedy desetkrát větší než *1 cm*. Proto obrazce na tabuli rýsujeme obvykle desetkrát větší než obrazce v sešitě. Při určování vzdáleností měst a pod. volíme za jednotku *1 km* (kilometr), jednotku tisíckrát větší než metr.

K určení číselné velikosti úsečky (v centimetrech nebo v milimetrech) užíváme zpravidla papírového nebo celuloidového měřítka. Takové měřítko má malou tloušťku a velmi dobře přiléhá k papíru. K měření úseček nepoužívejte dřevěného pravítka, protože tloušťka pravítka je na závadu přesnému měření. Na druhé straně zase nepoužívejte měřítka k rýsování přímek, protože nemá pevný okraj. Měření velikosti úsečky měřítkem je naznačeno v obr. 23.

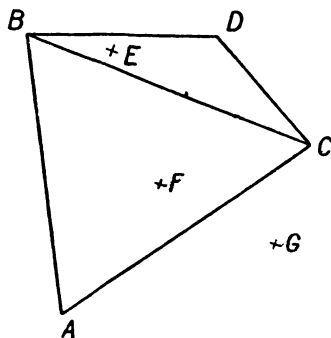
Zapišeme: $\overline{AB} = 23 \text{ mm}$ nebo $\overline{AB} = 2,3 \text{ cm}$. Měřítka užíváme také k n a n á š e n í úsečky na danou přímku, je-li velikost úsečky

dána číslem; na př. obr. 23 znázorňuje, jak lze pomocí měřítka nanést na danou přímku úsečku rovnou 23 mm. Jestliže však máme přenést úsečku již narýsovanou, je přesnější a rychlejší provést to proužkem papíru nebo kružítkem nežli měřítkem. Všimněte si v obr. 24 úseček AB , AC , BC . (Zatím si nevěšmejte úseček BD a CD .)

Tyto tři úsečky omezují v nákrešné plochu, která se jmenuje **trojúhelník** ABC . Body A , B , C jsou **vrcholy** trojúhelníka ABC , úsečky AB , AC , BC jsou jeho **strany**. V obr. 24 vidíme také trojúhelník BCD ; jmenujte jeho vrcholy a jeho strany! V obr. 24 je



Obr. 23.



Obr. 24.

bod F **uvnitř** trojúhelníka ABC a body D , E , G jsou **vně** tohoto trojúhelníka; bod E je uvnitř trojúhelníka BCD a body A , F , G jsou vně tohoto trojúhelníka. Všecky tři strany trojúhelníka dohromady tvoří uzavřenou lomenou čáru (uzavřenou v tom smyslu, že vychází z jednoho vrcholu a zase se do něho vrací), která se jmenuje **obvod** trojúhelníka a tvoří rozhraní mezi vnitřkem a vnějškem.

Úsečky AB , BD , DC , CA v obr. 24 omezují v nákrešné plochu, která se jmenuje **čtyrúhelník** $ABDC$. Body A , B , C , D jsou vrcholy čtyrúhelníka $ABDC$; úsečky AB , BD , DC , CA jsou jeho strany. Všecky čtyři strany dohromady tvoří uzavřenou lomenou čáru, která se jmenuje **obvod** čtyrúhelníka $ABDC$. V obr. 24 jsou body E , F uvnitř čtyrúhelníka $ABDC$ a bod G je vně tohoto čtyrúhelníka.

Úsečka BC je jednou **úhlopříčkou** čtyřúhelníka $ABDC$; druhou jeho úhlopříčkou je úsečka AD , která není v obr. 24 vyznačena. Vrcholy čtyřúhelníka píšeme vždy po pořádku tak, jak za sebou následují na obvodu. Čtyřúhelník $ABDC$ můžeme nazvati také čtyřúhelník $BDCA$ nebo $BACD$ nebo $CABD$ atd., ale nikoli třeba $ABCD$ nebo $BADC$. Proč byla taková poznámka zbytečná u trojúhelníka?

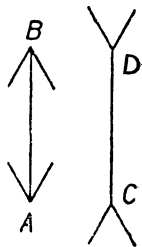
Když jste se seznámili s pojmem trojúhelníka a čtyřúhelníka, dokážete už sami narýsovat **pětiúhelník** nebo **šestiúhelník** a vyjmenovat jejich strany, vrcholy a úhlopříčky.

Velikost obvodu trojúhelníka nebo čtyřúhelníka (pětiúhelníka a pod.) je možné určit tak, že změříme velikost všech stran a výsledky sečteme. Přesnější a výhodnější je však sečíst graficky všechny strany, a teprve potom provésti jediné měření.

V tomto článku jste se seznámili s geometrickými názvy: velikost úsečky — rovnost úseček — úsečka větší nebo menší než jiná úsečka — značky $>$, $<$ — přenášení úseček — grafické sčítání a odčítání úseček — grafické násobení úsečky celým číslem — střed úsečky — rozpúlení úsečky — vzdálenost dvou bodů — nanášení úseček — trojúhelník — čtyřúhelník — pětiúhelník — šestiúhelník — vrcholy — strany — obvod — vnitřek — vnějšek — úhlopříčky.

Cvičení.

18. Narýsujte si dvě přesně dlouhé stejné úsečky AB a CD vedle sebe. Připojte další úsečky jako na obr. 25. I když víte, že jsou obě úsečky AB , CD stejně veliké, zdá se vám, že jedna úsečka je delší. Je to zrakový klam.
19. Změřte délku svého ukazováčku (asi 6 až 8 cm), vzdálenost špičky palce od špičky malíčku (něco přes decimetr), délku natažené paže (asi 50 až 60 cm), svou výšku (asi 150 cm). Odhadněte délku svého kroku (při délce 60 cm ujdete 3 m pěti kroky). Výsledky měření si pamatujte.
20. Odhadujte od oka velikosti předmětů a vzdáleností. Výsledky odhadu kontrolujte měřením. Pomáhejte si čísly zjištěnými ve cvičení 19.
21. Zjišťujte vzdušnou vzdálenost různých měst Československé republiky podle mapy (musíte přihlížet k měřítku mapy) a vzdálenost železniční podle jízdního řádu. Porovnávejte obě vzdálenosti a vysvětlete rozdíly.



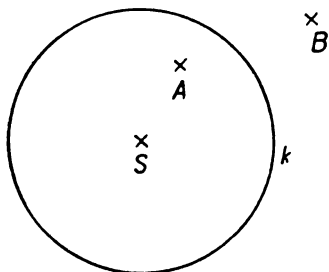
Obr. 25.

22. Narýsujte podle měřítka dvě úsečky dlouhé 43 mm a 27 mm, sečtěte je graficky za pomoci proužku papíru a přesvědčte se měřítkem, že vám vyšla úsečka dlouhá 7 cm.
23. Narýsujte podle měřítka dvě úsečky dlouhé 56 mm a 26 mm, odečtěte je graficky za pomoci proužku papíru a přesvědčte se měřítkem, že vám vyšla úsečka dlouhá 3 cm.
24. Narýsujte podle měřítka tři úsečky dlouhé 37 mm, 29 mm a 44 mm a sečtěte je graficky za pomoci proužku papíru. Vyšla vám úsečka dlouhá 1 dm?
25. Narýsujte podle měřítka úsečku dlouhou 17 mm a sestrojte graficky (za pomoci proužku papíru) její trojnásobek a pětinasobek. Správnost výsledku kontrolujte výpočtem a přeměřením.
26. Jestliže umíme rozpílit úsečku, umíme také rozdělit úsečku na čtyři stejné díly; vyložte jak. Narýsujte úsečku dlouhou 52 mm a postupným půlením zkusmo ji rozdělte na čtyři stejné díly. Přesvědčte se měřením, že velikost každého dílu je 13 mm.
27. Úsečku AB na proužku papíru můžeme rozpílit tím, že přeložíme proužek tak, aby se body A a B kryly. Narýsujte úsečku dlouhou 68 cm a za pomoci proužku papíru ji rozdělte na čtyři stejné díly.
28. S použitím provázku určete střed hrany stolu a rozdělte délku učebny na čtyři stejné díly!
Cvičení 29 až 35 se týkají obr. 24 v učebnici. Každý žák provede měření samostatně a zapíše svůj výsledek do sešitu. Potom se porovnávají výsledky třídy. Ve cvičeních 31 až 35 se užívá proužku papíru.
29. Změřte strany trojúhelníka ABC .
30. Změřte strany trojúhelníka BCD .
31. Určete graficky velikost obvodu trojúhelníka ABC .
32. Určete graficky velikost obvodu trojúhelníka BCD .
33. Určete graficky velikost obvodu čtyřúhelníka $ABDC$.
34. Určete graficky napřed součet a potom rozdíl obou úhlopříček čtyřúhelníka $ABDC$.
35. Určete graficky délku $3 \cdot \overline{AC} - 2 \cdot \overline{AB}$.
36. Zvolte si bod S a vedte jím dvě přímky. Na první naneste $\overline{AS} = \overline{SB} = 57$ mm; na druhou naneste $\overline{CS} = \overline{SD} = 36$ mm. Narýsujte úsečky AC , AD , BC , BD .
37. Ve cvičení 36, jestliže jste správně rýsovali, musí vám vyjít, že $\overline{AC} = \overline{BD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$. Přesvědčte se proužkem papíru. Jestliže vám to nevyšlo, rýsujte znovu a pečlivěji.
38. Narýsujte si pětiúhelník $HKLMN$. Přemýšlejte, kolik asi má úhlopříček. Potom je všechny narýsujte.
39. Narýsujte si šestiúhelník $PRSTUV$. Kolika úhlopříčkami rozdělíme šestiúhelník na dva čtyřúhelníky? Jmenujte je všechny a jednu z nich narýsujte.

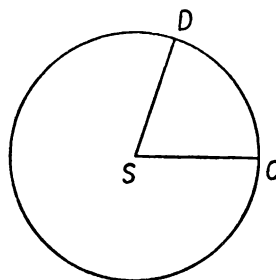
40. Narýsujte si šestiúhelník $PRSTUV$. Kolika úhlopříčkami rozdělíme šestiúhelník na pětiúhelník a na trojúhelník? Jmenujte je všechny a jednu z nich narýsujte.

4. Rýsování kružnic.

Nejdůležitější křivá čára je **kružnice** (obr. 26). Je to taková čára, jejíž všechny body jsou stejně vzdáleny od jednoho bodu. Tento bod, v obr. 26 označený písmenem S , jmenuje se **střed kružnice**, která je na obr. 26 označena písmenem k . Přesvědčte se proužkem papíru, že všechny body kružnice k narýsované v učebnici jsou skutečně stejně vzdáleny od bodu S . Kružnice omezuje v nákresné plochu, která se jmenuje **kruh**. Střed kružnice je také středem kruhu. Kružnice tvoří **obvod kruhu**. Bod A v obr. 26 leží **vnitř** kružnice k , bod B v obr. 26 leží **vně** kružnice k .



Obr. 26.



Obr. 27.

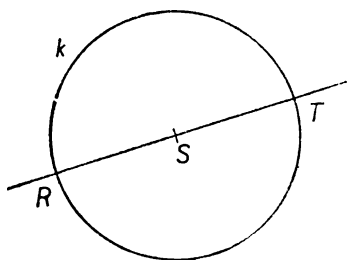
Úsečka, jejíž jeden krajní bod je střed kružnice a jejíž druhý krajní bod leží na kružnici, jmenuje se **poloměr** kružnice. V obr. 27 jsou narýsovány dva poloměry kružnice: SC a SD . Všecky poloměry kružnice mají stejnou velikost. Tato velikost se obvykle označuje písmenem r ; je to počáteční písmeno latinského slova *radius*, které znamená poloměr. Původní význam slova *radius* je příčka kola u vozu. Každý bod na kružnici má od středu vzdálenost rovnou r , každý bod uvnitř kružnice má od středu vzdálenost menší než r , každý bod vně kružnice má od středu vzdálenost větší než r .

Přímka procházející středem kružnice k (v obr. 28) protne tuto kružnici ve dvou bodech, R a T . Úsečka RT se jmenuje **průměr**

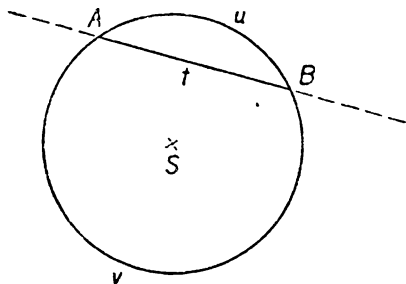
kružnice k . Každý průměr kružnice se skládá ze dvou poloměrů. Proto mají všechny průměry kružnice stejnou velikost, která se často označuje písmenem d ; je to počáteční písmeno řeckého slova *diametros*, které znamená průměr. Připomeneme-li si význam písmena r , můžeme napsat:

$$d = 2r, \quad r = \frac{1}{2} d,$$

což znamená, že průměr je dvojnásobek poloměru, poloměr je polovina průměru.



Obr. 28.



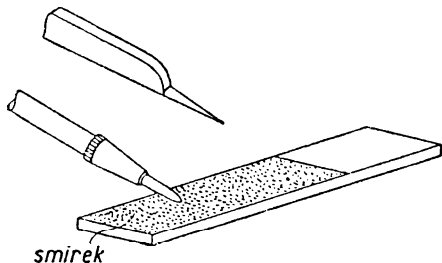
Obr. 29.

Průměr rozdělí kruh na dva polokruhy, krajní body průměru rozdělí kružnici na dvě polokružnice. Polokruh je plocha omezená průměrem a polokružnicí; polokružnice je čára.

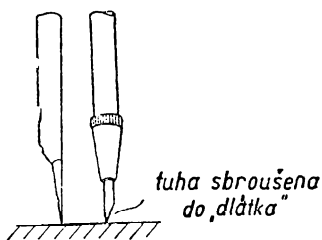
Zvolíme-li na kružnici dva různé body A, B , rozdělí se kružnice na dvě části, zvané **oblouky** (u a v v obr. 29). Úsečka AB se jmenuje **tětiva** (t v obr. 29). K jednomu oblouku patří jediná tětiva, ale k jedné tětivě patří dva oblouky. Odkud jsou vzaty názvy oblouk a tětiva? Tětiva AB je úsečka: je částí přímky AB , která se jmenuje **sečna** kružnice. Tětiva rozdělí kruh na dvě **kruhové úseče**; je tedy kruhová úseč plocha omezená obloukem kružnice a příslušnou tětivou. Dva různé poloměry rozdělí kruh na dvě části (obr. 27), ty se jmenují **kruhové výseče**; kruhová výseč je tedy plocha omezená obloukem kružnice a dvěma poloměry.

Abychom mohli narýsovat kružnici, musíme znát její střed a poloměr. Kružnice rýsuje kružítkem. Nejprve si připravíme kružítko k rýsování: sbrousíme tuhu po vnější straně na smirkovém

brousku podle obr. 30a. Část obsahující tuhu má být právě tak dlouhá jako část obsahující kovovou jehlu (obr. 30b). Podobně připravíme i kružítko, kterým rýsujeme na tabuli. Při rýsování uchopíte kružítko za jeho hlavu (obr. 30c) a rozevřete tak, aby vzdálenost mezi jehlou a tuhou byla rovna poloměru. Jehlu zabod-

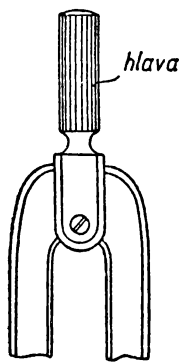


Obr. 30a.



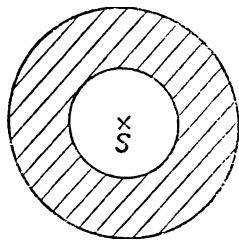
Obr. 30b.

něte je m n ě do bodu, který má být středem kružnice. Kružnici rýsujete jedním tahem. Kružítkem při rýsování nekývejte. Rýsujeme-li kružnici, jejíž střed je v bodě *A*, pravíme, že **opisujeme kružnici kolem bodu *A***. Máte-li narýsovat kružnici, která nemá střed v daném bodě, nýbrž máte-li si střed zvolit buďto libovolně, nebo na dané čáře, vždycky si napřed vyznačte střed. Stává se totiž často, že při rýsování dalších čar potřebujeme znát jeho polohu.



Obr. 30c.

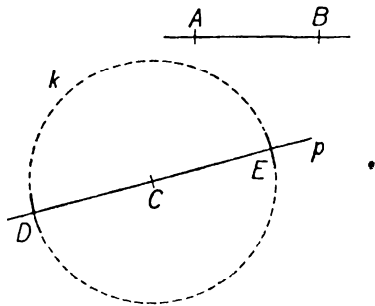
Často rýsujeme několik kružnic se společným středem. Takové kružnice se jmenují **soustředné**. Plocha omezená dvěma soustřednými kružnicemi (vyčárkovaná v obr. 31) se jmenuje **mezikruží**; rozdíl poloměrů obou kružnic je **šířka mezikruží**.



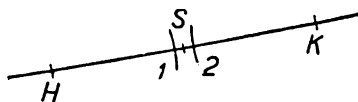
Obr. 31.

Při velmi mnoha geometrických úlohách nerýsujeme celé kružnice, nýbrž pouze malé oblouky kružnic. Tak je tomu na př. máme-li přenést danou úsečku *AB* na danou přímku *p* od daného bodu *C* této přímky. Tuto úlohu

jsme řešili dříve s pomocí proužku papíru (obr. 18). Místo proužku papíru můžeme užít kružítko (obr. 32). Jiná úloha: Máme určit na přímce p body D, E , jejichž vzdálenost od bodu C se rovná úsečce \overline{AB} . Všecky body vzdálené od bodu C o úsečku rovnou AB leží na kružnici k opsané kolem bodu C poloměrem \overline{AB} . Je však zbytečné rýsovat tuto kružnici k (v obr. 32 vyčárkovanou) celou, stačí narýsovat (v obr. 32 plně vytažené) malé



Obr. 32.



Obr. 33.

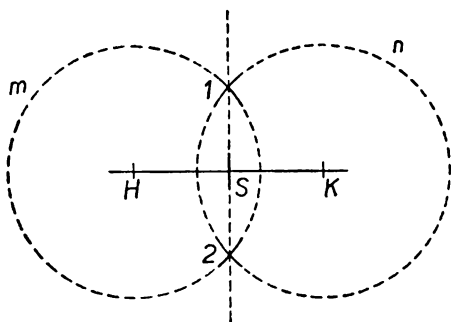
obloučky kružnice, které protnou přímku p v hledaných bodech D, E . Podobně řešíme kružítkem i jiné úlohy řešené na str. 19 s pomocí proužku papíru: grafické sčítání a odčítání úseček, grafické násobení úsečky číslem. Rozpůlení úsečky HK zkusmo za pomoci kružítko provedeme takto (obr. 33): Rozevřeme kružítko do délky, která se nám zdá asi polovinou úsečky, tímto poloměrem opišeme z bodů H, K malé obloučky kružnic, které nám vytnou na přímce HK body 1 a 2 . Kratičkou úsečku 12 rozpůlíme zkusmo a máme hledaný střed S úsečky HK .

Rozpůlit úsečku potřebujeme při často se vyskytující úloze narýsovat **kružnici nad průměrem** HK , t. j. narýsovat kružnici tak, aby daná úsečka HK byla jejím průměrem. Najdeme střed S úsečky HK , a ten bude středem hledané kružnice.

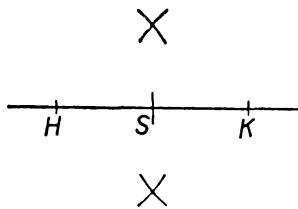
Úlohu rozpůlit danou úsečku HK můžeme za pomoci pravítka a kružítko řešit přesně (ne tedy zkusmo) takto (obr. 34): Rozevřeme kružítko asi do $\frac{3}{4}$ velikosti úsečky HK . Tímto poloměrem opišeme kolem bodu H kružnici m a kolem bodu K kružnici n . Tyto dvě kružnice (v obr. 34 vyčárkované) se protnou v bodech $1, 2$ a spojnice 12 (v obr. 34 vyčárkovaná) protne přímku HK v hledaném středu S . Při skutečném provedení nerýsujeme to, co je

vyčárkováno v obr. 34, nýbrž pouze to, co vidíme v obr. 35. Že nalezený bod S je přesně středem úsečky HK , o tom se v každém jednotlivém případě můžeme přesvědčit tak, že pomocí kružítka porovnáme velikosti úseček HS a KS . Ve druhé třídě budeme probírat obecné odůvodnění správnosti popsaného způsobu určení středu úsečky. Prozatím je vaším úkolem, abyste ten způsob dobře

nacvičili a prováděli jej rychle a přesně.



Obr. 34.



Obr. 35.

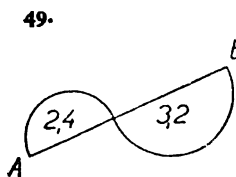
Takové rýsování podle určitých geometrických pravidel, jak jsme se s ním právě seznámili při rozpůlení úsečky způsobem naznačeným v obr. 35, nazývá se obyčejně **konstrukce** (v našem případě konstrukce středu úsečky). Slovo konstrukce je latinského původu a jeho český překlad je **sestrojení**. Obyčejně se užívá cizího podstatného jména konstrukce a českého slovesa sestrojiti. Konstrukce jsou velmi důležité v nejrůznějších oborech výroby.

Seznámili jste se nyní s těmito geometrickými názvy: kružnice — kruh — obvod kruhu — střed kružnice — vnitřek a vnějšek kružnice — poloměr r — průměr d — polokružnice — polokruh — oblouk — tětiva — sečna — kruhová úseč — kruhová výseč — opsati kružnici kolem bodu — soustředné kružnice — mezikružší a jeho šířka — kružnice nad daným průměrem — konstrukce.

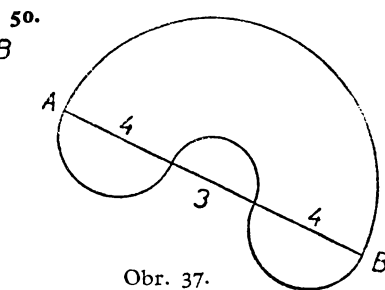
Cvičení.

41. Jaký je průměr kružnice, je-li poloměr: a) 4 cm; b) 9 mm; c) 47 mm; d) 32 mm; e) 1,5 cm; f) 6,3 cm; g) 5 dm; h) 2 m 5 dm?
42. Jaký je poloměr kružnice, je-li průměr: a) 6 cm; b) 48 cm; c) 54 mm; d) 3,6 mm; e) 7 cm; f) 43 mm; g) 5 dm; h) 1 m; i) 3 m 4 cm?

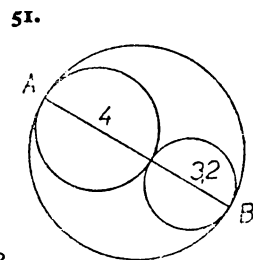
43. Určete z mapy, z kterých měst je do Brna přibližně stejně daleko jako z Olomouce. (Berte zřetel pouze na vzdušnou vzdálenost.) Řešte podobnou úlohu také pro jiné dvojice měst Československa.
44. Určete na plánu města, které význačné budovy mají od školy vzdálenost asi tak velkou jako váš domov.
45. Co opisují konce ručiček hodinových při svém pohybu? Jiné příklady.
46. Řešte znovu cvičení 31 až 35, ale neužívejte proužku papíru, nýbrž kružítko.
47. Kolem zvoleného bodu S opište tři soustředné kružnice s poloměry 3 cm, 4 cm, 53 mm. (Jehlu kružítko zabodávejte jemně do bodu S , abyste nepropíchlí papír.) Bodem S veďte přímkou $ABCDEF$. (Body A, B, C, D, E, F leží v udaném pořádku na narysovaných kružnicích.) Vypočtem z paměti zjistěte a запиšte velikost úseček AB, BC, CS, SD, DE, EF . Přesvědčte se potom měřením, že jste rýsovali přesně.
48. Narýsujte mezikružní šířky 27 mm tak, aby průměr vnitřní kružnice byl 42 mm. (Vypočtem z paměti zjistěte velikost obou poloměrů.) Veďte středem S přímkou $RTSUV$ (body $RTUV$ leží v udaném pořádku na narysovaných kružnicích). Vypočtete z paměti, jakou velikost musí mít úsečky RU a TV a kontrolujte měřítkem.
- Ve cvičeních 49 až 53 máte narysovatí obrazce takového tvaru jako v učebnici, ale větší. Velikost vašich obrazců je předepsána čísly udanými u tištěných obrazců. Udaná čísla značí centimetry, ale značka cm je vynechána. Říkáme stručně, že v obr. 36 až 40 je **j e d n o t k o u 1 c m**. U každého z těchto cvičení si vypočtete velikost úsečky AB a kontrolujte ji měřítkem ve svém obrazci.



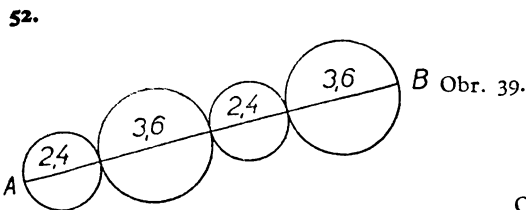
Obr. 36.



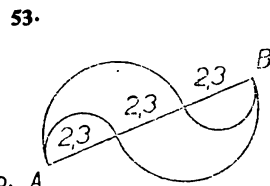
Obr. 37.



Obr. 38.



Obr. 39.



Obr. 40. A

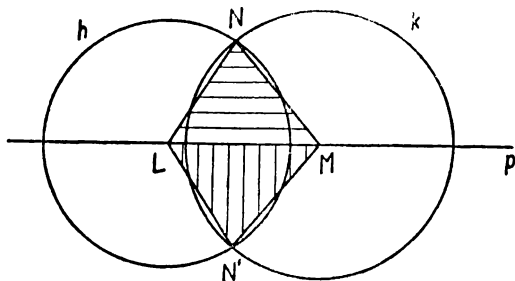
63. Jak velká musí být úsečka AB , aby vyšlo $\overline{HK} = 14$ mm? Čemu bude potom roven obvod trojúhelníka ABC ? Sestrojte přesný obrazec.
64. Jak velká musí být úsečka HK , aby trojúhelník ABC měl obvod 11 cm? Sestrojte přesný obrazec.

5. Přenášení obrazců kružítkem.

Velmi důležitá je úloha sestrojiti trojúhelník tak, aby každá jeho strana měla předepsanou velikost. Stanovme si na př. za úkol konstrukci takového trojúhelníka LMN , aby bylo

$$\overline{LM} = 6 \text{ cm}, \quad \overline{LN} = 48 \text{ mm}, \quad \overline{MN} = 53 \text{ mm}.$$

Zvolte si (asi uprostřed stránky v sešitě) přímku p a na ní dva body L, M tak, aby bylo $LM = 6$ cm. Máme už dva vrcholy L, M a jednu stranu LM trojúhelníka LMN . Kde musí ležet třetí vrchol N ? Protože má platit $LN = 48$ mm, musí bod N ležeti na kružnici h , opsané kolem bodu L polo-



Obr. 42.

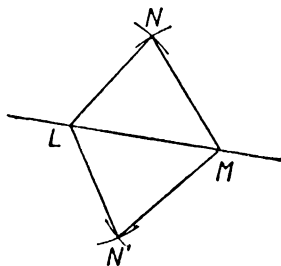
měrem 48 mm. Narýsujte si kružnici h . Protože má platit $\overline{MN} = 53$ mm, musí bod N ležeti na kružnici k , opsané kolem bodu M polo-

měrem 53 mm. Narýsujte si kružnici k . Kružnice h a k se protnou ve dvou bodech. Zvolte si jeden z nich a označte jej N . Sestrojte úsečky LN, MN a máte žádaný trojúhelník LMN (vodorovně vyčárkovaný v obr. 42). Úloze vyhovuje ještě jeden trojúhelník (svisle vyčárkovaný v obr. 42). Je to trojúhelník LMN' (N' čteme N' s čárkou), který dostanete, když místo bodu N vezmete druhý průsečík N' kružnic h a k .

Při praktickém provádění této úlohy nerýsujeme kružnice h celé, nýbrž pouze malé oblouky v blízkosti průsečíků, jak je to naznačeno v obr. 43.

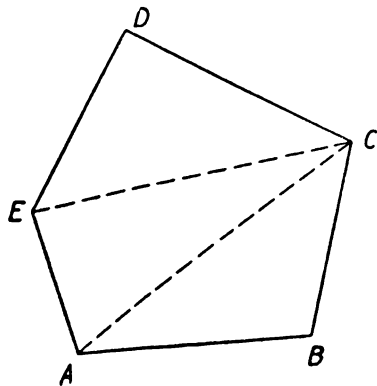
V předcházejících úlohách byly velikosti stran hledaného trojúhelníka dány číselně. Často se však také vyskytuje úloha narýsovat

trojúhelník tak, aby se jeho strany rovnaly stranám trojúhelníka již naryšovaného. Přitom neměříme velikosti stran naryšovaného trojúhelníka, nýbrž přenášíme je kružítkem. Jinak však si počínáme přesně tak, jak je naznačeno v obr. 43. Všimněte si na př. trojúhelníka ABC , naryšovaného v učebnici na str. 24 (v obr. 24). Narýsujte na list papíru trojúhelník se stejně velkými stranami jako trojúhelník ABC v učebnici. Proveďte to celkem třikrát. Po prvé začněte konstrukci stranou AB , po druhé stranou BC , po třetí stranou CA . Volte místo tak, aby vaše trojúhelníky nezasahovaly jeden do druhého. Po provedení konstrukce si vystříhnete všechny tři sestrojené trojúhelníky a přesvědčte se, že je můžete položit na sebe tak, aby se přesně kryly. Přesvědčte se také, že každým vystřiženým trojúhelníkem se dá přesně zakrýt trojúhelník ABC z obr. 24 v učebnici. Takové dva obrazce, které lze položit jeden na druhý tak, aby se přesně kryly, jmenují se **shodné obrazce**. Jinak řečeno, dva obrazce jsou shodné, jestliže mají oba stejnou velikost a stejný tvar a liší-li se navzájem pouze svým umístěním.

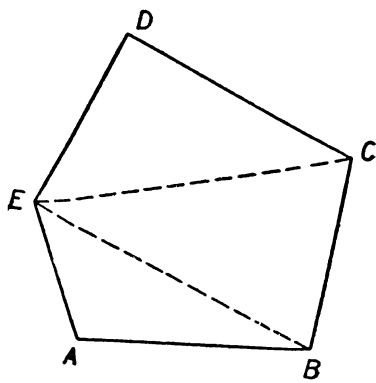


Obr. 43.

Nejdůležitější jsou shodné trojúhelníky, které budeme podrobně probírat ve druhé třídě. Naučili jsme se právě, jak lze sestrojít trojúhelník shodný s daným trojúhelníkem. U složitějších obrazců



Obr. 44.

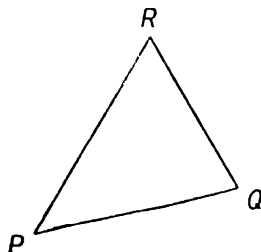


Obr. 45.

si pomůžeme tím, že si je rozložíme na trojúhelníky. Máme-li na př. sestrojít v sešitě pětiúhelník $A'B'C'D'E'$, shodný s pětiúhelníkem $ABCDE$ narýsovaným v učebnici (obr. 44), neboli přenést pětiúhelník $ABCDE$ z učebnice do sešitu beze změny jeho velikosti a tvaru, rozložíme si pětiúhelník $ABCDE$ na trojúhelníky, jak je naznačeno v obr. 44; potom pomocí kružítka přeneseme postupně jeden trojúhelník po druhém. Rozklad naznačený v obr. 44 není jediný možný; v obr. 45 je naznačen příklad jiného možného rozkladu.

V praxi užíváme právě popsaného přenášení obrazců velmi často s tím rozdílem, že rýsuje ve z m e n š e n ě m ě ř í t k u. Dejme tomu, že si chceme naznačiti obrazcem vzájemnou polohu pěti budov, které si označme písmeny A, B, C, D, E . To nelze vystihnouti ve skutečné velikosti, protože vzájemné vzdálenosti budov jsou příliš veliké. Narýsujte proto obrazec na př. 100krát menší, ve kterém tedy vzdálenost 100 m bude znázorněna vzdáleností 1 cm. Jestliže na př. skutečná vzdálenost budovy A od budovy B je 300 m, budou body znázorňující tyto budovy míti vzdálenost 3 cm. Jestliže budovy A, B, C, D, E tvoří pětiúhelník $ABCDE$ a jestliže známe na př. skutečné vzdálenosti $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}, \overline{AE}, \overline{CE}, \overline{CD}, \overline{DE}$, můžeme narýsovat zmenšený obrazec pomocí rozkladu naznačeného v obr. 44. Při tom jsme nepotřebovali znát skutečné vzdálenosti $\overline{AD}, \overline{BD}, \overline{BE}$. Tyto vzdálenosti můžeme přeměřit na narýsovaném zmenšeném obrazci a z toho vypočítat, jak veliké jsou vzdálenosti $\overline{AD}, \overline{BD}, \overline{DE}$ ve skutečnosti.

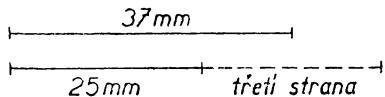
Velikosti stran trojúhelníka nelze volit úplně libovolně, nýbrž jsou omezeny podmínkou, že **každá strana trojúhelníka je menší než součet ostatních dvou**. Úsečka PQ (obr. 46) je nejkratší cesta od bodu P k bodu Q , je tedy kratší než cesta přes vrchol R složená ze stran PR a QR . Abychom se přesvědčili, že tři daná čísla mohou znamenat velikosti stran trojúhelníka, stačí se přesvědčit o tom, že největší z daných čísel je menší než součet ostatních dvou.



Obr. 46.

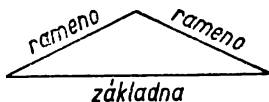
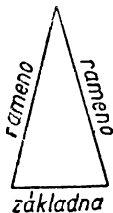
Známe-li velikosti dvou stran trojúhelníka, jaká může být velikost třetí strany? Dejme tomu, že dvě strany mají velikost

37 mm a 25 mm. Protože $37 + 25 = 62$, musí být třetí strana především menší než 62 mm. Zároveň však musí být také 37 mm menší než součet 25 mm a třetí strany. Z toho soudíme podle obr. 47, že třetí strana musí být větší než $37 - 25$, t. j. 12 mm. Tím jsme vedeni k tomuto pravidlu: **Známe-li velikosti dvou stran trojúhelníka, musí být třetí strana menší než jejich součet a větší než jejich rozdíl.**



Obr. 47.

Jestliže dvě strany trojúhelníka jsou sobě rovny, potom se tyto dvě strany jmenují **ramena**, trojúhelník se jmenuje **rovnoramenný** a třetí strana se jmenuje **základna** (obr. 48). Základna je někdy menší než rameno, někdy větší. Jestliže všechny strany trojúhelníka jsou si rovny, trojúhelník se jmenuje **rovnostanný** (obr. 49). Konečně máme **různostranné** trojúhelníky se třemi nestejnými stranami.



Obr. 48.



Obr. 49.

Geometrické názvy, s nimiž jste se seznámili v tomto článku: shodné obrazce — trojúhelníky, čtyřúhelníky atd. — rýsování ve zmenšeném měřítku — rovnoramenný trojúhelník, jeho ramena a jeho základna — rovnostanný trojúhelník — různostanný trojúhelník.

Cvičení.

65. Za pomoci mapy sestrojíte obrazce, znázorňující ve zmenšeném měřítku vzájemnou polohu zvolených měst.
66. Sestrojíte ve zmenšeném měřítku plán dvora, zahrady a pod. Velikosti potřebných vzdáleností stanovíte přibližně podle délek kroku (cvičení 19 a 20).

67. Sestrojte trojúhelník ABC se stranami dané velikosti, na př. $\overline{AB} = 6$ cm, $\overline{AC} = 54$ mm, $BC = 47$ mm. Proveďte konstrukci třikrát, a to tak, že si po prvé zvolíte určitou polohu strany AB , po druhé strany AC , po třetí strany BC .

68. Sestrojte dva čtyřúhelníky $PQRS$ tak, aby u obou bylo $PQ = 4$ cm, $QR = 3$ cm, $RS = 35$ mm, $SP = 37$ mm. Úhlopříčka PR má být u prvního čtyřúhelníka rovna 53 mm, u druhého 44 mm.

69. Kolikerym způsobem můžeme rozdělit pětiúhelník na tři trojúhelníky?

70. Opište tyto trojice:

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a) 24 mm, 37 mm, 41 mm; | b) 24 mm, 47 mm, 7 cm; |
| c) 24 mm, 57 mm, 90 mm; | d) 34 mm, 21 mm, 12 mm; |
| e) 1 dm, 2 cm, 3 mm; | f) 1 dm, 74 mm, 26 mm. |

U každé trojice vyšetřete, může-li znamenat velikosti tří stran trojúhelníka, a jestliže ano, sestrojte takový trojúhelník.

71. Dvě strany trojúhelníka mají velikost:

- | | |
|------------------|--------------------------|
| a) 97 mm, 46 mm; | b) 4 m 37 cm, 6 m 58 mm. |
|------------------|--------------------------|

Velikost třetí strany neznáme. Co můžeme říci o velikosti této strany? Co můžeme říci o velikosti obvodu?

72. Opište tyto dvojice:

- | | |
|------------------|-------------------|
| a) 37 cm, 57 cm; | b) 42 cm, 95 cm; |
| c) 5 dm, 32 cm; | d) 47 cm, 3 dm; |
| e) 1 dm, 368 mm; | f) 83 mm, 125 cm. |

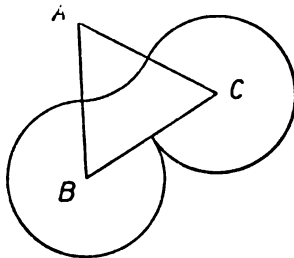
U každé dvojice vypočtete, jaká by musila být velikost třetí strany, aby se obvod rovnal 1 m, a zkoumejte, je-li takový trojúhelník možný!

73. Velikosti stran čtyřúhelníka $HKLM$ jsou $HK = 5$ cm, $KL = 63$ mm, $\overline{LM} = 67$ mm, $MH = 6$ cm. Co můžete říci o velikosti úhlopříčky HL ? Co o velikosti úhlopříčky KM ?

74. Zvolte si libovolný trojúhelník ABC . Sestrojte rovnostranné trojúhelníky ABS , BCU , CAV tak, aby nezasahovaly dovnitř trojúhelníka ABC . Narýsujte úsečky CS , AU , BV ; při správném rýsování se vám protnou v jediném bodě. Změňte pečlivě tyto tři úsečky; jsou si všechny rovny?

75. Opakujte cvičení 74 s tím rozdílem, že trojúhelníky ABS , BCU , CAV budou nyní zasahovati dovnitř trojúhelníka ABC .

76. Sestrojte obrazec podobný obr. 50. Trojúhelník ABC je rovnostranný. V obrazci jsou oblouky kružnic, které mají všechny míti poloměr 26 mm. Jaká musí být velikost strany trojúhelníka ABC ?



Obr. 50.

77. Zvolte úsečku MN velikosti 4 cm. Kde musí ležet střed kružnice s poloměrem 3 cm, má-li tato kružnice procházet body M, N ? Kolik je takových kružnic? Sestrojte je.
78. Sestrojte obrazec podobný obr. 51. HK se má rovnat 32 mm, dvě kružnice mají mít poloměr 32 mm a třetí 2 cm.
79. Zvolte úsečku $AB = 42$ mm. Sestrojte všechny možné rovnoramenné trojúhelníky se základnou AB a s ramenem velikosti 34 mm. Kolik je jich?
80. Zvolte opět úsečku $AB = 42$ mm. Sestrojte všechny možné rovnoramenné trojúhelníky s jedním ramenem AB a se základnou velikosti 34 mm. Kolik je jich?
81. Opakujte cvičení 79, ale vyměňte délky 42 mm a 34 mm.
82. Opakujte cvičení 80, ale vyměňte délky 42 mm a 34 mm.



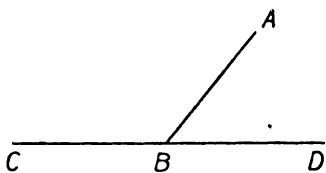
Obr. 51.

6. Rýsování kolmic a rovnoběžek.

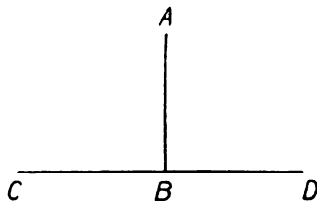
Již v čl. 1 jsme si řekli, že pohybem bodu může vzniknout lomená čára. V těch místech, kde se směr pohybu náhle mění, vznikají úhly (označené obloučky v obr. 4). Takové místo je t. zv. *v r c h o l ú h l u* a *v r c h o l l o m e n é č á r y*.

Úhly se budeme podrobněji zabývat až v oddílu III. této učebnice. Je však jeden druh úhlů, o kterých si již nyní musíme něco říci. Jsou to t. zv. **pravé úhly**.

Všimněte si obrazců 52a a 52b. Představte si, že přímka CBD znázorňuje silnici a přímka AB cestu, která v bodě B na silnici ústí.



Obr. 52a.

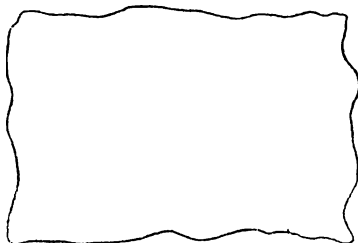


Obr. 52b.

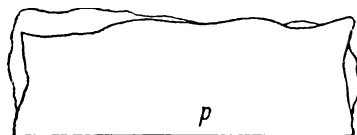
Jestliže chodec kráčí od bodu A do bodu B a odtud jde dále po silnici, změní se v bodě B směr jeho pohybu. Přitom v obr. 52a změna směru pohybu je menší, jde-li dále ve směru od B do C , než jde-li dále ve směru od B do D ; při první změně máme t. zv. **úhel tupý**,

při druhé t. zv. **úhel ostrý**. (O ostrých a tupých úhlech budeme se dále učit až v oddílu III.) Naproti tomu v obr. 52b máme stejně velkou změnu směru pohybu, ať již jde chodec od bodu *B* dále ve směru do *C*, či ve směru do *D*. Máme zde dva p r a v é ú h l y.

Vezměte si list papíru, třeba nepravidelného tvaru, jako v obr. 53, a ostře jej přehněte podle obr. 54. Dostanete přímkou, kterou označte *p*. Přehněte papír znovu podle obr. 55 tak, aby se dvě části přímkou *p* přesně kryly. Dostanete

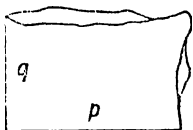


Obr. 53.

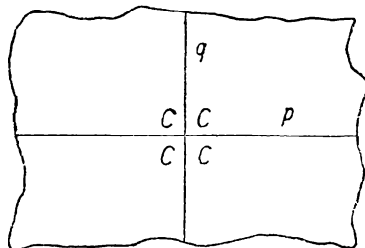


Obr. 54.

novou přímkou, kterou označte *q*. Rozvinete-li papír zpět do rovné polohy, máte dvě přímkou, které se protínají v bodě *C* (obr. 56). Když byl papír přeložen podél přímkou *p*, kryly se přesně dvě části přímkou *q*. Přesvědčte se ještě, že když přeložíte papír podél přímkou *q*, budou se přesně kryt dvě části přímkou *p*. Dvě přímkou v ta-



Obr. 55.



Obr. 56.

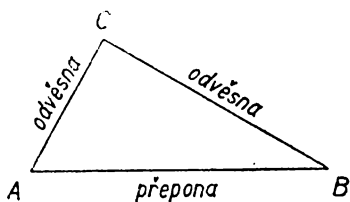
kové poloze jako přímkou *p*, *q* v obr. 56 se jmenují **přímkou k sobě kolmé**. Také se často říká, že přímkou *p*, *q* **stojí na sobě kolmo**. Stručně zapisujeme kolmost takto:

$$p \perp q \text{ nebo } q \perp p.$$

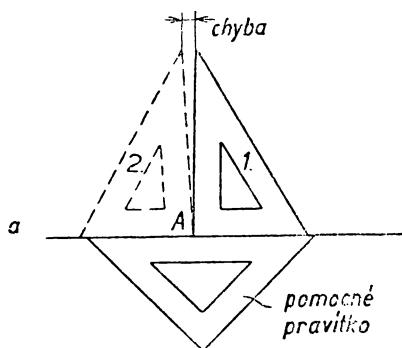
Rozstříhnete-li papír podél přímkou *p* i podél přímkou *q*, dostanete čtyři kusy papíru, které můžete položit jeden na druhý tak, že se

v blízkosti bodu C přesně kryjí. Dostáváme čtyři pravé úhly a bod C je vrchol každého z nich. Trojúhelník, jehož dvě strany stojí na sobě kolmo, neboli, jak se často říká, **svírají** pravý úhel, nazývá se trojúhelník pravoúhlý (obr. 57). Ty dvě strany, které stojí na sobě kolmo, jmenují se **odvěsny**; třetí strana se jmenuje **přepona**. Vaše trojúhelníková pravítka jsou pravoúhlá. Proveďte kontrolu jejich pravých úhlů podle obr. 58. Nejprve dejte pravítko do polohy 1 a pak přesně do polohy 2 a narýsujte obě kolmice. Objeví-li se mezera, kolmice se nekryjí a pravítko je třeba vyměnit za lepší.

Při rýsování kolmých přímek užíváme vždy obou trojúhelníkových pravítek. Při následujícím popisu rýsování označené *trojúhelníkové pravítka* znamená pravítko, podél kterého rýsujeme; druhé pravítko je nazváno *pomocné pravítko*.



Obr. 57.

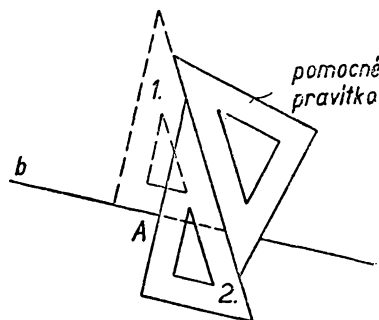


Obr. 58.

Máme-li narýsovat přímku, která prochází daným bodem A a stojí kolmo na dané přímce b , můžeme postupovat dvojím způsobem.

1. způsob (obr. 59):

Trojúhelníkové pravítko umístíme tak, aby se jedna odvěsna přesně kryla s částí narýsované přímky b . V této poloze přidržíme trojúhelníkové pravítko pevně levou rukou a pravou zlehka přisuneme k jeho přeponě pomocné pravítka. Když má pomocné pravítko správnou polohu, přidržíme

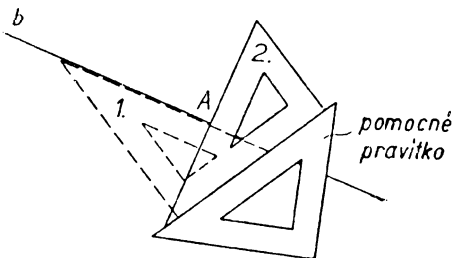


Obr. 59.

je pevně pravou rukou a levou zlehka posouváme trojúhelníkové pravítko, až jeho druhá odvěsna prochází bodem A . Potom přidržíme trojúhelníkové pravítko pevně levou rukou, pravou ruku uvolníme a rýsuje žádanou kolmou přímkou.

2. způsob (obr. 60):

Při prvním způsobu jsme rýsovali podél odvěsny, nyní rýsuje podél přepony. Trojúhelníkové pravítko umístíme tak, aby jeho přepona se přesně kryla s částí narýsované přímky (poloha 1).

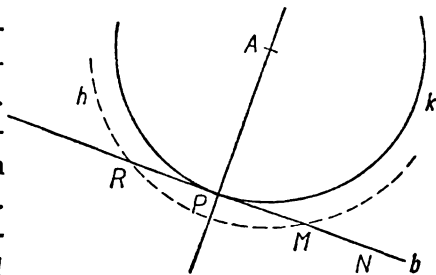


Obr. 60.

Levou rukou pevně přidržíme trojúhelníkové pravítko a pravou zlehka přisuneme k jedné odvěsně pomocné pravítko. Jakmile je ve správné poloze, přidržíme pomocné pravítko pevně pravou rukou a levou otočíme trojúhelníkové pravítko tak, aby

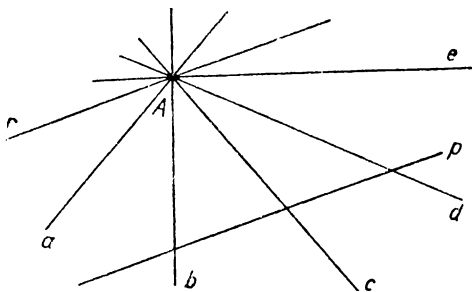
přiléhalo k pomocnému pravítku druhou odvěsnou; potom ještě zlehka posuneme trojúhelníkové pravítko tak, aby jeho přepona procházela bodem A . V této poloze 2 přidržíme trojúhelníkové pravítko pevně levou rukou, pravou ruku uvolníme a rýsuje žádanou kolmou přímkou.

Jestliže rýsuje přímkou, která stojí kolmo na dané přímce b a prochází bodem A ležícím na přímce b , říkáme, že **vztyčujeme kolmici k přímce b v bodě A** . Jestliže však rýsuje přímkou, která stojí kolmo na dané přímce b a prochází bodem A , jenž neleží na přímce b , říkáme, že **spouštíme kolmici na přímku b z bodu A** . Kolmice spuštěná z bodu A na přímku b protne přímku b v bodě P (obr. 61), který se jmenuje **pata spuštěné kolmice**. Tato pata je ze všech bodů přímky b nejbližší k bodu A . Proto se vzdálenost bodu A od paty P jmenuje **vzdálenost bodu A od přímky b** . Je menší nežli



Obr. 61.

vzdálenost bodu A od kteréhokoli jiného bodu přímky b . Jestliže kolem bodu A opíšeme kružnici k poloměrem AP , má tato kružnice s přímkou b společný jediný bod P ; všechny ostatní body M, N, R atd. přímky b leží vně kružnice k . Kružnice k prochází bodem P ve směru přímky b ; v blízkosti bodu P kružnice k a přímka b k sobě těsně přiléhají. Pravíme, že kružnice k a přímka b se navzájem **dotýkají** v bodě P . Naproti tomu kružnice h opsaná kolem bodu A' poloměrem větším než AP má s přímkou b dva společné body M, R ; přímka b je tedy sečnou kružnice h . Kružnice h prochází těmito dvěma body v jiných směrech, než je směr přímky b ; pravíme, že kružnice h a přímka b se navzájem **protínají** v bodech M, R .



Obr. 62.

Přímka b , která se dotýká kružnice k v jejím bodě P , jmenuje se **tečna kružnice k v bodě P** . **Tečna kružnice k v jejím bodě P stojí kolmo na spojnici bodu P se středem kružnice k** . Bod P se jmenuje **bod dotyku** tečny b .

V obr. 62 vidíme přímku p a bod A , který na ní neleží. Dále je v obrazci narýsováno několik přímek procházejících bodem A . Soustava všech takových přímek se jmenuje **svazek přímek**; bod A je **střed svazku**. Některé přímky svazku (v obr. 62 jsou to přímky b, c, d) protínají přímku p v nákresně. Jiné přímky svazku (v obr. 62 jsou to přímky a, e) protínají přímku p v nepřístupných bodech. Je však ve svazku ještě jedna přímka (v obr. 62 je to přímka r), která neprotne přímku p vůbec, i kdybychom narýsované části přímek p, r libovolně daleko prodloužili. Takové dvě přímky v nákresně, které se neprotnou ani v nákresně, ani v nepřístupném bodě, jmenují se **rovnoběžné přímky** nebo krátce **rovnoběžky**. Rovnoběžnost přímek p, r zapisujeme takto:

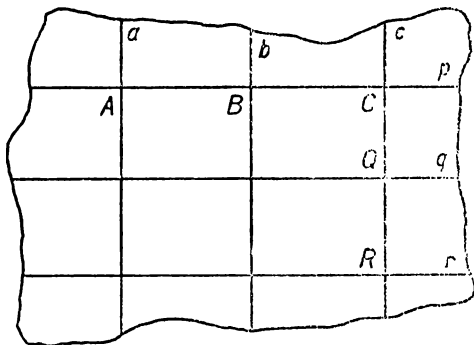
$$p \parallel r \text{ nebo } r \parallel p$$

Vezměte si volný list papíru (obr. 63). Přeložením papíru dostanete přímku p , na které si zvolte tři body A, B, C . Překládáním

papíru dostanete kolmice a, b, c vztyčené k přímce p v bodech A, B, C . Zvolte si další dva body Q, R na přímce c . Překládáním papíru dostanete kolmice q, r vztyčené k přímce c v bodech Q, R . Přímky q, r stojí kolmo také na přímce a i na přímce b ; přesvědčte se o tom překládáním papíru! Celkem máme:

$$\begin{array}{lll} a \perp p, & b \perp p, & c \perp p, \\ a \perp q, & b \perp q, & c \perp q, \\ a \perp r, & b \perp r, & c \perp r, \\ a \parallel b, & a \parallel c, & b \parallel c, \\ p \parallel q, & p \parallel r, & q \parallel r. \end{array}$$

Dvě přímky, které stojí kolmo na přímce třetí, jsou spolu rovnoběžné. Dvě přímky, které jsou obě rovnoběžné s přímkou třetí, jsou mezi sebou rovnoběžné. Přímka, která stojí kolmo na druhé přímce, stojí kolmo také na každé rovnoběžce s druhou přímkou.



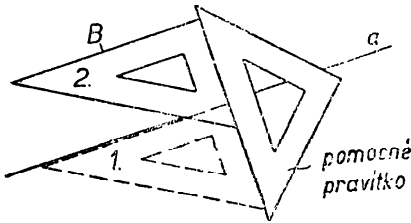
Obr. 63.

Pruh, omezený dvěma rovnoběžkami, třeba přímkami a, c v obr. 63, jmenuje se **přímý pás**. Pozorujete, že takový pás má všude stejnou šířku, která se jmenuje **vzdálenost rovnoběžek a, c** . Tuto vzdálenost můžeme měřit na kterékoli společné kolmici. Přeměřte ji v obr. 63 na kolmicích p, q a r ! Přeměřte také šířku pásu omezeného rovnoběžkami q, r . Vzdálenost

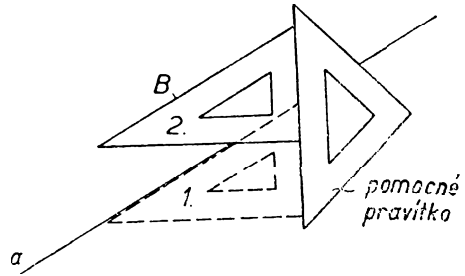
dvou rovnoběžných přímek se rovná vzdálenosti kteréhokoli bodu na jedné z nich od druhé.

Máme-li narýsovat přímku, která prochází daným bodem B a je rovnoběžná s danou přímkou a , užíváme dvou pravítek. Při popise nazveme zase trojúhelníkovým pravítkem to, podle kterého rysujeme; druhé pravítko nazveme pomocné. Rýsovat můžeme buďto podél odvěsny (obr. 64) nebo podél přepony (obr. 65)

trojúhelníkového pravítka. Při rýsování podél odvěsny postupujeme takto. Přiložíme trojúhelníkové pravítko tak, aby jedna odvěsna se přesně kryla s částí narýsované přímky a . Potom je přidržíme pevně levou rukou a pravou zlehka přisuneme pomocné pravítko jednou stranou ke druhé odvěsně. Nyní přidržíme pomocné pravítko pevně pravou rukou a levou zlehka posouváme pomoc-



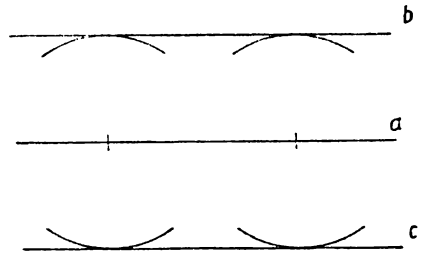
Obr. 64.



Obr. 65.

né pravítko, až ta odvěsna, která se kryla s přímkou a , bude procházet bodem B . V této poloze přidržíme pevně levou rukou trojúhelníkové pravítko, pravou rukou uvolníme a rýsuje žádanou rovnoběžku. Postup při rýsování podél přepony je zcela obdobný.

Úlohu sestrojiti k dané přímce a rovnoběžku v dané vzdálenosti můžeme řešit pravítkem a kružítkem takto (obr. 66): Kolem dvou bodů zvolených na přímce a (ne příliš blízko u sebe) opíšeme kružnice poloměrem rovným dané vzdálenosti. Žádané rovnoběžky b, c rýsuje tak, aby se dotýkaly obou kružnic. Správné umístění pravítka je lehké. Kružnice nerýsuje celé, jenom obloučky, jak je naznačeno v obr. 66.



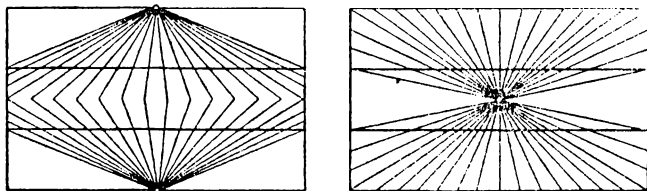
Obr. 66.

Geometrické názvy, s kterými jste se seznámili v tomto článku: pravý úhel — jeho vrchol — přímky k sobě kolmé — (přímky, které stojí na sobě kolmo) — pravoúhlý trojúhelník — jeho odvěsny

svírají pravý úhel — jeho přepona leží proti pravému úhlu — kolmice vztyčená k přímce — kolmice spuštěná na přímku — pata kolmice — vzdálenost bodu od přímky — tečna kružnice — její bod dotyku — tečna se kružnice dotýká, sečna kružnici protíná — svazek přímek — rovnoběžné přímky neboli rovnoběžky — přímý pás — vzdálenost dvou rovnoběžek.

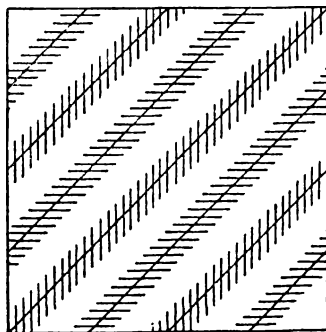
Cvičení.]

83. S pravými úhly se setkáváme v životě na každém kroku. Hrany místností nebo hrany stolu atd., pravé úhly vidíme na dveřích, na oknech atd. Jmenujte jiné příklady. Přesvědčujte se přiložením pravítka.
84. Jdeme-li po přímé silnici, jak se mění naše vzdálenost od stromu stojícího stranou v poli? Kudy vede nejkratší cesta od stromu k silnici?



Obr. 67.

85. V jakém směru má chodec přecházet přes jízdní dráhu? Proč?
86. Jmenujte předměty, na kterých se vyskytují rovnoběžky.
87. Jakou vzájemnou polohu mají dvě přímky svislé? Jakou vzájemnou polohu mají dvě přímky, je-li jedna vodorovná a druhá svislá.
88. Zkoumejte pohledem i mětením obě vyznačené čáry v obr. 67. Jsou přímé? Jakou mají vzájemnou polohu?
89. Zkoumejte na pohled vzájemnou polohu přeškrtnutých čar v obr. 68. Kontrolujte dvěma pravítky.
90. Každá odvěsna pravoúhlého trojúhelníka je menší než jeho přepona. Odůvodněte.
91. Zvolte přímku $ABCD$ a ve všech čtyřech bodech A, B, C, D k ní vztyčte kolmice. Přesvědčte se dvěma pravítky, že všechny naryšované kolmice jsou spolu rovnoběžné.



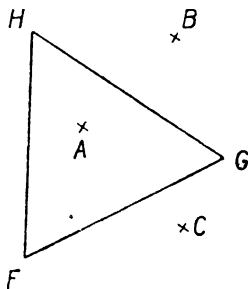
Obr. 68.

102. Opakujte cvičení 36 (str. 26) a pozorujte, zdají-li se vám některé přímky v obrazci rovnoběžné. Přesvědčte se dvěma pravítky. Změřte vzdálenosti rovnoběžek.

103. Sestrojte rovnostranný trojúhelník FGH o straně 33 mm. Zvolte si tři body A, B, C asi jako v obr. 73. Veďte bodem A přímkou $a \parallel FH$, bodem B přímkou $b \parallel GH$, bodem C přímkou $c \parallel FG$. Přesvědčte se měřením, že přímkami a, b, c je vymezen nový rovnostranný trojúhelník.

104. Sestrojte si rovnostranný trojúhelník ABC o straně 4 cm. Zvolte si dva body P, Q uvnitř trojúhelníka ABC . Najděte vzdálenosti bodu P od všech stran trojúhelníka ABC a všechny tři vzdálenosti graficky sečtěte. Totéž proveďte s bodem Q . Jestliže jste přesně pracovali, musí být oba součty sobě rovny.

105. Zvolte si dva body H, K (dosti daleko od sebe). Bodem H veďte dvě libovolné přímky a, b . Spusťte na ně kolmice z bodu K ; paty kolmic označte A, B . Bodem K veďte libovolnou přímkou c . Spusťte na ni kolmici z bodu H ; patu kolmice označte C . Opište kružnici k nad průměrem HK . Jestliže jste přesně pracovali, musí všechny tři body A, B, C ležet na kružnici k .



Obr. 73.

106. Zvolte si bod S a veďte jím tři přímky. Na první naneste $\overline{AS} = \overline{SB} = 35$ mm, na druhou $\overline{CS} = \overline{SD} = 35$ mm, na třetí $\overline{ES} = \overline{SF} = 35$ mm. V bodech A a B vztyčte kolmice k přímce AB . V bodech C a D vztyčte kolmice k přímce CD . V bodech E a F vztyčte kolmice k přímce EF . Opište kružnici kolem bodu S poloměrem 35 mm. Všecky sestrojené kolmice se dotýkají kružnice k . Proč?

107. Zvolte si kružnici k (dosti velikou) a na ní čtyři body A, B, C, D . Z bodu D spusťte kolmici na přímky AB, AC a BC ; paty kolmic označte X, Y, Z . Při přesném rýsování musí body X, Y, Z ležet na jedné přímce. Přesvědčte se.

108. Sestrojte trojúhelník ABC o stranách $\overline{AB} = 5$ cm, $\overline{AC} = 4$ cm, $\overline{BC} = 63$ mm. Najděte střed S strany AB . Bodem C veďte rovnoběžku r s přímkou AB . Na přímce r určete bod H ve vzdálenosti 25 mm od bodu C . (Jsou dva takové body H ; zvolte ten z nich, pro který se úsečky AC a BH protnou.) Bodem S veďte rovnoběžku s přímkou AC ; její průsečík s přímkou r označte K . Při správném rýsování vyjde předně $\overline{HC} = \overline{CK}$, za druhé $AH \parallel SC \parallel BK$, za třetí $SH \parallel BC$. Změřte vzdálenost rovnoběžek AH, BK . Všem žákům má vyjít stejná vzdálenost.

109. Zvolte si čtyři body A, B, C, D na jedné přímce tak, že $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 26$ mm. Bodem B veďte libovolnou přímkou a určete na ní bod K tak, že $\overline{BK} = 37$ mm. (Jsou dva takové body K ; zvolte jen jeden.) Najděte střed S

úsečky BK . Bodem S veďte rovnoběžku r s přímkou $ABCD$. Všechny tři body A, C, D spojte s bodem K . Průsečíky těchto tří spojnic s přímkou r označte po pořádku písmeny P, T, U . Při správném rýsování vám musí vyjít, že $PS = ST = TU = 13$ mm.

110. Zvolte si čtyřúhelník $ABCD$ (dosti veliký). Určete střed H strany AB , střed K strany BC , střed L strany CD , střed M strany DA . Narýsujte přímky HK, LM, HM, KL . Při správném rýsování vám musí vyjít $\overline{HK} = \overline{LM}, \overline{HM} = \overline{KL}, HK \parallel LM, HM \parallel KL$.

Cvičení 111 až 113 proveďte každé na dosti velkém listu volného papíru. Potřebné přímky si opatřte přehnutím papíru. Tužky užívejte jen potud, že body vyznačíte křížky a popíšete je písmeny. Kružnici ve cvičení 113 narýsujte kružtkem.

111. Opakujte cvičení 15 (str. 12).

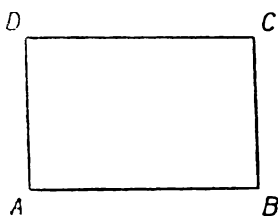
112. Opakujte cvičení 16 (str. 12.)

113. Opakujte cvičení 107.

II. OBDÉLNÍK A KVÁDR.

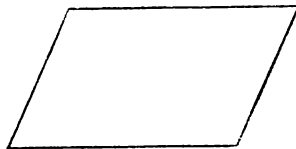
I. Vlastnosti čtverce a obdélníka.

Již na str. 24 jsme se seznámili se čtyřúhelníky (obr. 24). V životě se velmi často setkáváme se čtyřúhelníky zvláště jednoduchého tvaru; jsou to obdélníky. Obdélník je takový čtyřúhelník, jehož každé dvě sousední strany stojí na sobě kolmo. Sousední strany jsou ovšem takové strany, které vycházejí obě z téhož vrcholu; dvě strany, které nejsou sousední, jsou **protější**.



Obr. 74.

V obr. 74 máme obdélník $ABCD$. Je $AD \perp AB, BC \perp AB$, t. j. obě přímky AD i BC stojí kolmo na téže přímce AB , a proto jest $AD \parallel BC$. Podobně obě přímky AB i CD stojí kolmo na



Obr. 75.

téže přímce AD , a proto jest $AB \parallel CD$. Tedy každé dvě protější strany obdélníka jsou rovnoběžné. Čtyřúhelník, u kterého každé dvě protější strany jsou rovnoběžné, jmenuje se **rovnoběžník**. Tyto obdélníky patří mezi rovnoběžníky, ale v obr. 75 vidíme

rovnoběžník, který není obdélníkem. Obecné rovnoběžníky budeme probírat až ve II. třídě; nyní se omezíme jenom na obdélníky.

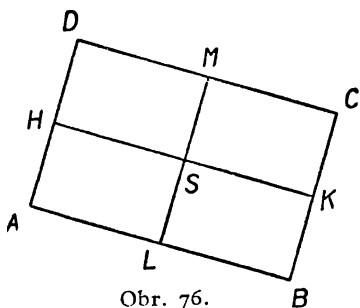
Vraťme se k obdélníku $ABCD$ v obr. 74. Vzdálenost rovnoběžek AD a BC můžeme měřit na společné kolmici AB , ale můžeme ji měřit také na společné kolmici CD ; proto je $\overline{AB} = \overline{CD}$. Podobně vzdálenost rovnoběžek AB a CD můžeme měřit buďto na společné kolmici AD , nebo na společné kolmici BC ; proto je $\overline{AD} = \overline{BC}$.

Tedy každé dvě protější strany obdélníka jsou si rovny. Velikosti stran obdélníka nazýváme **rozměry obdélníka**. Obdélník má čtyři strany, ale protože protější strany jsou si rovny, obdélník má dva rozměry. Při zvláštních polohách dáváme v praxi rozměrům obdélníka názvy délka, šířka, výška. Mluvíme na př. o délce a šířce stropu, o šířce a výšce okna a pod. Název rozměry je v geometrii vhodnější, protože se hodí pro každou polohu obdélníka.

Známe-li oba rozměry obdélníka, je tím úplně určena jeho velikost i tvar: dva obdélníky s týmiž rozměry jsou shodné; poloha obdélníka je však ještě libovolná. Máme-li sestrojiti obdélník na př. s rozměry 7 cm a 5 cm, narýsujeme nejprve úsečku $\overline{AB} = 7$ cm. Potom (pomocí dvou pravítek) vztýčíme v bodech A, B kolmice k přímkě AB a nanese na ně $\overline{AD} = 5$ cm, $\overline{BC} = 5$ cm. Nanášení provedeme ovšem tak, aby body C, D nebyly od sebe odděleny přímkou AB . Kontrolu přesnosti rýsování máme jednak v tom, že musí býti také $\overline{CD} = 7$ cm, jednak v tom, že také při vrcholech C, D musíme dostat pravé úhly.

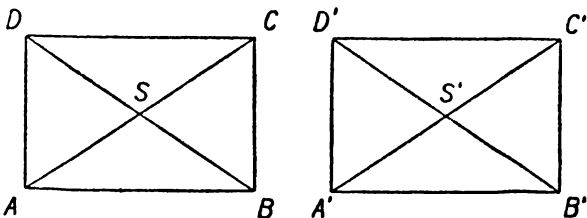
Vezměme volný list papíru tvaru obdélníka $ABCD$ (obr. 76). Přehněme jej tak, aby se kryly strany AB, CD . Tím dostaneme úsečku HK , jejíž krajní body jsou: střed H strany AD a střed K strany BC .

Za druhé přehněte obdélník $ABCD$ tak, aby se kryly strany AD a BC . Tím dostanete úsečku LM , jejíž krajní body jsou: střed L strany AB a střed M strany CD . Obě úsečky HK, LM se protnou v bodě S ; jmenují se **střední příčky** obdélníka a S se jmenuje **střed obdélníka**. Přehneme-li papír podél střední příčky HK , kryjí se navzájem obě úsečky AB, CD a proto



Obr. 76.

se kryjí také body L, M ; podobně při přehnutí podél druhé střední příčky LM se kryjí navzájem body H, K . Z toho poznáváme: Střední příčky obdélníka stojí na sobě kolmo. Střední příčka HK rozdělí obdélník $ABCD$ na dva obdélníky $ABKH, HKCD$, které se navzájem kryjí při přehnutí kolem HK ; jsou shodné a mají jeden rozměr rovný rozměru AB původního obdélníka $ABCD$; druhý rozměr se zmenší na polovinu. Podobně střední příčka LM rozdělí obdélník $ABCD$ na dva shodné obdélníky $ALMD, LBCM$. Oběma středními příčkami je obdélník $ABCD$ rozdělen na čtyři menší obdélníky $ALSH, LBKS, HSMD, SKCM$, které jsou také navzájem shodné; jejich oba rozměry jsou poloviční rozměry obdélníka $ABCD$. Střední příčky obdélníka se navzájem půlí; jejich velikosti jsou rozměry obdélníka.

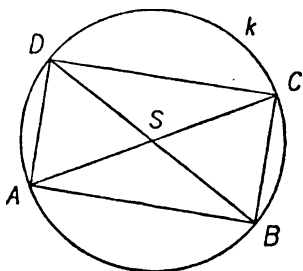


Obr. 77.

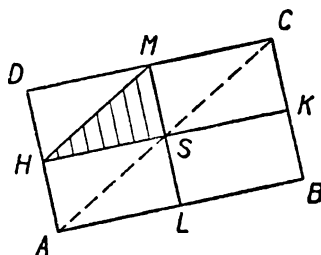
Narýsujte si do sešitu obdélník $ABCD$ s určitými rozměry, na př. $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$, $\overline{AD} = 3 \text{ cm}$. Na volný list papíru si narýsujte obdélník $A'B'C'D'$ s týmiž rozměry, tedy $\overline{A'B'} = \overline{AB}$, $\overline{A'D'} = \overline{AD}$. Narýsujte si dále (obr. 77) obě úhlopříčky obou obdélníků a jejich průsečíky označte S, S' . (Uvidíme, že průsečík úhlopříček je týž jako průsečík středních příček, a proto jsme volili zase písmeno S .) Protože oba narýsované obdélníky mají tytéž rozměry, jsou shodné a můžeme je položit jeden na druhý tak, aby se kryly. Vystříhněte obdélník $A'B'C'D'$ a položte jej na obdélník $ABCD$ tak, aby se bod A' kryl s bodem A , bod B' s bodem B , C' s C , D' s D . Přitom se bude úhlopříčka $A'C'$ kryt s úhlopříčkou AC . Můžeme však také vystřížený obdélník napřed obrátit na ruby, a potom jej položit na obdélník $ABCD$ tak, aby se bod B' kryl s bodem A' , bod A' s bodem B , bod D' s bodem C , bod C' s bodem D . Nyní se bude úhlopříčka $A'C'$ kryt s úhlopříčkou BD . Srovnáme-li oba výsledky, vidíme, že úhlopříčka $A'C'$ se po prvé kryla s úhlopříčkou AC , po druhé s úhlopříčkou BD . Tedy $\overline{AC} = \overline{BD}$, neboli obě úhlopříčky obdélníka jsou si rovny.

Položíme-li obdélník $A'B'C'D'$ tak, aby se kryl s obdélníkem $ABCD$, budou se úhlopříčky prvního obdélníka kryt s úhlopříčkami druhého a středy S, S' se budou krýti navzájem. Položíme-li obdélník $A'B'C'D'$ na obdélník $ABCD$ prvním z popsanych způsobů, kryje se bod A' s bodem A , bod S' s bodem S , a tedy úsečka $A'S'$ s úsečkou AS . Můžeme však také obdélník $A'B'C'D'$ otočit a položit jej na obdélník $ABCD$ tak, že se kryje C' s A , D' s B , A' s C , B' s D a ovšem také S' s S ; potom se úsečka $A'S'$ kryje s úsečkou CS . Tedy úsečka $A'S'$ se kryla jednou s úsečkou AS , po druhé s úsečkou CS , a vidíme, že je $\overline{AS} = \overline{CS}$. Podobně je také $\overline{BS} = \overline{DS}$. Tedy obě úhlopříčky obdélníka se navzájem půlí.

Protože úhlopříčky $\overline{AC}, \overline{BD}$ jsou si rovny a půlí se navzájem, je $\overline{AS} = \overline{BS} = \overline{CS} = \overline{DS}$. Jestliže tedy kolem bodu S opíšeme kružnici k poloměrem \overline{AS} , bude na této kružnici ležet nejen bod A , nýbrž



Obr. 78.



Obr. 79.

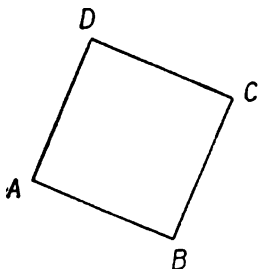
také body B, C, D . Kružnice k , která prochází všemi vrcholy obdélníka $ABCD$, jmenuje se **kružnice opsaná** obdélníku $ABCD$. Také říkáme, že $ABCD$ je **obdélník vepsaný** do kružnice k (obr. 78).

V obr. 79 je narysován obdélník $ABCD$, jeho střední příčky HK, LM a jejich průsečík S . Dále je v obrazci vyznačen trojúhelník HSM . Jestliže tento trojúhelník posuneme podél přímky HSK , přejde přímka HM v přímku SC , která je tedy rovnoběžná s HM . Jestliže však vyčárkovaný trojúhelník posuneme podél přímky MSL , přejde přímka HM v přímku AS , která je tedy také rovnoběžná s HM . Protože bodem S lze vésti k přímce HM jedinou rovnoběžku, leží na ní tři body A, S, C , t. j. úhlopříčka AC prochází bodem S . Podobně se můžeme přesvědčit, že také druhá úhlopříčka

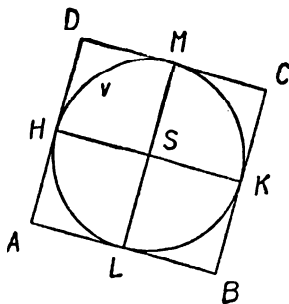
prochází bodem S . Tedy průsečík středních příček obdélníka je také průsečíkem úhlopříček obdélníka. Již jsme si řekli, že bod S nazýváme krátce středem obdélníka.

Obdélník může mít oba rozměry stejné (obr. 80). Pak se jmenuje č t v e r e c. Všecky strany čtverce jsou si rovny. Protože čtverec je zvláštní případ obdélníka, má při každém vrcholu pravý úhel, jeho úhlopříčky jsou si rovny a navzájem se půlí.

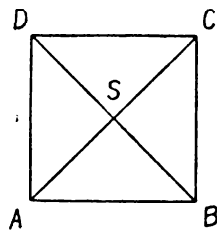
Narýsujte si čtverec $ABCD$ třeba o straně 6 cm. Sestrojte obě střední příčky HK , LM (obr. 81), které se protnou v bodě S . Protože velikosti středních příček obdélníka jsou jeho rozměry a protože oba rozměry čtverce jsou si rovny, je $\overline{HK} = \overline{LM} = 6$ cm. Protože střední příčky se navzájem půlí, je $\overline{SH} = \overline{SK} = \overline{SL} = \overline{SM} = 3$ cm.



Obr. 80.



Obr. 81.



Obr. 82.

Kružnice v opsaná kolem bodu S poloměrem 3 cm obsahuje tedy všechny čtyři body H, K, L, M . Protože na př. přímka BKC stojí kolmo na přímce HSK , dotýká se přímka BC kružnice v v bodě K . Stejně vidíme, že se přímka AB dotýká kružnice v v bodě L , přímka AD se jí dotýká v bodě H a přímka CD v bodě M . Pravíme, že v je **kružnice vepsaná** do čtverce $ABCD$, dotýká se všech jeho stran a že $ABCD$ je **čtverec opsaný** kružnicí v . Do **obecného obdélníka** (t. j. do takového obdélníka, který není čtvercem) nedá se vepsat kružnice. Do čtverce lze kružnici vepsat a lze mu také kružnici opsat; vepsaná a opsaná kružnice jsou kružnice soustředné.

Sestrojte si na volném listu papíru čtverec $ABCD$ a narýsujte si úhlopříčky AC, BD , které se protnou v bodě S . Vystříhněte si čtverec. Přeložíte-li vystřížený čtverec podél úhlopříčky AC , pozor-

jete, že se kryje bod B s bodem D , a tedy úsečka BS s úsečkou DS . Přeložíme-li čtverec podél druhé úhlopříčky BD , kryje se bod A s bodem C , a tedy úsečka AS s úsečkou CS . Z toho soudíme, že obě úhlopříčky čtverce stojí na sobě kolmo (obr. 82).

Zvolme nyní úsečku AC . Chceme sestrojít čtverec $ABCD$, t. j. takový čtverec, jehož úhlopříčkou je narýsovaná úsečka AC . Stačí sestrojít druhou úhlopříčku BD , neboť pak máme všechny vrcholy a snadno narýsuje strany. Protože se úhlopříčky navzájem půlí, sestrojíme střed S úsečky AC ; jím půjde druhá úhlopříčka, a to, jak víme, kolmo na AC . Vztyčíme tedy na přímkou AC v bodě S kolmici a na ní nanese na obě strany polovinu úsečky AC . Tím dostaneme žádanou druhou úhlopříčku BD . Sami vysvětlíte proč.

V tomto článku jste se seznámili s těmito geometrickými názvy: obdélník — čtverec — sousední strany — protější strany — rovnoběžník — rozměry obdélníka — střední příčky obdélníka nebo čtverce — střed obdélníka nebo čtverce — obecný obdélník — kružnice opsaná obdélníku nebo čtverci — obdélník nebo čtverec vepsaný do kružnice — kružnice vepsaná do čtverce — čtverec opsaný kružnicí.

Cvičení.

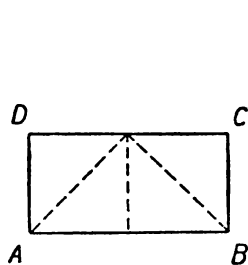
114. S tvarem obdélníka se v životě setkáváme velmi často: deska stolu, podlaha, list knihy atd. Jmenujte řadu jiných příkladů.
115. Sestrojte obdélník 7 cm dlouhý, jehož obvod měří 2 dm.
116. Narýsujte ve zmenšeném měřítku podlahu učebny a vyznačte polohu dveří a oken.
117. Sestrojte obdélník s rozměry 72 mm, 54 mm a opište mu kružnici. Při správném rýsování bude poloměr kružnice přesně 45 mm.
118. Zvolte bod S (asi uprostřed sešitu) a vedte jím přímkou p . Sestrojte obdélník s rozměry 5 cm, 3 cm v takové poloze, aby S byl jeho střed a aby jedna střední příčka byla částí přímky p . Jsou dva různé takové obdélníky a máte je sestrojít oba. Mají oba stejnou opsanou kružnici; narýsujte ji.
119. Kolem zvoleného bodu S opište kružnici s průměrem 1 dm a narýsujte si dva libovolné průměry EF , GH . Jaký čtyřúhelník je $EGFH$? Změřte všechny strany a přesvědčte se, že všechny čtyři úhly jsou pravé.
120. Jaký bude čtyřúhelník $BGFH$ ze cvičení 119, jestliže $EF \perp GH$. Kontrolujte měření.

121. Zvolte přímku p a bod H ve vzdálenosti 3 cm od přímky p . Máte sestrojít obdélník $HKLM$ (vrchol H je už určen tím, že strana KL je částí přímky p a $\overline{KL} = 2$ cm). Jsou dva různé takové obdélníky a máte je sestrojít oba.
122. Opakujte cvičení 121 s tím rozdílem, že nyní se \overline{KL} nerovná 2 cm, ale obvod obdélníka má velikost 11 cm.
123. Zvolte přímku p a bod S ve vzdálenosti 25 mm od přímky p . Sestrojte obdélník $CDEF$ se středem S tak, aby strana CD byla částí přímky p a aby se \overline{CD} rovnalo 4 cm.
124. Sestrojte čtverec se stranou 69 mm a čtverec s úhlopříčkou 92 mm. Zjistěte měřením, který čtverec je větší. Výsledek si запиšte. Budete jej potřebovat ve cvičení 158.
125. Sestrojte čtverec se stranou 53 mm a čtverec s úhlopříčkou 8 cm. Zjistěte měřením, který čtverec je větší. Výsledek si запиšte. Budete jej potřebovat ve cvičení 158.
126. Sestrojte čtverec s úhlopříčkou 7 cm. Vpište do něho kružnici.
127. Čtyrúhelník, jehož obě úhlopříčky jsou stejně dlouhé, narýsujte tak, aby to nebyl obdélník.
128. Čtyrúhelník, jehož obě úhlopříčky se navzájem půlí, narýsujte tak, aby to nebyl obdélník.
129. Čtyrúhelník, jehož všechny strany jsou si rovny, narýsujte tak, aby to nebyl čtverec. Takový čtyrúhelník se jmenuje kosočtverec. Přesvědčte se měřením, že úhlopříčky narýsovaného kosočtverce stojí na sobě kolmo.
130. Narýsujte čtyrúhelník $ABCD$ tak, aby úhlopříčky stály na sobě kolmo, aby si byly rovny, aby úhlopříčka AC procházela středem úhlopříčky BD , ale aby to nebyl čtverec.
131. Narýsujte čtverec $ABCD$ o straně 3 cm. Sestrojte rovnostranné trojúhelníky ABF , BCG , CDH , DAK tak, aby nezasahovaly dovnitř čtverce. Přesvědčte se měřením, že $FGHK$ je čtverec. Vpište do něho kružnici.
132. Narýsujte čtverec $ABCD$ o straně 8 cm. Sestrojte rovnostranné trojúhelníky ABF , BCG , CDH , DAK tak, aby zasahovaly dovnitř čtverce. Přesvědčte se měřením, že $FGHK$ je čtverec. Opište mu kružnici.
133. Sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC o straně 3 cm. Sestrojte čtverce $ABED$, $BCGF$, $CAKH$ tak, aby nezasahovaly dovnitř trojúhelníka ABC . Přesvědčte se měřením, že DFH a EGK jsou dva shodné rovnostranné trojúhelníky.

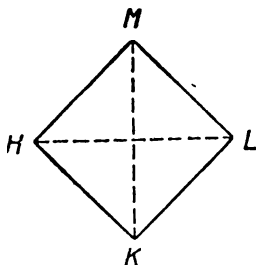
2. Obsah čtverce a obdélníka.

Nyní se budeme zabývat úlohou, která je prakticky velmi důležitá, a to pro měření velikosti ploch. V této třídě budeme probírat pouze měření ploch velmi jednoduchého tvaru.

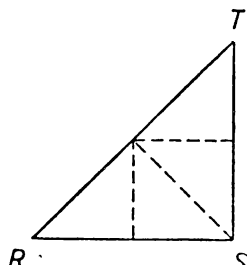
Plochy, které jsou stejně veliké, nemusí mít stejný tvar. Na př. v obr. 83a vidíme obdélník $ABCD$, v obr. 83b čtverec $HKLM$, v obr. 83c trojúhelník RST . Svým tvarem jsou to obrazce naprosto odlišné jeden od druhého. Ale velikost mají ty tři obrazce všechny stejnou. O tom se přesvědčíme, rozstříháme-li každý



Obr. 83a.



Obr. 83b.

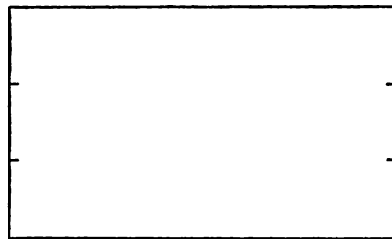


Obr. 83c.

z nich na čtyři části podle čárkovaných úseček. Neboť všechny ty části jsou shodné a mají tedy touž velikost; skládáním čtyř částí dostaneme kterýkoli ze tří obrazců. Proveďte to!

Délku čáry můžeme vyjádřit v centimetrech, což znamená určit, kolikrát je ta čára větší než jednotka délky 1 cm. Podobně velikost plochy nebo, jak se v geometrii zpravidla říká, obsah plochy můžeme vyjádřit ve čtverečních centimetrech, což zna-

mená určit, kolikrát je ta plocha větší než plošná jednotka 1 cm^2 (čtvereční centimetr). Tato plošná jednotka znamená velikost čtverce, jehož strana měří 1 cm, nebo ovšem také velikost jakékoli plochy jiného tvaru, ale stejně velké jako čtverec o straně 1 cm.



Obr. 84.

V obr. 84 máme dva obdélníky s vodorovnou stranou 5 cm; svislá strana prvního měří 1 cm, druhého 3 cm. První obdélník se dá svislými příčkami (v obr. 84 jsou pouze naznačeny) rozdělit na 5 čtver-

ců se stranou 1 cm, z nichž každý měří 1 cm²; proto obsah prvního obdélníka je 5 cm². Druhý obdélník se dá svislými příčkami (v obr. 84 pouze naznačenými) rozdělit na tři obdélníky shodné s prvním obdélníkem, tedy na tři obdélníky s obsahem 5 cm². Proto obsah druhého obdélníka je třikrát větší než 5 cm², t. j. druhý obdélník má obsah 15 cm².

Na volném listu papíru narýsujte čtverec se stranou 8 cm a vystrihněte jej! Vystřižený čtverec přeložte po délce přesně v polovině a přeložte znovu (stále po délce) ještě dvakrát. Při rozvinutí vidíte čtverec rozdělený na 8 obdélníků s rozměry 8 cm a 1 cm. Opakujte trojitě přeložení ještě jednou, ale tentokrát po šířce. Po rozvinutí máte celý čtverec rozdělen na $8 \cdot 8 = 64$ čtverečky o straně 1 cm. Obsah původního čtverce je tedy 64 cm². Odstrihněte od tohoto čtverce obdélník s rozměry 8 cm, 2 cm. Zbude obdélník s rozměry 8 cm, 6 cm, který je rozdělen na $8 \cdot 6 = 48$ čtverečků se stranou 1 cm, a proto má obsah 48 cm².

Jak je vám známo z aritmetiky, máme tyto délkové jednotky: 1 mm, 1 cm, 1 dm, 1 m, dekametr = 10 m, hektometr = 100 m, 1 km = 1000 m. **Měnitel** délkových jednotek je deset; to znamená, že každá následující jednotka je desetinásobek předcházející jednotky.

Obsah čtverce, jehož strana je délková jednotka, tvoří příslušnou plošnou jednotku. Tedy plošné jednotky jsou: 1 mm² (čtvereční milimetr), 1 cm² (čtvereční centimetr), 1 dm² (čtvereční decimetr), 1 m² (čtvereční metr), dále čtvereční dekametr, čtvereční hektometr a posléze 1 km² (čtvereční kilometr). Označení dekametr a hektometr se v praxi neužívá, ale příslušných plošných jednotek se užívá v praxi velmi často; dávají se jim však kratší jména. Čtvereční dekametr se jmenuje ar (značka 1 a), čtvereční hektometr se jmenuje hektar (značka 1 ha).

V obr. 85 je naznačeno, jak by se čtverec o straně 1 cm mohl rozdělit na čtverečky o straně 1 mm. Bylo by jich $10 \cdot 10 = 100$. **Měnitel** plošných jednotek je sto; to znamená, že každá následující plošná jednotka je stonásobek předcházející jednotky. Tedy:

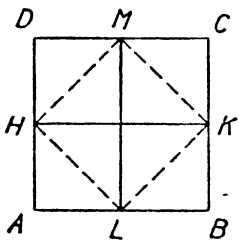


Obr. 85.

$$\begin{array}{lll}
 1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2, & 1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2, & 1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2, \\
 1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2, & 1 \text{ ha} = 100 \text{ a}, & 1 \text{ km}^2 = 100 \text{ ha}.
 \end{array}$$

Z toho, co bylo uvedeno, je jasné následující základní pravidlo: Obsah obdélníka je součin obou jeho rozměrů. Toto základní pravidlo si musíte dobře pamatovat, ale také musíte umět k němu ještě připojit vysvětlení: Jsou-li rozměry vyjádřeny v určité délkové jednotce, vyjde obsah v příslušné jednotce plošné.

Druhá mocnina čísla se dostane, jestliže číslo znásobíme samo sebou. Na př. druhá mocnina čísla 7 je $7 \cdot 7 = 49$. Obsah čtverce je druhá mocnina velikosti strany. Jaké vysvětlení musíte umět dodat k tomuto pravidlu?



Obr. 86.

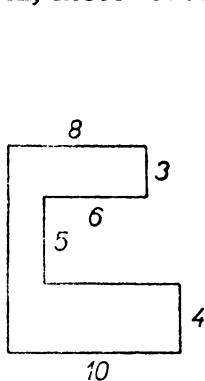
V obr. 86 máme čtverec $ABCD$ rozdělen středními příčkami HK , LM na čtyři shodné menší čtverce, z nichž každý je ještě čárkovanou úsečkou rozdělen na dva shodné trojúhelníky. Celkem je čtverec $ABCD$ rozdělen na osm shodných, a tedy stejně velikých částí. Vyčárkované úsečky omezují čtverec $HLKM$, který se skládá ze čtyř trojúhelníků. Protože čtyři je polovina z osmi, je obsah čtverce $HLKM$ polovina obsahu čtverce $ABCD$. Úhlopříčka čtverce $HLKM$ se však rovná straně čtverce $ABCD$. Když se tedy úhlopříčka čtverce $HLKM$ rovná straně čtverce $ABCD$, je obsah čtverce $HLKM$ polovinou obsahu čtverce $ABCD$. Z toho vyplývá pravidlo: Obsah čtverce je polovina druhé mocniny úhlopříčky. Jaké vysvětlení patří k tomuto pravidlu?

Z předcházejícího výkladu je patrné, že zvětšíme-li jeden rozměr obdélníka dvakrát, třikrát, čtyřikrát atd., zvětší se také právě tolikrát obsah obdélníka, neboť zvětšený obdélník se dá rozložit na dva, tři, čtyři atd. obdélníky shodné s obdélníkem původním. Na př. máme v obr. 84 dva obdélníky téže délky a výška druhého je trojnásobek výšky prvního; druhý obdélník se dá rozložit na tři obdélníky shodné s prvním a jeho obsah je trojnásobek ob-

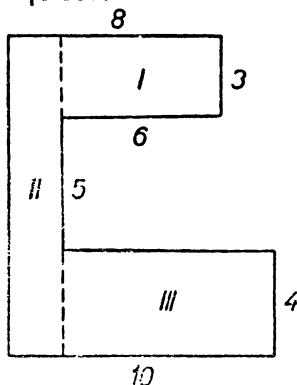


Obr. 87.

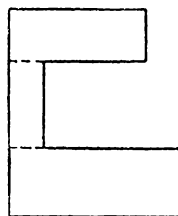
sahu prvního obdélníka. Mějme však dva obdélníky (I a II v obr. 87) takové, že o b a r o z m ě r y druhého jsou třeba čtyřnásobky rozměrů prvního. Můžeme si zavést pomocný obdélník (v obr. 87 označený III), který vznikne z menšího daného obdélníka tím, že zvětšíme j e d i n ý r o z m ě r čtyřikrát. Jestliže obsah obdélníka I znásobíme čtyřmi, dostaneme obsah obdélníka III a nové znásobení čtyřmi dá obsah obdélníka II. Tedy obsah obdélníka II je šestnáctkrát ($16 = 4 \cdot 4$) větší než obsah obdélníka I. Podobně znásobíme-li každý rozměr obdélníka třeba padesáti, bude obsah 2 500krát ($2\,500 = 50 \cdot 50$) větší. Obecně: Jestliže o b a r o z m ě r y obdélníka znásobíme týmž číslem, znásobí se obsah druhou mocninou toho čísla. To je důležité při rýsování ve zmenšeném měřítku. Zmenšujeme-li skutečné délky na př. 200krát, budou obsahy rýsovaných ploch 40 000krát menší než obsahy skutečných ploch, neboť $200 \cdot 200 = 40\,000$.



Obr. 88.



Obr. 89.



Obr. 90.

Jak se počítá obsah ploch jiného tvaru (trojúhelníků, kruhů atd.), tomu se budete učit až ve třetí třídě. Ale jsou některé plochy, které se dají snadno rozložit na obdélníky, takže už nyní umíme vypočítat jejich obsah. Ukážeme si to na příkladě. Máme určit obsah plochy naznačené v obr. 88 (jednotka 1 cm).

Řešení: Nejprve narýsujeme do sešitu od ruky náčrt dané plochy podle obr. 88, ale větší (obr. 89). Potom si rozložíme danou plochu úsečkami (vyčárkovanými v obr. 89) na tři obdélníky I, II, III.

I má rozměry: 6, 3, tedy obsah $6 \cdot 3 = 18$;

II má rozměry: $3 + 5 + 4 = 12$; $8 - 6 = 2$, tedy obsah $12 \cdot 2 = 24$;

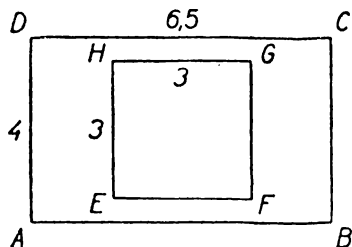
III má rozměry: $10 - 2 = 8$; 4, tedy obsah $8 \cdot 4 = 32$.

Obsah celého obrazce: $18 + 24 + 32 = 74$.

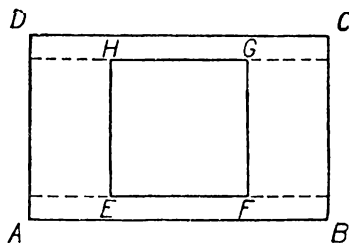
Výsledek: *Daná plocha má obsah 74 cm².* (Plošnou jednotku uvádíme až ve výsledku.)

Poznámka. Bylo možné rozložit danou plochu na obdélníky také jinými způsoby. Jeden takový způsob je naznačen v obr. 90. Užijeme-li jiného způsobu, máme jiný způsob výpočtu, ale výsledek musí vyjít samozřejmě týž.

Někdy je výhodné postupovati jinak. Ukážeme si to zase na příkladě.



Obr. 91.



Obr. 92.

Příklad: V pokoji 6,5 m dlouhém a 4 m širokém leží třímetrový čtvercový koberec. Vypočtete obsah nepokryté části podlahy!

Řešení (v obr. 91): Naše plocha je rozdíl mezi obdélníkem a čtvercem.

Obdélník má obsah $6,5 \cdot 4 = 26$;

čtverec má obsah $3 \cdot 3 = 9$;

rozdíl: $26 - 9 = 17$.

Výsledek: *Obsah nepokryté části podlahy je 17 m².*

Poznámka. Mohli jsme také počítat s pomocí rozkladu na obdélníky, naznačeného v obr. 92. Ale odčítací způsob je rychlejší. Přesvědčte se o tom!

Stejně jako délky, vyjadřujeme také obsahy buďto pomocí jediné plošné jednotky (jednojmenné vyjádření) nebo pomocí ně-

kolika plošných jednotek (mnohojmenné vyjádření). Abychom rychle a spolehlivě uměli jedno vyjádření převést na druhé, k tomu je nejlépe dobře si vštípit v mysl přehlednou tabulku:

Tabulka plošných měř.

km ²	ha	a	m ²	dm ²	cm ²	mm ²

V tabulce připadá na každou plošnou jednotku (mimo nejvyšší) dvojitý sloupec, protože měnitel plošných jednotek není deset, nýbrž sto. Do každého sloupce přijde jediná cifra, až na vyčárkovaný sloupec, ve kterém může být i několik cifer. Když zapisujeme plošnou míru do tabulky, nemusíme zapisovat nuly (s výjimkou vyčárkovaného sloupce). Jakmile máme plošnou míru zapsanu do tabulky, přečteme nebo napíšeme snadno její mnohojmenné vyjádření a stejně snadno také jednojmenná vyjádření v předepsané tabulce. U jednojmenného vyjádření je ta cifra, která je ve sloupci nadepsanou příslušnou jednotkou.

Máme-li na př. v tabulce plošných měř zapsáno:

km ²	ha	a	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
		3	7	5		

znamená to plošnou míru, jejíž mnohojmenné vyjádření je 3 a 70 m² 50 dm² a jejíž jednojmenná vyjádření celými čísly jsou:

37 050 dm²;

3 705 000 cm²;

370 500 000 mm².

Užijeme-li desetinných zlomků, máme ještě další jednojmenná vyjádření:

370,5 m²;

3,705 a;

0,03705 ha;

0,0003705 km².

Také tato vyjádření se snadno vyčtou z tabulky.

Skutečné zapisování do úhledné tabulky je zdlouhavé, zpravidla však stačí, když si umístění do tabulky pouze představíme.

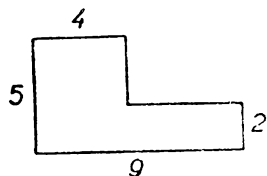
Při provádění početních výkonů užíváme zásadně jednojmenného vyjádření. Teprve výsledek, je-li to žádáno, přepíšeme do mnohojmenného tvaru.

Přehled geometrických názvů, s kterými jste se seznámili v tomto článku: obsah plochy — plošné jednotky — jejich měnitel — druhá mocnina čísla.

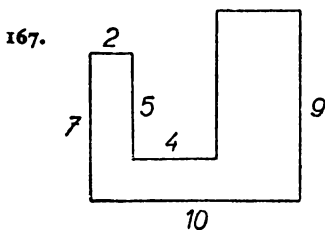
Cvičení.

134. Kolika čtverečním metrům se rovná: a) 5 a, b) 27 a, c) 350 a, d) 14 ha?
135. Kolika čtverečním centimetrům se rovná: a) 14 m², b) 560 m², c) 1 ha?
136. Kolika arům se rovná: a) 5 600 m², b) 30 000 m², c) 75 ha?
137. Kolika hektarům se rovná: a) 850 000 m², b) 70 000 000 m²?
138. Kolika čtverečním metrům se rovná: a) 870 000 cm², b) 10 000 000 cm³, c) 100 000 000 mm²?
139. Převedte 7 a 5 m² 3 dm²: a) na cm²; b) na ha.
140. Převedte 15 km² 3 ha 5 a: a) na ar, b) na m², c) na ha.
141. Vyjádřete mnohojmenným způsobem: a) 57 960 cm², b) 30 890 m², c) 308 990 m², d) 15,375 km².
142. Sečtěte: a) 7 ha 12 a + 87 a + 1 ha 46 a; b) 86 a 35 m² + 25 a 17 m² + 90 m².
143. Odečtěte: a) 1 ha — 1 a; b) 1 a — 1 m²; c) 2 m² — 1 m² 30 cm².
144. Změřte v učebně velikost: a) tabule, b) dveří, c) okna.
145. Kolikrát asi je větší ar než přední stěna učebny?
146. Kolikrát asi je 10 arů větší než podlaha učebny?
147. Václavské náměstí v Praze je asi 700 m dlouhé a asi 60 m široké. Kolik arů měří jeho plocha?
148. Kolika dm² rovná se obsah obdélníka s rozměry 1 m 48 cm?
149. Kolika m² se rovná velikost podlahy v místnosti 62 dm dlouhé a 44 dm široké?
150. Kolik dm² měří prkno dlouhé 3 m a široké 12 cm?
151. Vypočtěte obsah čtverce, jehož obvod jest: a) 10 cm, b) 172 cm.
152. Vypočtěte obsah dopisnice a poštovní známky na ní vytištěné.
153. Kolika cm² je rovna stránka této učebnice?
154. Kolik osob je možno umístiti v sále s rozměry 59 m, 26 m, počítáme-li, že na 1 m² mohou pohodlně stát 4 osoby?
155. Obdélníková zahrada s rozměry 169 m, 95 m má být obezděna zdí 30 cm silnou. Oč se zmenší velikost zahrady?
156. Obsah obdélníkového pole širokého 30 m je 48 a. Jaká je délka pole?

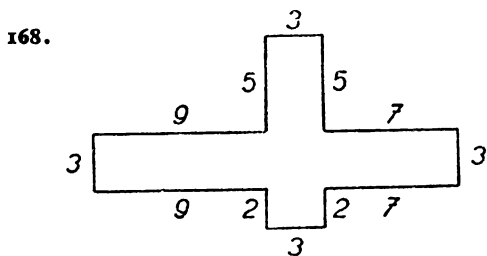
157. Čtverec o straně 7 m a obdélník 49 dm široký jsou stejně veliké. Určete délku obdélníka.
158. Přesvědčte se o správnosti svých odpovědí ke cvičením 124 a 125 tím, že vypočtete obsahy.
159. Sestrojte si přesně čtverec (dosti veliký). Změřte pečlivě velikost strany i velikost úhlopříčky. Počítejte obsah na základě strany i na základě úhlopříčky. Souhlasí vám oba výsledky?
160. Pozemek pro velkovýkrmnu prasat má tvar obdélníka s rozměry 200 m a 80 m. Na něm byly postaveny dvě budovy každá 100 m dlouhá a 8 m široká. Jak velká plocha zůstala na pozemku volná?
161. Úderníci na stavbě si dali za úkol omítnout přední stěnu činžovního domu v určitém čase. Za stanovený čas překročili plán a omítli ještě pětinu přední stěny sousedního stejně velikého domu. Kolik m^2 omítky zhotovili, byl-li dům 35 m dlouhý a 20 m vysoký?
162. Jednotné zemědělské družstvo přistoupilo ke společnému osevu. Scelením zmizelo po délce 250 m 12 mezí o průměrné šířce 0,5 m. Druhý rozměr pole (tvaru obdélníka) byl 300 m. Jaký obsah má pole společného osevu? Kolik arů půdy bylo oseto navíc proti dřívějšímu hospodaření, dokud byly meze?
163. Z tabule skla s rozměry 78 cm, 66 cm byla vyřezána čtyři obdélníková skla s rozměry 35 cm, 28 cm, dvě skla s rozměry 28 cm, 8 cm a jedno s rozměry 35 cm, 10 cm. Určete obsah skla, které zbylo.
164. Jak velkou skutečnou plochu znamená 1 cm^2 : a) na pláně s měřítkem $1 : 50$, b) na mapě s měřítkem $1 : 75\,000$?
165. Fotografie rozměrů 18 cm, 12 cm je nalepena na papír rozměrů 25 cm, 18 cm. Určete obsah prázdného pruhu. Ve cvičeních 166 až 171 máte vypočítat obsah naznačené plochy. Rýsujte od ruky vlastní obrazce a zapisujte postup. Jednotka je 1 cm.



Obr. 93.

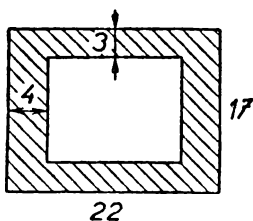


Obr. 94.



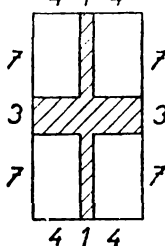
Obr. 95.

169.



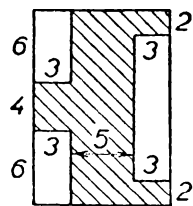
Obr. 96.

170.



Obr. 97.

171.



Obr. 98.

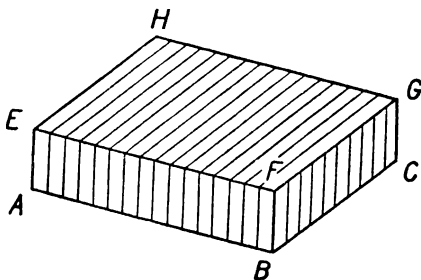
3. Vlastnosti kvádrů a krychle.

Dosud jsme ve vyučování věnovali pozornost především rýsování na rovné nákresně. Každé dva body zvolené v nákresně můžeme spojit úsečkou, která je celá v mezích nákresny; ale každou takovou úsečku si můžeme myslet prodlouženu v neomezenou přímku, která se ovšem nedá celá umístit do nákresny. Jestliže si myslíme všechny úsečky, které lze vésti na omezené rovné ploše, prodlouženy v neomezené přímky, potom všechny takové přímky tvoří plochu ve všech směrech neomezenou, která se nazývá **rovina**. Hlavní vlastností roviny je toto: Jestliže dva body A, B , které leží v rovině, spojíme přímkou, potom celá ta přímka je částí roviny. Ta část geometrie, ve které se studují pouze obrazce, jež se dají umístit do jedné roviny, jmenuje se **rovinná geometrie** neboli **planimetrie**. Až na úvodní článek jsme dosud probírali pouze rovinnou geometrii. Jakmile však zkoumáme geometrický útvar, který se nedá umístit do jediné roviny, na př. jakékoli těleso, máme **prostorovou geometrii** neboli **stereometrii**. Prostorová geometrie je mnohem obtížnější než geometrie rovinná a proto z ní budeme v této třídě probírat pouze nejjednodušší a nejzákladnější věci. Hlavní pozornost věnujeme nejjednoduššímu útvaru těles, s kterým se v životě velice často setkáváme. Je to t. zv. **k v á d r**. Obr. 99 představuje kvádr ve třech různých polohách.

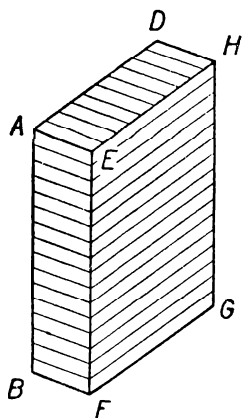
Také naše učebna má přibližně tvar kvádrů. Úkolem prostorové geometrie v této třídě je především, abyste se důkladně seznámili s kvádrem. Ze začátku jej budeme popisovat, užívající školního

dřevěného modelu kvádrů. Musíte se s kvádrem dobře seznámit, abyste později dovedli odpovídat na jednoduché otázky, i když nebudete mít model před sebou a budete odkázáni jen na vlastní představu.

Jako každé těleso, má i kvádr vnitřek a povrch. Povrch kvádrů se skládá ze šesti stěn, které mají tvar obdélníka. Strany těch obdélníků jsou **hrany kvádrů** a jejich krajní body jsou **vrcholy** kvádrů. Zvláštním případem obdélníka je čtverec. Zvláštním případem



Obr. 99a.

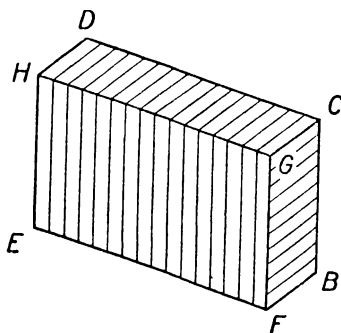


Obr. 99b.

kvádrů je **krychle**. Je to takový kvádr, jehož každá stěna má tvar čtverce. Jsou také kvádry, které mají dvě strany tvaru čtverce, kdežto čtyři ostatní jsou obecné obdélníky. Nejčastěji se však setkáváme s kvádry, jejichž každá stěna je obecný obdélník. O krychli jsme již mluvili v úvodním článku, kde jsme se seznámili s výrazy stěna, hrana a vrchol. Nebudeme probírat krychli zvlášť, protože ty vlastnosti, které nás u krychle budou zajímat, vyskytují se u všech kvádrů.

Pozorujete, že kvádr má osm vrcholů, dvanáct hran a šest stěn.

Nejčastěji se vyskytují kvádry, které spočívají jednou stěnou na rovné podložce; v této třídě budeme vyšetřovat kvádry pouze v této poloze.



Obr. 99c.

Postavme model kvádru třeba na stůl. Ta stěna, na které kvádr spočívá, jmenuje se **dolní podstava** kvádru; má vodorovnou polohu. Také protější stěna má vodorovnou polohu; říkáme jí **horní podstava** kvádru. Obě podstavy jsou dva shodné obdélníky. Mohou to být také čtverce; u krychle jsou to vždy čtverce. Mimo obě podstavy má kvádr ještě čtyři další stěny, které se jmenují **pobočné stěny** kvádru. Mají svislou polohu. Dvě a dvě protější pobočné stěny kvádru jsou shodné obdélníky, ale dvě sousední pobočné stěny nemusí být shodné. Jestliže ovšem dolní podstava, a tedy i horní podstava má tvar čtverce, jsou všechny čtyři pobočné stěny shodné. Také se může u kvádrů stát, že dvě protější pobočné stěny mají tvar čtverce. U krychle všechny stěny, tedy i pobočné stěny, mají tvar čtverce. Kvádr ve zkoumané poloze má čtyři svislé hrany. Jmenují se **pobočné hrany** kvádru. Každá z ostatních osmi hran má vodorovnou polohu. Tyto hrany se jmenují **podstavné hrany** kvádru. Z každé pobočné hrany vycházejí dvě pobočné stěny. Z každé podstavné hrany vychází jedna podstava a jedna pobočná stěna. Z každého vrcholu kvádru vycházejí tři hrany (dvě podstavné a jedna pobočná) a tři stěny (jedna podstava a dvě pobočné stěny).

Postavme školní model na vodorovnou podložku. Umístíme jej tak, aby jedna pobočná stěna byla přímo před vámi (obr. 100). Říkáme, že kvádr je v **průčelné poloze**. V tomto případě z podstavných hran směřují čtyři odleva doprava, ostatní čtyři odpředu dozadu.

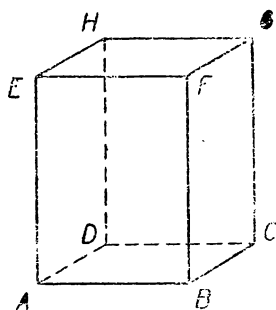
Máme-li v nějaké rovině (třeba v nákresně) dvě přímky p , q , jsou dvě možnosti: buďto přímky p , q nemají žádný společný bod a jsou **rovnoběžné**, nebo mají jediný společný bod S . (Jsou-li přímky p , q narýsovány, může se stát, že bod S je nepřístupný.) Dvě přímky, p , q , které mají společný bod S , jmenují se **přímky různoběžné** nebo krátce **různoběžky**. Bod S je **průsečík** různoběžek p , q , které se protínají v bodě S .

Máme-li v prostoru dvě rovnoběžné přímky, lze jimi vždy proložit rovinu. Také dvěma různoběžnými přímkami lze proložit rovinu. Ale v prostoru je možné vést dvě přímky (p , q) tak, že jimi nelze proložit žádnou rovinu. Takové dvě přímky, kterými nelze

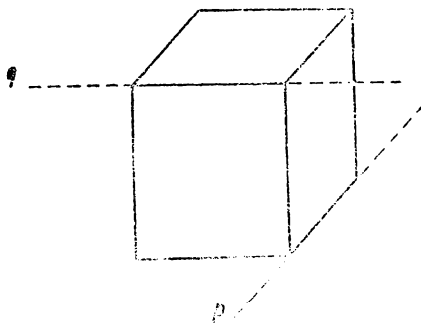
proložit rovinu, jmenují se **mimoběžné přímky** nebo krátce **mimoběžky**. V obr. 101 jsou naznačeny dvě mimoběžky, p , q , které vzniknou prodloužením dvou hran kváдру.

Často se mluví o rovnoběžných, různoběžných nebo mimoběžných úsečkách. Máme přitom na mysli rovnoběžnost, různoběžnost nebo mimoběžnost přímek, jejichž částmi jsou ty úsečky.

Napjatá nit opatřená závažím na dolním konci nám představuje svislou přímku. Dvě svislé přímky považujeme v praxi za rovnoběžné. Je to ovšem správné pouze pro svislé přímky nepříliš od sebe vzdálené, protože směr tíže se od místa k místu mění. Svislá



Obr. 100.



Obr. 101.

přímka v Praze a svislá přímka v Moskvě nejdou nikterak rovnoběžně. Rovněž vodorovná poloha je určení, kterého můžeme užívat přesně jenom pro omezené čáry a plochy. Klidnou hladinu vody v rybníce můžeme považovat za část vodorovné roviny, ale nemůžeme říci, že hladina moře je vodorovná; je to zakřivená plocha, V malých rozměrech ovšem zakřivení zemského povrchu je zcela bezvýznamné a můžeme říci, že podlaha je vodorovná, že okraj dveří má vodorovné a svislé hrany a pod. Přímka nebo rovina, která není ani vodorovná, ani svislá, jmenuje se **šikmá**.

V článku jste se seznámili s těmito geometrickými názvy: kvádr a krychle — jejich vrcholy, hrany a stěny — podstavné a pobočné hrany — dolní a horní podstava — pobočné stěny — model kváдру nebo krychle — rovinná geometrie neboli planimetrie — prostorová geometrie neboli stereometrie — rovina — průčelná

poloha kvádrů nebo krychle — rovnoběžné přímky neboli rovnoběžky — různoběžné přímky neboli různoběžky — mimoběžné přímky neboli mimoběžky — vodorovné, svislé a šikmé přímky — vodorovné, svislé a šikmé roviny.

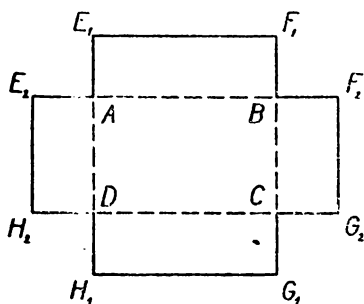
Cvičení.

- 172.** Jmenujte různé předměty, které mají tvar kvádrů. Vaše učebna má tvar kvádrů. Tento kvádr můžete mít na mysli ve cvičeních 173 až 183. Doma si zopakujte tato cvičení s jiným kvádrem, třeba s krabicí od bot.
- 173.** Ukažte jeden vrchol kvádrů. Kolik stěn z něho vychází? Ukažte je. Má kvádr nějaký vrchol, který neleží na žádné z ukázaných stěn? Ukažte jej.
- 174.** Opakujte cvičení 173, ale začněte tím vrcholem, kterým jste ve cvičení 173 skončili.
- 175.** Ukažte jeden vrchol kvádrů. (Jiný, než kterým jste začali ve cvičeních 173 a 174.) Kolik hran z něho vychází? Ukažte je. Kolik je hran, které neprotnou žádnou z ukázaných hran? Ukažte je. Odkud vycházejí?
- 176.** Opakujte cvičení 175, ale začněte nějakým vrcholem, kterým jste dosud ani nezačali, ani neskončili. Kolik je takových vrcholů?
- 177.** Ukažte jednu hranu kvádrů. Ukažte stěny, které z ní vycházejí. Má kvádr nějakou hranu, která je celá (i se svými vrcholy) mimo ukázané stěny? Ukažte ji. Jakou vzájemnou polohu mají ty dvě hrany?
- 178.** Ukažte znovu obě hrany ze cvičení 177: tu, kterou jste začali, i tu, kterou jste skončili. Probírejte stěny kvádrů jednu po druhé a všimněte si u každé stěny, v jaké poloze je k těm dvěma hranám. Stěny se vám rozdělí na tři skupiny po dvou stěnách.
- 179.** Ty dvě hrany, kterými jste začali ve cvičení 178, nejsou obě ve stejné stěně, ale jsou rovnoběžné. Umíte ukázat jiný příklad takového páru hran? Kolik je celkem takových párů hran?
- 180.** Ukažte jednu stěnu kvádrů. Ukazujte další stěny, které s ní mají společnou hranu. Zbývá ještě nějaká stěna?
- 181.** Ukažte jednu stěnu kvádrů. Ukazujte ty hrany, které v ní neleží: napřed ty, které z ní vycházejí, potom ostatní.
- 182.** Ukažte jednu hranu kvádrů. Ukazujte všechny s ní mimoběžné hrany. Kolik jich je?
- 183.** Ukažte tři hrany kvádrů tak, aby vždy dvě z nich byly mimoběžné. Ve cvičeních 184 až 187 ústně doplňte vynechaná čísla.
- 184.** V jedné stěně kvádrů leží . . . vrcholů. Kvádr má . . . stěn. To by dalo dohromady . . . krát . . . , t. j. . . , vrcholů. Ale kvádr má jen . . . vrcholů. Kolikrát jsme tedy počítali každý vrchol? Proč?

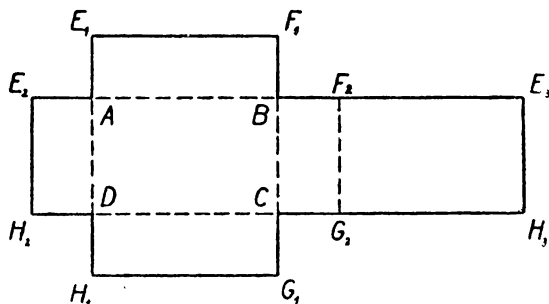
- 185.** Z jednoho vrcholu kvádru vychází . . . stěn. Kvádr má . . . vrcholů. To by dalo dohromady . . . krát . . . , t. j. . . stěn. Ale kvádr má jen . . . stěn. Kolikrát jsme tedy počítali každou stěnu? Proč?
- 186.** V jedné stěně kvádru leží . . . hran. Kvádr má . . . stěn. To by dalo dohromady . . . krát . . . , t. j. . . hran. Ale kvádr má jen . . . hran. Kolikrát jsme tedy počítali každou hranu? Proč?
- 187.** Z jednoho vrcholu kvádru vychází . . . hran. Kvádr má . . . vrcholů. To by dalo dohromady . . . hran. Ale kvádr má jen . . . hran. Kolikrát jsme tedy počítali každou hranu? Proč?
- 188.** Sestavte sami ještě dvě cvičení podobná cvičením **184** až **187**! Jedno bude začínat. Na jedné straně kvádru leží . . . vrcholů. Druhé bude začínat: Z jedné hrany kvádru vychází . . . stěn.
Cvičení **189** až **192** máte řešit bez modelu, dívající se na obr. 99. Neviditelný vrchol je *D* v obr. 99a, *C* v obr. 99b, *A* v obr. 99c. *
- 189.** Představte si, že kvádr byl přemístěn z polohy naznačené v obr. 99a do polohy naznačené v obr. 99b. Stěna *ABCD* byla dolní podstatou a teď je to pobočná stěna. Podle tohoto vzoru mluvte o ostatních pěti stěnách.
- 190.** Zase si představte, že kvádr byl přemístěn z polohy naznačené v obr. 99a do polohy naznačené v obr. 99b. Hrana *AB* byla podstavná hrana, a teď je to pobočná hrana. Podle tohoto vzoru mluvte o ostatních jedenácti hranách.
- 191.** Opakujte cvičení **189** a **190** při přemístění z polohy v obr. 99b do polohy v obr. 99c.
- 192.** Opakujte cvičení **189** a **190** při přemístění z polohy v obr. 99c do polohy v obr. 99a.
- 193.** Umístěme si model kvádru do průčelné polohy. Všimněme si určitého vrcholu, třeba předního horního levého vrcholu. O tomto vrcholu můžeme říci: Z předního horního levého vrcholu vycházejí tři hrany; jedna vede k přednímu hornímu pravému vrcholu, druhá vede k přednímu dolnímu levému vrcholu a třetí vede k zadnímu hornímu levému vrcholu. Podle tohoto vzoru mluvte o ostatních sedmi vrcholech.
- 194.** Držte model kvádru tak, aby jedna hrana byla vodorovná. Kolik hran musí mít vodorovnou polohu? Musí být některá hrana svislá? Musí být některá stěna vodorovná? Musí být některá stěna svislá?
- 195.** Představte si dvě svislé roviny, které procházejí oběma přímkami. Co můžete tvrdit o této přímkě?
- 196.** Opakujte cvičení **195** s tím rozdílem, že jen jedna rovina je svislá a druhá vodorovná.
- 197.** Držte tužku šikmo. Tužka vám znázorňuje přímkou. Můžete jí proložit vodorovnou rovinu? Můžete jí proložit svislou rovinu?

4. Síť a obrazy kvádru a krychle.

Vezměte vnitřní část krabičky zápalek a rozřízněte ji podél pobočných hran. Potom ohněte pobočné hrany tak, abyste dostali rovnou plochu naznačenou v obr. 102, která se jmenuje síť otevřená



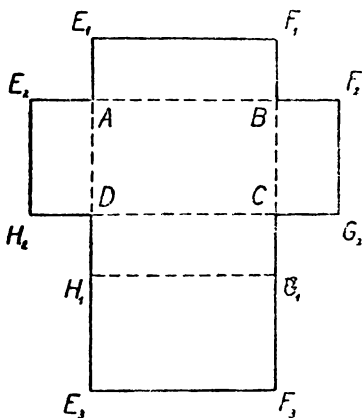
Obr. 102.



Obr. 103.

krabičky. Některá písmena, na př. E , jsou na obr. 102 dvakrát a rozlišena malými částicemi dole vpravo; těmto číslicím říkáme v matematice **indexy** (latinské slovo index znamená ukazovatel; E_1 čteme E jedna, E_2 čteme E dvě). Obě úsečky, AE_1 , AE_2 , vznikly z jediné pobočné hrany AE ; podobně každá z pobočných hran BF , CG , DH dává dvě úsečky v obr. 102. Protože strany obdélníka

stojí na sobě kolmo, tvoří v obr. 102 lomené čáry DAB , BAE_1 , DAE_2 pravé úhly při vrcholu A ; z toho plyne, že v obr. 102 čáry BAE_2 , DAE_1 jsou přímé. Stejně je tomu při vrcholech B , C , D . Také je ovšem $\overline{AE_1} = \overline{AE_2}$ atd.



Obr. 104.

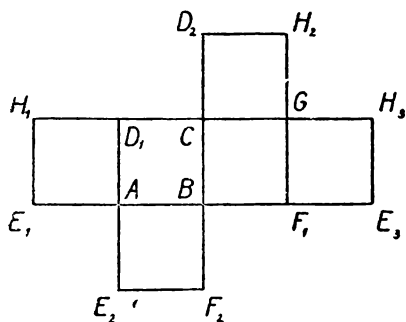
Narýsujte síť otevřené krabičky na tužším papíru. Nařizněte jemně papír podél úseček vyčárkovaných na obr. 102. Ohnutím dostanete papírový model otevřené krabičky. Splete pobočné stěny kousky lepicí pásky.

Chcete-li si opatřit síť a z ní udělat model uzavřené krabičky, musíme

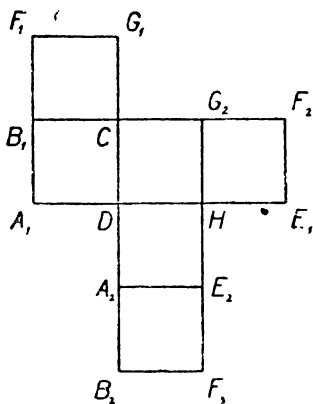
k síti otevřené krabičky připojit ještě šestý obdélník, který můžeme umístit rozmanitými způsoby. Dva způsoby jsou naznačeny na obr. 103 a 104. Vrcholy sítě, které na modelu splynou, jsou označeny stejným písmenem a rozlišeny indexy.

Je mnoho různých tvarů sítě. Na obr. 105 a 106 jsou dva tvary sítě krychle.

Prostorová geometrie je obtížnější než rovinná především proto, že v rovinné geometrii můžeme probírané obrazce přesně rýsovat v nákresně, a tak sledovat jejich vznik, provádět na nich



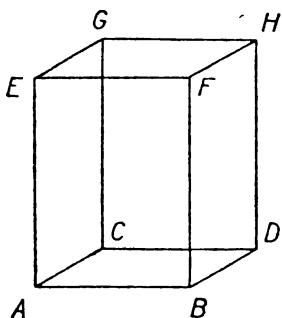
Obr. 105.



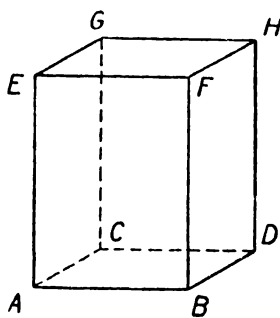
Obr. 106.

různá měření atd. Naproti tomu prostorový obrazec se nedá umístit do rovinné nákresny. Přesto je možné narýsovat si alespoň náčrty, které vystihují hlavní vlastnosti tělesa, velmi dobře pomáhají při studiu prostorové geometrie a často nahradí model. Dokonce mají takové náčrty dvě přednosti před modely. Předně si je můžeme pořídit velmi snadno a rychle a za druhé můžeme do nich vpisovat písmena pro označení vrcholů. V této třídě se budeme učit pouze o tom, jak narýsovat názorný **obraz kvádrů v poloze průčelné**. Napřed narýsujeme přední stěnu *ABFE* (obr. 107), a to buď ve skutečné velikosti a tvaru, nebo ve skutečném tvaru, ale ve zmenšené velikosti. Je tedy na obr. 107 *ABFE* obdélník se svislými stranami *AE*, *BF* a vodorovnými stranami *AB*, *EF*. Obrazy dalších

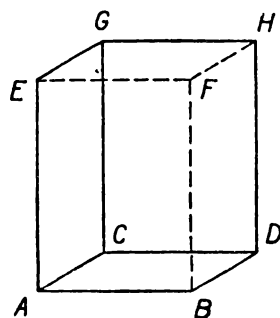
vodorovných hran AC , BD , FH , EG nerýsujeme ve skutečné velikosti ani v tom případě, byla-li přední stěna zobrazena ve skutečné velikosti, nýbrž zkracujeme je asi na polovinu. Rýsujeme je šikmo, všechny ve stejném směru, zpravidla bližším vodorovnému směru než svislému, a všechny je rýsujeme stejně dlouhé. Tím dostaneme vrcholy C , D , H , G ; jejich spojení dá zadní stěnu $CDHG$, která se zase objeví (jako přední stěna) ve skutečné velikosti nebo stejně zmenšená jako stěna přední. Abychom zvýšili názornost, čárku je me zpravidla neviditelné hrany, což činíme obyčejně jako na obr. 108; je to tak zvaný pohled shora. Zřídka se užívá pohledu zdola (obr. 109).



Obr. 107.



Obr. 108.



Obr. 109.

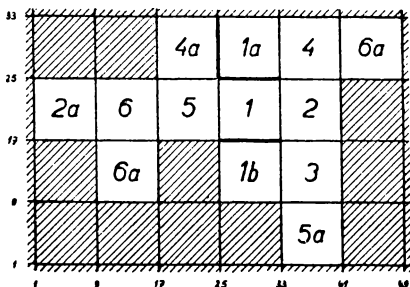
Při četných úlohách o kvádru je výhodné označovat kvádr tak, že napíšeme za sebou všechny jeho vrcholy v určitém pořádku. Nejprve píšeme vrcholy z dolní podstavy tak, jak jdou za sebou na obvodě této podstavy. Za ně píšeme vrcholy z horní podstavy, a to vždy v témže pořádku jako u podstavy dolní. Na př. kvádr, který jsme právě zobrazovali, označíme buďto $ABDCEFHG$, nebo $BACDFEGH$, nebo $DCABHGFE$ a pod., ale nesprávné by bylo na př. $AEBFDHCG$ nebo $ABDCGEFH$.

V tomto článku jste se seznámili s geometrickými názvy: síť tělesa — index — obraz kvádru v průčelné poloze — pohled shora — pohled zdola — kvádr $ABDCEFHG$.

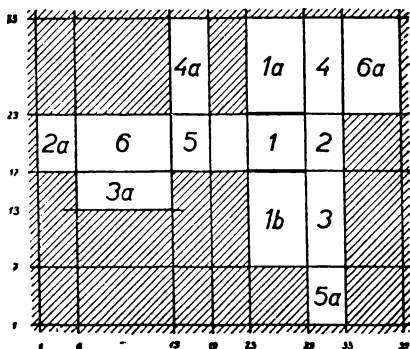
Cvičení.

198. Zhotovte si papírové modely krychlí a kvádrů.

199. Podle obr. 110 můžete si zhotovit papírový model krychle bez slepování. Narýsujte řadu rovnoběžek tak, aby se jejich vzdálenosti rovnaly hraně krychle, a kolmo k nim druhou řadu rovnoběžek zase ve vzdálenostech, které se rovnají hraně krychle. (To lze provést velmi rychle na čtverečkováném papíře, vytáhnete-li tužkou na př. každou osmou linku.) Čtverce vyčárkované v obr. 110 odstříhnete a tučně narýsované úsečky prostříhnete. Podél vyznačených linek papír řádně přeložíte, aby vznikly ostré přímé hrany, a složíte v krychli; stěny označené týmiž čísly se kryjí. Stěna za se zastrčí naposledy, neboť drží celou krychli pohromadě.



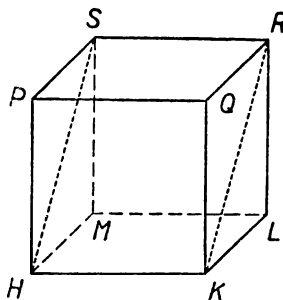
Obr. 110.



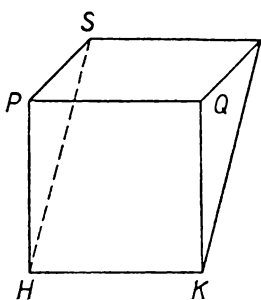
Obr. 111.

200. Podobně jako ve cvičení 199 můžete zhotovit papírový model kvádrů s předepsanými velikostmi hran (obr. 111).

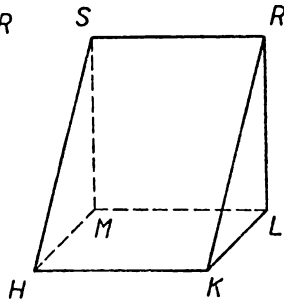
201. Krychle $HKLMQRS$ zobrazená na obr. 112a je rozříznuta podél obdélníka



Obr. 112a.



Obr. 112b.



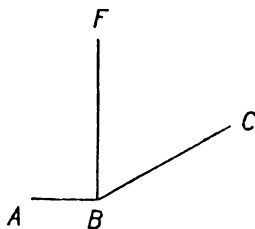
Obr. 112c.

HKRS, takže se rozpadne ve dvě tělesa (obr. 112b a 112c). Sestrojte síť a modely obou těles. Hrana 4 cm.

202. Jmenujte pobočné hrany kvádru *LMRTUVAX*. Jmenujte podstavné hrany. (Napřed od ruky narýsujte obraz kvádru a označte jeho vrcholy.)

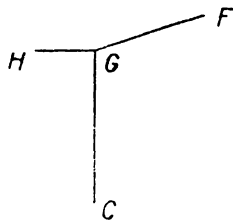
203. Jmenujte podstavy kvádru *AEDFGKLV*. Jmenujte pobočné stěny. (Zase narýsujte obraz od ruky.)

204.



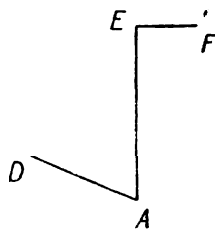
Obr. 113.

205.



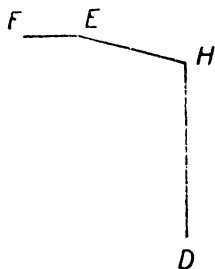
Obr. 114.

206.



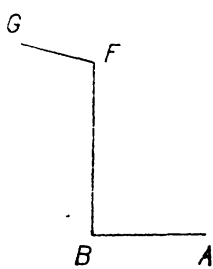
Obr. 115.

207.



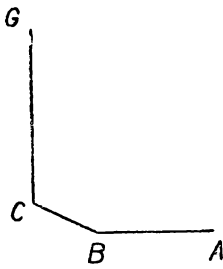
Obr. 116.

208.



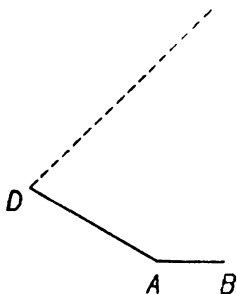
Obr. 117.

209.



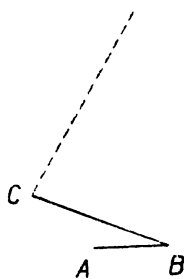
Obr. 118.

210.



Obr. 119.

211.



Obr. 120.

Ve cvičeních 204 až 211 máte sestrojít obraz kvádrů $ABCDEFGH$. Část obrazu vyznačená v učebnici má míti přibližně takový tvar jako v učebnici, ale váš obraz má být asi třikrát větší. Potom doplníte obraz přesnou konstrukcí. Ve cvičeních 210 a 211 má bod E ležet někde na vyčárkované přímce. Máte narýsovat pohled zdola. Nejdříve si od ruky načrtněte menší obrazec, ve kterém nepřehlídíte k viditelnosti, ale ve kterém už vyznačíte písmeny všechny vrcholy. Cvičení 212 až 216 se týkají kvádrů $PRSTUVXY$. U každého cvičení si od ruky narýsujte obraz kvádrů a odpovídejte na základě představy získané z obrazu. Při každém cvičení rýsujte nový obraz; rýsujte obrazy různých tvarů.

212. Napište za sebou všechny hrany kvádrů. Začněte hranou PR , potom pište hrany rovnoběžné s PR , dále hrany různoběžné s PR , konečně hrany mimoběžné s PR .
213. Opakujte cvičení 212, ale s hranou RV místo hrany PR .
214. Jmenujte bod přímky PT a bod přímky SV tak, aby jejich vzdálenost byla co nejmenší.
215. Je možné osmerym způsobem udat trojici hran tak, aby vždy dvě z nich byly mimoběžné. Jedna taková trojice je PR, SX, UY . Dovedete najít ostatních sedm takových trojic?
216. Zvolte si vrcholy P, X . Můžete proběhnout jedním tahem všechny ty hrany kvádrů, které nejdou žádným z obou zvolených vrcholů?

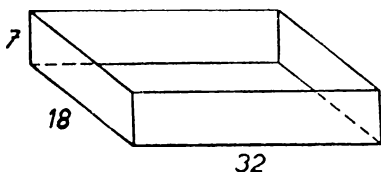
5. Povrch a objem kvádrů a krychle.

Velikosti hran kvádrů nazýváme **rozměry kvádrů**. Kvádr má dvanáct hran, které jsou po čtyřech sobě rovny, takže kvádr má tři rozměry. U krychle mají všechny hrany stejnou velikost, proto všechny tři rozměry krychle jsou si rovny. Jestliže dva rozměry kvádrů jsou si rovny, mají dvě stěny tvar čtverce a ostatní čtyři jsou obecné obdélníky. V praxi se často vyskytují kvádrů v poloze průčelné a jejich rozměry se nazývají délka, šířka a výška. V geometrii je název rozměry výhodnější, protože není závislý na poloze kvádrů.

Velikost povrchu kvádrů dostaneme, určíme-li obsah všech stěn a výsledek sečteme. Každá stěna kvádrů je obdélník, jehož rozměry se rovnají dvěma ze tří rozměrů kvádrů a jehož obsah umíme vypočítat. Každé dvě protější stěny kvádrů jsou shodné obdélníky a mají též obsah. Proto k výpočtu velikosti povrchu kvádrů stačí určit obsahy tří stěn, vycházejících z jednoho vrcholu, tyto

obsahy sečíst a výsledek znásobit dvěma. Zvláště jednoduše stanovíme velikost povrchu krychle, jejíž všechny stěny jsou shodné čtverce. Stačí vypočíst obsah jedné stěny a výsledek znásobit šesti. Vidíme, že vlastně není nic nového v úlohách týkajících se velikosti povrchu kvádrů nebo velikosti části povrchu složené z některých stěn.

Příklad. Otevřená krabice (bez víka) je 32 cm dlouhá, 18 cm široká a 7 cm vysoká. Vnější povrch krabice je polepen bílým papírem. Kolik dm^2 papíru se spotřebuje?



Obr. 121.

Řešení. Nejprve si od ruky narysujeme obraz krabice, který nemusí být přesně rýsován, ale ve kterém jsou vyznačeny rozměry (obr. 121). Počítáme v centimetrech a teprve výsledek, jak žádáno, vyjádříme v dm^2 .

Obsah přední a zadní stěny dohromady: $2 \cdot 32 \cdot 7 = 448$.

Obsah postranních stěn dohromady: $2 \cdot 18 \cdot 7 = 252$.

Obsah podstavy: $32 \cdot 18 = 576$.

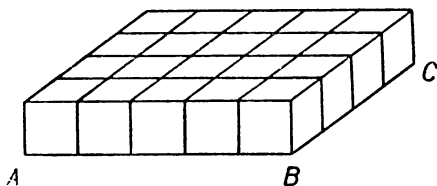
Celkem: $448 + 252 + 576 = 1276$.

Výsledek: *Spotřebujeme $12,76 \text{ dm}^2$ papíru, t. j. asi $12,75 \text{ dm}^2$ papíru.*

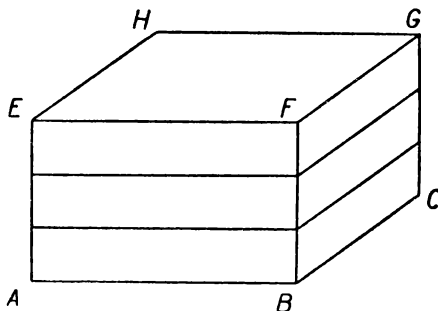
Nová je zde úloha určit velikost celého tělesa (kvádrů) neboli jeho **objem**, jak se v geometrii říká. Objem tělesa vyjadřujeme v **prostorových jednotkách**. Každé délkové jednotce patří určitá prostorová jednotka, již jest objem krychle o hraně rovné této délkové jednotce. Délkové jednotce 1 dm patří prostorová jednotka 1 dm^3 (krychlový decimetr), což je objem krychle, jejíž hrana je rovná 1 dm. Podobně délkové jednotce 1 cm patří prostorová jednotka 1 cm^3 (krychlový centimetr), což je objem krychle, jejíž hrana je rovná 1 cm. Délkové jednotce 1 m patří prostorová jednotka 1 m^3 (krychlový metr), což je objem krychle o hraně rovné 1 m. Prakticky se téměř neuzívá jednotky 1 mm^3 (krychlový milimetr), která je příliš nepatrná, a jednotky 1 km^3 (krychlový kilometr), která je obrovská.

Na obr. 122 máme znázorněn kvádr $ABCDEFGH$ v průčelné poloze, dlouhý 5 cm, široký 4 cm a vysoký 3 cm. Nazveme jej stručně kvádr K .

Víme, že obdélník $ABCD$ se dá rozložit na $5 \cdot 4 = 20$ čtverců o straně 1 cm. Když na každý z těchto čtverců postavíme krychli, dostaneme kvádr L (obr. 122a), jehož objem je tedy 20 cm^3 . Avšak kvádr K se dá rozložit na tři vrstvy (obr. 122b), z nichž každá je kvádr shodný s kvádrem L . Protože $3 \cdot 20 = 60$, objem kvádru K je 60 cm^3 .



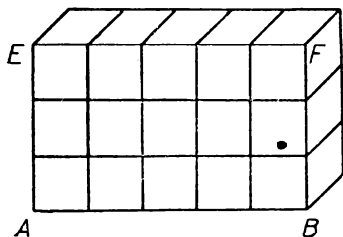
Obr. 122a.



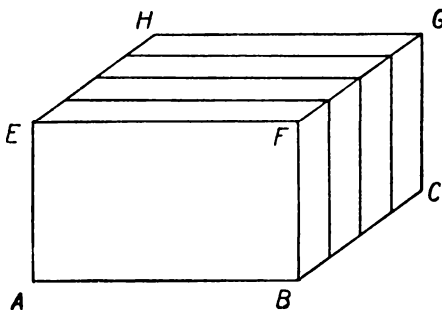
Obr. 122b.

Jiný postup: Obdélník $ABFE$ rozložíme na $5 \cdot 3 = 15$ čtverců o straně 1 cm. Na každý z nich postavíme krychli a dostaneme kvádr M (obr. 123a), jehož objem je 15 cm^3 . Kvádr K se dá rozložit na čtyři vrstvy shodné s kvádrem M , a protože $4 \cdot 15 = 60$, objem kvádru K je 60 cm^3 .

Třetí postup: Vydeme od obdélníka $BCGF$ a dostaneme kvádr N objemu 12 cm^3 ($3 \cdot 4 = 12$). Kvádr K je složen z pěti vrstev shodných s kvádrem N a objem kvádru K je 60 cm^3 ($12 \cdot 5 = 60$). (Obr. 124a.)



Obr. 123a.

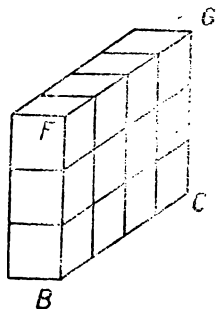


Obr. 123b.

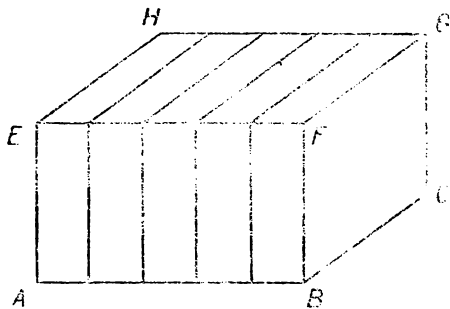
Obecné pravidlo: Objem kvádrů je součin všech tří jeho rozměrů. V našem příkladě bylo $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$. Nutné doplnění pravidla: Jsou-li rozměry vyjádřeny v určité délkové jednotce, vyjde objem v příslušné jednotce prostorové.

Třetí mocnina čísla je součin tří činitelů vesměs rovných tomuto číslu. Na př. třetí mocnina čísla 6 je $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$. Objem krychle je třetí mocnina velikosti hrany. Jakého vysvětlení je potřeba k tomuto pravidlu?

Prakticky nejdůležitější prostorová jednotka je 1 dm^3 , t. j. objem tělesa jakéhokoli tvaru, ale stejně velikého jako krychle o hraně 1 dm . Místo názvu 1 dm^3 se užívá v praxi velmi často



Obr. 124a.



Obr. 124b.

(na př. při měření objemu kapalin) názvu **litr** (značka l). Litrová nádoba nemá tvar krychle, ale má týž objem jako krychle o hraně 1 dm . Větší užívaná jednotka je **hektolitr** (značka hl ; $1 \text{ hl} = 100 \text{ l}$), menší užívaná jednotka je **decilitr** (značka dl ; $10 \text{ dl} = 1 \text{ l}$). 1 hl , 1 l , 1 dl se někdy nazývají **míry duté**, ale geometricky není vůbec rozdílu mezi prostorovými jednotkami a měrami dutými. Protože $1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$, $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$ a protože třetí mocnina čísla 10 je 1000 , jest $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$, $1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$, a tedy $1 \text{ m}^3 = 10 \text{ hl}$, $1 \text{ dl} = 100 \text{ cm}^3$.

Prakticky užívané prostorové jednotky můžeme sestavit do tabulky:

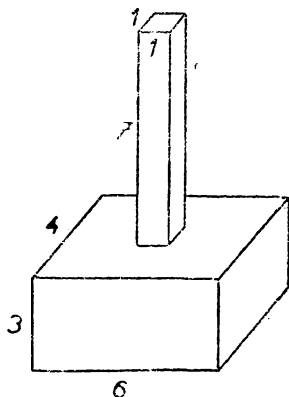
m^3	hl	dm^3	dl^*		cm^3
		l			

Vštípíme-li si v mysl tuto tabulku, provádíme snadno převody jedné jednotky na druhou.

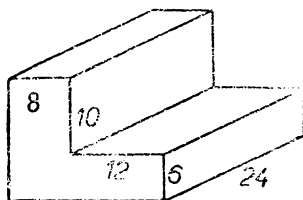
Geometrické výrazy, s kterými jsme se seznámili v tomto článku: rozměry kvádrů — objem tělesa — prostorové jednotky — třetí mocnina čísla.

Cvičení.

217. Kolika cm^3 se rovná: a) 7 dl; b) 15 l 3 dl?
218. Kolika hl se rovná $2\frac{1}{2} \text{ m}^3$?
219. Kolika cm^3 se rovná 5 dm^3 82 cm^3 ?
220. Sečtěte: a) 35 l 8 dl + 12 l 7 dl; b) 5 dm^3 850 cm^3 + 6 dm^3 760 cm^3 .
221. Odečtěte: a) 3 hl — 2 hl 5 l; b) 1 dm^3 — 37 cm^3 ; c) 2 l 3 dl — 6 dl.
222. Vypočtěte přibližný objem učebny a odhradněte, kolik m^3 vzduchu připadne na jednoho žáka.
223. Vypočtěte povrch a objem kvádrů: a) 10 cm vysokého, jehož podstava je čtverec o straně 5 cm; b) 96 cm vysokého, jehož podstava je čtverec o straně 4 dm.
224. Zdvojnásobí-li se hrana krychle, kolikrát se zvětší povrch? Kolikrát se zvětší objem?
225. Vypočtěte povrch a objem kvádrů s rozměry: a) 14 cm, 16 cm, 5 dm; b) 112 cm, 176 cm, 362 cm!
226. Zavěšená bedna 1 m dlouhá, 35 cm široká, 6 dm vysoká je pobita plechem. Kolik dm^2 plechu se spotřebuje?
227. Jaký objem má vnitřek otevřené dřevěné bedny (bez víka) dlouhé (zvenčí) 6 dm, široké (zvenčí) 32 cm a vysoké 5 dm, je-li dřevo 2 cm silné?



Obr. 125.



Obr. 126.

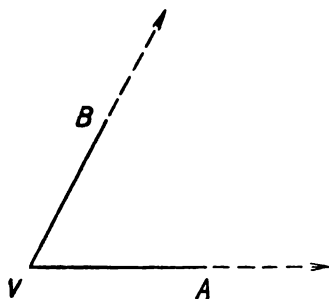
228. Jaký objem má vnitřek zavěšené dřevěné bedny, jsou-li vnější rozměry 6 dm, 32 cm, 5 dm a je-li dřevo 2 cm silné?
229. Jaký je vnitřní povrch bedny ze cvičení 228?

230. Jaký je objem dřeva bedny: a) ze cvičení 227, b) ze cvičení 228?
231. Určete objem tělesa znázorněného v obr. 125. Jednotka 1 cm.
232. Určete povrch tělesa ze cvičení 231.
233. Určete objem tělesa znázorněného na obr. 126. Jednotka 1 dm.
234. Určete povrch tělesa ze cvičení 233.
235. Najděte nejmenší rozměry dřevěného kvádrů, z něhož se dá vyřezat těleso ze cvičení 233. Kolik dřeva se musí odříznout?
236. Kolik hl vody musí přitéci do bazénu dlouhého 25 m a širokého 8 m, aby hladina stoupla o 18 cm?
237. V továrně balili strojní výrobky do bedniček po třech kusech vedle sebe. Výrobky byly tvaru kvádrů o rozměrech 2 dm, 4 dm a 3 dm. Bedničky byly uvnitř 6 dm dlouhé, 4 dm široké, 3 dm hluboké. Když se zvýšila výroba socialistickým soutěžením, nestačila truhlárna bedničky vyrábět. Závada byla odstraněna zlepšovacím návrhem, podle něhož se nyní vyrábějí bedničky pro čtyři kusy vedle sebe. Tloušťka dřeva 1 cm se nemění. Dělníci v truhlárně pracují tak, že vyrobí dostatečné množství bedniček. Kolika bedniček starého a nového typu je třeba na 720 výrobků? Jaká je spotřeba dřeva (v dm^3) pro výrobu bedniček starého typu a nového typu? Kolik dm^3 dřeva se ušetří při výrobě bedniček nového typu pro 720 výrobků?

III. ÚHLY.

1. Pojem úhlu.

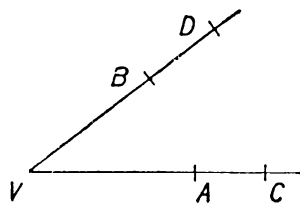
O pojmu úhlu byla zmínka již v I. části této učebnice. Na str. 9 bylo řečeno, že na lomené čáře vznikají úhly v těch místech, v nichž se směr pohybu náhle mění. V článku 6 části I. jsme probírali důležitý zvláštní případ pravého úhlu. Úkolem části III. je především, abychom se s pojmem úhlu seznámili podrobněji.



Obr. 127.

Protože úhel vyjadřuje změnu směru pohybu na lomené čáře, vznikne tím, že jsou dány dvě přímé čáry, VA , VB , vycházející z téhož bodu (obr. 127). Bod V se jmenuje **vrchol úhlu** a přímé čáry VA , VB se nazývají **ramena úhlu**. Velikost úhlu závisí pouze na velikosti změny směru, která nastane v bodě V , jestliže se pohybuje od bodu A přes bod V do bodu B (nebo od bodu B přes bod V

do bodu A). Velikost úhlu tedy nezávisí nikterak na velikosti ramen. Proto rameny úhlu v geometrii nerozumíme omezené úsečky VA , VB , nýbrž **polopřímky** VA , VB . Přitom na př. polopřímka VA vznikne z úsečky VA , jestliže k této úsečce připojíme její neomezené prodloužení za bod A , jak je na obr. 127 naznačeno čárkováním a šípkou. Podobně vznikne polopřímka VB z úsečky VB . Tedy polopřímka je přímá čára, která je v jednom směru omezená a v druhém neomezená. Na př. polopřímka VA je přímá čára, která vychází z bodu V , zvaného **počátek polopřímky** VA , a z něho jde dále přímo přes bod A bez jakéhokoli omezení. Označujeme-li polopřímku dvěma body, píšeme vždy na první místo název počátku a na druhé místo název kteréhokoli jiného bodu této polopřímky. Úsečka VA a úsečka AV je táž úsečka; přímka VA a přímka AV je táž přímka; avšak polopřímka VA a polopřímka AV jsou dvě naprosto různé polopřímky. Ramena úhlu jsou dvě polopřímky VA , VB , které mají obě týž počátek V . Tento počátek je vrchol úhlu. Úhel s rameny VA , VB se jmenuje úhel AVB . Často píšeme $\sphericalangle AVB$; z n a č k a \sphericalangle z n a m e n á ú h e l. Za značkou \sphericalangle stojí tři písmena; prostřední písmeno znamená vždy vrchol, ostatní dvě písmena znamenají body libovolně zvolené na ramenech, jeden na každém rameni. Tedy úhel v obr. 128 můžeme zapsati buďto $\sphericalangle AVB$, nebo $\sphericalangle BVA$, nebo $\sphericalangle CVB$, nebo $\sphericalangle BVC$, nebo $\sphericalangle CVD$ atd.



Obr. 128.

Označení úhlu třemi písmeny je často nepohodlné. Proto značíme úhel také jediným písmenem. Přitom se užívá obyčejně malých písmen řecké abecedy; tato písmena se proto musíme naučit psát a číst. Nebudeme se učit celé řecké abecedě, nýbrž pouze těm písmenům, kterých se nejčastěji užívá při označování úhlů. Jsou to především čtyři první písmena řecké abecedy:

α (alfa), β (beta), γ (gama), δ (delta).

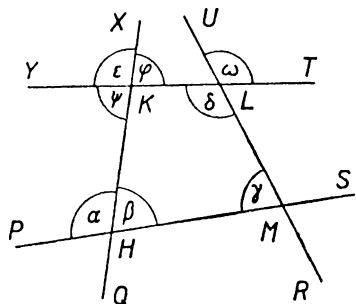
Dále se užívá pro úhly ještě těchto písmen:

ε (epsilon), φ (fí), ψ (psí), ω (omega).

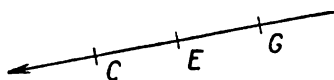
Jiným řeckým písmenům se v této třídě učit nebudeme. V obrazci píšeme řecké písmeno vždy těsně k vrcholu úhlu. Mimo to pro jas-

nost vyznačujeme úhly v obrazcích ještě obloučky, které rýsuje zpravidla od ruky (obr. 129).

Zvolíme-li si na přímce bod E , rozdělí nám tento bod přímku na dvě polopřímky se společným počátkem E ; na obr. 130 jsou to polopřímka EC a polopřímka EG . Takové dvě polopřímky, které mají společný počátek a dohromady vyplní jednu přímku, nazýváme **opačné polopřímky**.



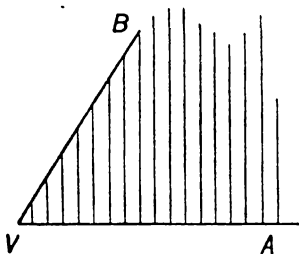
Obr. 129.



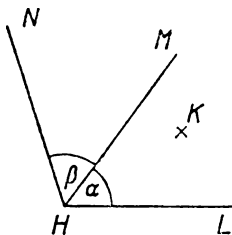
Obr. 130.

V obr. 131 je vyčárkována část roviny omezená dvěma rameny úhlu $\sphericalangle AVB$. O bodech této části říkáme, že leží uvnitř úhlu $\sphericalangle AVB$.

Dva úhly se jmenují **stýčné**, jestliže mají jedno rameno společné, ale jejich vnitřky nemají společného bodu. Protože vrchol



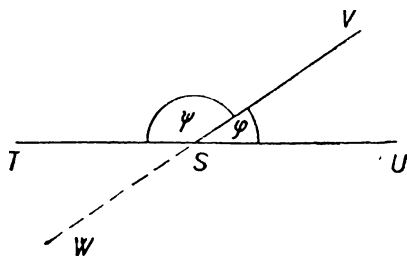
Obr. 131.



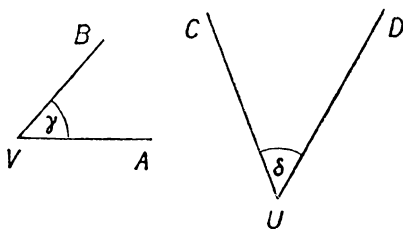
Obr. 132.

úhlu je počátek každého ramene, musí dva stýčné úhly mít společný vrchol. V obr. 132 máme dva stýčné úhly $\alpha = \sphericalangle LHM$, $\beta = \sphericalangle MHN$. Úhly $\sphericalangle LHN$, $\sphericalangle LHM$ na obr. 132 mají společné rameno, ale nejsou to úhly stýčné, protože na př. bod K leží uvnitř obou těch úhlů. Mezi dvojicemi stýčných úhlů jsou nejdůležitější dvojice **vedlejších úhlů**. Dva úhly se jmenují vedlejší, jestliže mají jedno rameno spo-

lečné a druhá dvě ramena jsou navzájem opačná. Na obr. 133 máme dva vedlejší úhly $\varphi = \sphericalangle USV$ a $\psi = \sphericalangle TSV$. K danému úhlu si můžeme narýsovat libovolně mnoho úhlů s ním styčných. Ale k danému úhlu můžeme udat pouze dva úhly s ním vedlejší; na př. k úhlu φ z obr. 133 je vedlejší jednak úhel ψ , který s ním má společné rameno SV , ale k témuž úhlu φ je vedlejší také $\sphericalangle USW$, který má s úhlem φ společné rameno SU . Dva úhly se jmenují **vrcholové**, jestliže každé rameno jednoho je opačné s určitým ramenem druhého; dva vrcholové úhly mají společný vrchol, ale nemají žádné společné rameno. K danému úhlu φ máme jediný úhel s ním vrcholový; na př. k úhlu φ na obr. 133 je vrcholový úhel $\sphericalangle TSW$.



Obr. 133.

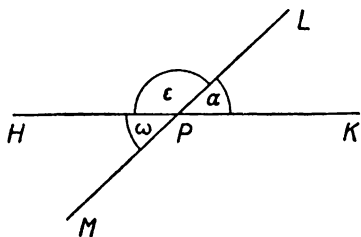


Obr. 134.

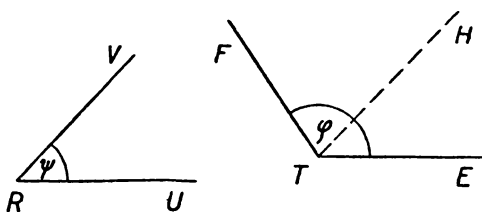
Dva úhly mají stejnou velikost neboli jsou si **rovny**, jestliže je možné položit jeden na druhý tak, aby se navzájem kryly; to znamená, že se má krýti vrchol s vrcholem, ramena s rameny, vnitřek s vnitřkem. Na př. na obr. 134 úhly γ , δ jsou si rovny. Nic nevádí, že narýsované části ramen úhlu γ jsou mnohem menší než narýsované části ramen úhlu δ , protože ramena úhlu nejsou úsečky, nýbrž polopřímky. Dva sobě rovné úhly můžeme položit jeden na druhý dvojitým způsobem. Na př. úhel γ z obr. 134 můžeme položit na úhel δ z téhož obrazce buďto tak, aby se krylo rameno VA s ramenem UC a rameno VB s ramenem UD , nebo také tak, aby se krylo rameno VA s ramenem UD a rameno VB s ramenem UC .

Vrcholové úhly se sobě rovnají. Přesvědčíme se o tom takto: Narýsujte si do sešitu dvě různoběžky (obr. 135) s průsečíkem P . Zvolte si na první z nich body H , K a na druhé body L , M tak, aby bod P ležel na úsečce HK i na úsečce LM . Vyznačte si úhly

$a = \sphericalangle KPL$, $\omega = \sphericalangle HPM$. Jsou to dva vrcholové úhly; chceme se přesvědčit, že $a = \omega$. Vyznačte si v obrazci ještě úhel $\varepsilon = \sphericalangle HPL$. Nyní si celý obrazec obkreslíte ze sešitu (i s označením bodů a úhlů) na list průsvitného papíru. Úhel ε v sešitě a úhel ε na průsvitném papíru jsou si ovšem rovny. Obrátme průsvitný papír na ruby a položme jej na sešit tak, aby se úhel ε na průsvitném papíru kryl s úhlem ε v sešitě, a to tak, že rameno PH z papíru se kryje s ramenem PL ze sešitu a rameno PL z papíru se kryje s ramenem PH ze sešitu. Potom se úhel ω na průsvitném papíru kryje s úhlem a v sešitě, a je tedy skutečně $a = \omega$.



Obr. 135.



Obr. 136.

Jestliže si dva úhly nejsou rovny, je jeden z nich **menší** než druhý a druhý je potom **větší** než první. Na př. na obr. 136 je úhel ψ menší než úhel φ , neboli úhel φ je větší než úhel ψ , což píšeme $\psi < \varphi$ nebo $\varphi > \psi$. Úhel ψ můžeme položit na úhel φ tak, že rameno RU úhlu ψ se bude krýt třeba s ramenem TE úhlu φ a že vnitřek úhlu ψ vyplní část vnitřku úhlu φ . Druhé rameno RV úhlu ψ bude se potom krýt s polopřímkou TH , která vychází z vrcholu T úhlu φ a jde dovnitř úhlu φ .

Všechny pravé úhly se sobě rovnají. U nás je zvykem označovat velikost pravého úhlu písmenem R ; je to počáteční písmeno latinského slova *rectus*, které znamená pravý. Jinde, na př. v Sovětském svazu, je zvykem označovat pravý úhel písmenem d ; je to počáteční písmeno francouzského slova *droit* (čteme droa), které také znamená pravý. Velikost jiných úhlů budeme prozatím vyjadřovat srovnáváním s velikostí pravého úhlu. Na př. na obr. 137 jest $\sphericalangle BAC = R$, $\sphericalangle BAD = \frac{1}{2} R$, $\sphericalangle DAC = \frac{1}{2} R$, $\sphericalangle CAG = \frac{1}{2} R$,

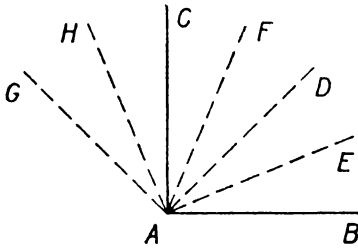
$\sphericalangle BAG = 1\frac{1}{2}R$, $\sphericalangle BAE = \frac{1}{4}R$, $\sphericalangle BAH = 1\frac{1}{4}R$, $\sphericalangle DAH = \frac{3}{4}R$;

v obr. 138 je

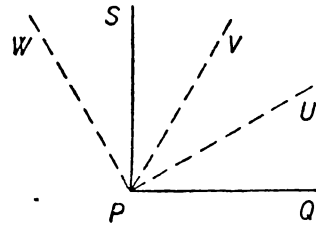
$\sphericalangle QPS = R$, $\sphericalangle QPU = \frac{1}{3}R$, $\sphericalangle UPV = \frac{1}{3}R$, $\sphericalangle VPS = \frac{1}{3}R$,

$\sphericalangle QPV = \frac{2}{3}R$, $\sphericalangle UPS = \frac{2}{3}R$, $\sphericalangle QPW = 1\frac{1}{3}R$.

S pojmem úhlu jsme se dosud ještě neseznámili v celé jeho obecnosti. Všecky úhly, o kterých jsme dosud mluvili, jsou totiž

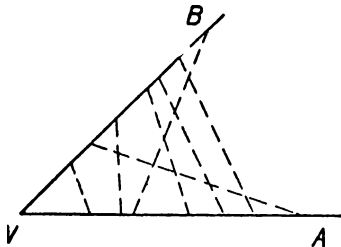


Obr. 137.

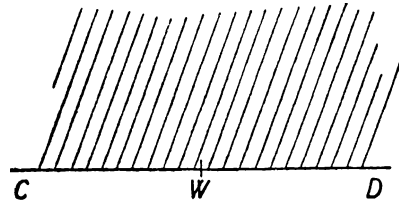


Obr. 138.

tak zvané **úhly duté**. Duté úhly jsou mnohem důležitější než ostatní druhy úhlů. Ramena dutého úhlu jsou dvě polopřímky, které neleží v jedné přímce a mají ovšem společný počátek, který je vrcholem úhlu. Vnitřek dutého úhlu je vyplněn úsečkami, které mají jeden krajní bod na jednom rameni a druhý krajní bod na druhém rameni. Několik takových úseček je vyznačeno v obr. 139 pro dutý úhel $\sphericalangle AVB$. Obě ramena dutého úhlu rozdělí rovinu na dvě části; jednu jsme již nazvali vnitřkem dutého úhlu; druhá se jmenuje vnějšek dutého úhlu. Nyní si vysvětlíme, co je to **vypuklý úhel** s rameny VA , VB . Jeho vrchol je též jako u dutého úhlu $\sphericalangle AVB$, jeho ramena jsou také též jako u dutého úhlu $\sphericalangle AVB$ a rozdíl je pouze v tom, že vnitřek dutého úhlu je vnějškem vypuklého úhlu



Obr. 139.

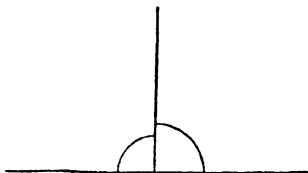


Obr. 140.

a vnějšek dutého úhlu je vnitřkem vypuklého úhlu. Ke každému dutému úhlu přísluší tedy určitý vypuklý úhel; oba úhly mají tyž vrchol a táž ramena, ale vnitřek jednoho je vnějškem druhého. O z n a č e n í α u ž í v á m e v ý h r a d n ě p r o ú h l y d u t é.

Dále máme ještě t. zv. **přímé úhly**. Ramena přímého úhlu jsou dvě opačné polopřímky, leží tedy obě v jediné přímce. Na obr. 140 vidíme dvě opačné polopřímky, WC , WD . Jsou dva přímé úhly, které mají tyto dvě polopřímky jako ramena a jejich společný počátek W jako vrchol. Vyčárkovaná část roviny je vnitřek jednoho z těch dvou přímých úhlů a zároveň vnějšek druhého.

Všecky přímé úhly jsou si rovny. Dutý úhel je takový, který je menší než úhel přímý; vypuklý úhel je takový, který je větší než úhel přímý. Každý dutý úhel je menší než každý vypuklý úhel. Ke každému dutému úhlu přísluší určitý vypuklý úhel s týmiž rameny. Zvětšíme-li dutý úhel, zmenšíme zároveň příslušný vypuklý úhel; zmenšíme-li dutý úhel, zvětšíme zároveň příslušný vypuklý úhel.



Obr. 141.

Mezi duté úhly patří především pravé úhly, které, jak víme, jsou si všechny rovny. **Kosý úhel** je takový dutý úhel, který není pravý. Kosé úhly dělíme na **úhly ostré a tupé**; ostrý úhel je menší než pravý, tupý úhel je větší než pravý.

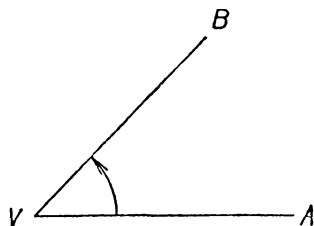
Každý přímý úhel se dá rozložit na dva styčné pravé úhly (v obr. 141); proto velikost přímého úhlu můžeme označit $2R$. Označíme-li α libovolný úhel, dostaneme tuto přehlednou tabulku:

Úhel	ostrý	pravý	tupý	přímý	vypuklý	dutý	kosý
	$\alpha < R$	$\alpha = R$	$\alpha > R,$ $\alpha < 2R$	$\alpha = 2R$	$\alpha > 2R,$ $\alpha < 4R$	$\alpha < 2R$	$\alpha < 2R,$ $\alpha \neq R$

V posledním sloupci značka \neq (přeškrtnuté znamení rovnosti) je značka nerovnosti; čteme α rozdílné od R .

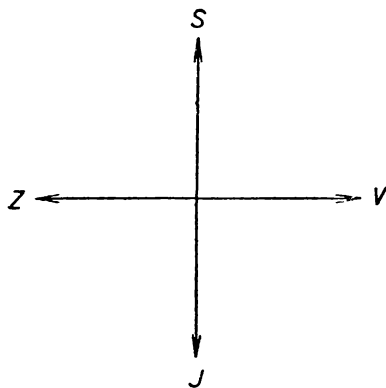
Pojem úhlu je ve velmi těsné souvislosti s pojmem otáčení. Označte si písmenem V své místo v učebně. Dále si označte písmeny A, B určitá dvě místa v učebně. Nyní se postavte ve směru VA , t. j.

na místě V si stoupněte tak, abyste se dívali přímo před sebe na místo A . Potom se otáčejte (na místě V) tak dlouho, až stojíte ve směru VB . Říkáme, že jste se otočili o úhel $\sphericalangle AVB$. Při tom se rameno VA jevílo jako rameno první, rameno VB jako rameno druhé. Při otáčení přejde rameno první v rameno druhé a průběhem otáčení vyplní celý vnitřek úhlu. Můžeme se otáčeti d o l e v a, jak je tomu v obr. 142, jestliže VA je rameno první a VB rameno druhé; můžeme se také otáčeti doprava, jak by tomu bylo v obr. 142, kdyby bylo VB rameno první a VA rameno druhé. Hodinové ručičky se otáčejí doprava, proto se otáčení doleva v geometrii jmenuje někdy otáčení proti směru ručiček hodinových a otáčení doprava otáčení po směru ručiček hodinových. Každý úhel můžeme vytvořit buďto otáčením doprava, nebo otáčením doleva. Chceme-li v obrazci vyznačit, kterým z obou otáčení úhel vznikl, děláme při obloučku šipku (obr. 142); obyčejně však na tom nezáleží a šipka je zbytečná.



Obr. 142.

Otáčením můžeme vytvořit jakýkoli úhel dutý, přímý nebo vypuklý. Na př. při otočení vpravo v bok nebo vlevo v bok se otočíme o úhel pravý: při otočení čelem vzad se otočíme o úhel přímý. Můžeme se také otočit (vpravo nebo vlevo) kolem dokola tak, že konečný směr je týž, jako byl směr počáteční. Říkáme potom, že jsme se otočili o **úhel plný**. Otočení o úhel plný můžeme rozložit na čtyři otočení o úhel pravý; proto velikost plného úhlu je $4R$.



Obr. 143.

Prakticky velmi důležité je otáčení na vodorovné rovině. Malá část povrchu zemského je přibližně vodorovná. Máme čtyři základní směry (světové strany): sever (S),

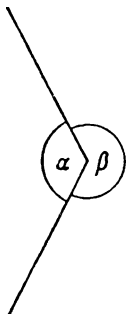
jih (\mathcal{J}), východ (V), západ (Z). Stín svislé tyče v pravé poledne ukazuje k severu. Obrátíme-li se čelem k severu, máme napravo východ a nalevo západ; směr k severu protilehlý je jih. Na mapách a plánech zobrazujeme sever nahoře, jih dole, východ napravo a západ nalevo (obr. 143). Za jasné noci určíme světové strany podle hvězd; v souhvězdí Malého vozu je t. zv. polárka, která ukazuje směr k severu. Postavte se směrem k severu a otočte se doprava o úhel $\frac{1}{4} R$. Pak stojíte směrem k severovýchodu (SV), což je tedy směr právě v polovině mezi S a V . Podobně máme severozápad (SZ), jihovýchod ($\mathcal{J}V$), jihozápad ($\mathcal{J}Z$).

V tomto článku jste se seznámili s těmito geometrickými názvy: úhel — jeho vrchol a ramena — polopřímka — její počátek — značka $\sphericalangle AVB$ — řecká písmena $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \varphi, \psi, \omega$ — opačné polopřímky — vnitřek úhlu — styčné úhly — vedlejší úhly — vrcholové úhly — úhel dutý — úhel vypuklý — úhel přímý — vnějšek úhlu — úhel kosý — úhel ostrý — úhel tupý — značka R — značka d — značka \neq — úhel plný.

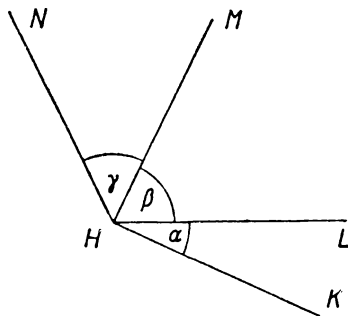
Cvičení.

238. Narýsujte si do sešitu obrazec asi toho tvaru, jaký je obr. 129 v učebnici, ale větší. Zapište do svého obrazce také všechna písmena. Každý úhel označený v obrazci řeckým písmenem označte pomocí tří bodů.
239. Ke každému úhlu označenému v obr. 129 řeckým písmenem vypište (pomocí tří bodů) jeho úhel (k němu) vrcholový a oba jeho úhly (k němu) vedlejší.
240. Jmenujte předměty, na kterých se vyskytují úhly ostré nebo tupé.
241. Jmenujte velikosti úhlů při daných otáčeních:
 a) \mathcal{J} napravo k Z ; b) od Z napravo k V ; c) od V nalevo k \mathcal{J} ; d) od \mathcal{J} napravo k SZ ; e) od Z nalevo k SV ; f) od $\mathcal{J}V$ napravo k SZ ; g) od $\mathcal{J}V$ nalevo k SZ ; h) od SV napravo k \mathcal{J} ; i) od SZ nalevo k Z .
242. Jmenujte konečný směr, do kterého se dostanete z daného směru daným otáčením:
 a) od \mathcal{J} napravo o R ; b) od V napravo o $2 R$; c) od Z nalevo o $3 R$; d) od S nalevo o $5 R$; e) od \mathcal{J} napravo o $\frac{1}{4} R$; f) od Z nalevo o $2\frac{1}{8} R$; g) od V nalevo o $3\frac{1}{2} R$; h) od S napravo o $4\frac{3}{2} R$; i) od $\mathcal{J}V$ napravo o $3 R$; j) od SV napravo o $2\frac{1}{2} R$; k) od SZ nalevo o $1\frac{1}{2} R$; l) od $\mathcal{J}Z$ nalevo o $3\frac{1}{2} R$.
243. Vyjádřete pomocí R , o jaký úhel se otočí velká hodinová ručička: a) za hodinu; b) za třicet minut; c) za pět minut; d) za $2\frac{2}{3}$ hodiny.

244. Vyjádřete pomocí R , o jaký úhel se otočí malá hodinová ručička: a) za 6 hodin; b) za 4 hodiny; c) za hodinu; d) za 30 minut.
245. Jak velký je vypuklý úhel mezi JV a Z ?
246. Muž kráčí k jihu, na křižovatce se obrátí k jihovýchodu a na další křižovatce se obrátí k jihozápadu. Naznačte obrazcem od ruky. Vyznačte (jako v obr. 142) obloučkem a šipkou úhly, o které se otočí na křižovatkách. Jak velké jsou ty úhly?
247. Když $a = 1\frac{1}{4} R$ v obr. 144, čemu se rovná β ?
248. Když $\beta = 2\frac{1}{2} R$ v obr. 144, čemu se rovná a ?
249. Když $\beta = 2 a$ v obr. 144, čemu se rovná a ?
- Ke cvičení 250 až 253 rýsujte své vlastní obrazce od ruky!



Obr. 144.



Obr. 145.

250. (Obr. 145.) Jestliže $a = \frac{1}{4} R$, $\beta = \frac{3}{4} R$, čemu se rovná $\sphericalangle KHM$?
251. (Obr. 145.) Čemu se rovná γ , jestliže $\sphericalangle LHN = 1\frac{1}{4} R$, $\sphericalangle LHM = \frac{3}{4} R$?
252. (Obr. 145.) Čemu se rovná β a γ , jestliže $\sphericalangle KHL = \frac{1}{3} R$, $\sphericalangle KHM = R$, $\sphericalangle KHN = 1\frac{1}{2} R$?
253. (Obr. 145.) Jestliže $a = \frac{1}{3} R$, $\beta = \frac{2}{3} R$, $\gamma = \frac{1}{2} R$, čemu se rovná vypuklý úhel s rameny HK , HN ? Čemu se rovná vypuklý úhel s rameny HL a HM ?

2. Přenášení a měření úhlů.

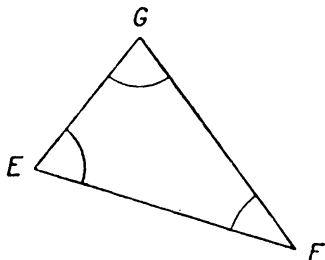
Narýsujte si trojúhelník EFG (obr. 146). Úhly $\sphericalangle FEG$, $\sphericalangle EFG$, $\sphericalangle EGF$ (v obrazci vyznačené obloučky) se jmenují **vnitřní úhly trojúhelníka EFG** nebo krátce **úhly trojúhelníka EFG** . Úhel $\sphericalangle FEG$ na př. se jmenuje úhel při vrcholu E nebo úhel proti straně FG .

Velmi často se značí (obr. 147) vrcholy trojúhelníka písmeny A, B, C a úhly písmeny α, β, γ tak, že α je úhel při vrcholu A , β je úhel při vrcholu B , γ je úhel při vrcholu C .

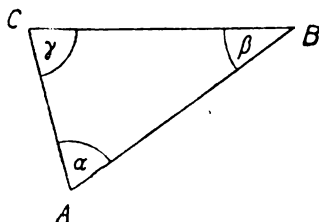
V sešitě máte narýsovaný trojúhelník EFG (obr. 146). Narýsujte si na list papíru trojúhelník ABC (obr. 147) tak, aby bylo

$$\overline{AB} = \overline{EF}, \quad \overline{AC} = \overline{EG}, \quad \overline{BC} = \overline{FG}.$$

Strany trojúhelníka ABC se tedy rovnají stranám trojúhelníka EFG . Víte, že oba trojúhelníky jsou shodné (viz část I, článek 5).



Obr. 146.



Obr. 147.

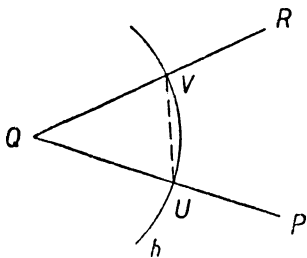
Můžeme tedy vystřihnouti trojúhelník ABC a položití jej na trojúhelník EFG tak, že vrchol A padne na vrchol E , vrchol B padne na vrchol F a vrchol C padne na vrchol G . Učíte to! Vidíte, že se vám kryjí nejen vrcholy a strany obou trojúhelníků, nýbrž také jejich úhly. Jsou-li dva trojúhelníky shodné, rovnají se úhly prvního úhlům druhého.

Tohoto poznatku uijeme k **přenesení daného úhlu** pomocí pravítka a kružítka (bez vystřihování). Při tom se užívá s výhodou trojúhelníka rovnoramenného. Zvolte si v sešitě jakýkoli úhel $\sphericalangle PQR$ (obr. 148) a polopřímku AL (obr. 149). Chceme sestřít úhel α rovný narýsovanému úhlu $\sphericalangle PQR$ tak, aby jedním ramenem úhlu α byla daná polopřímka AL ; vrcholem úhlu bude tedy daný bod A (počátek polopřímky AL).

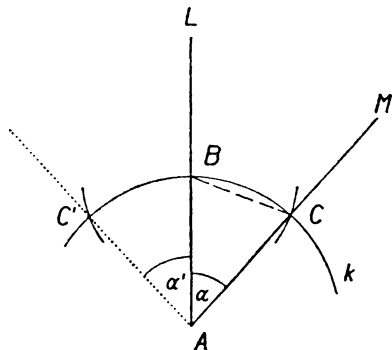
Opište kolem bodu Q kružnici h s libovolným, ale dosti velkým poloměrem r . Kružnice h protne rameno QP daného úhlu $\sphericalangle PQR$ v bodě U a rameno QR v bodě V (obr. 148). Vznikne nám rovnoramenný trojúhelník QUV se základnou UV (vyčárkovanou v obr. 148)

a s rameny QU a QV . Daný úhel $\sphericalangle PQR$ je úhel proti základně v rovnoramenném trojúhelníku QUV .

Abychom daný úhel přenesli na předepsané místo, potřebujeme pouze sestrojít rovnoramenný trojúhelník ABC , shodný s trojúhelníkem QUV ; při tom je předepsána poloha bodu A i poloha polopřímky AB , neboť tato polopřímka musí splynout s danou polopřímkou AL . Abychom určili polohu bodu B na polopřímce AL , všimneme si, že musí platit $\overline{AB} = \overline{QU}$ neboli $\overline{AB} = r$; r byl poloměr kružnice h . Opíšeme tedy kolem bodu A kružnici k s poloměrem r



Obr. 148.

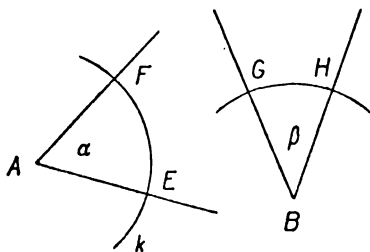


Obr. 149.

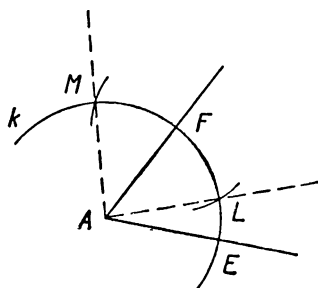
(obr. 149), která nám vytne na polopřímce AL bod B . Dále musíme určit polohu bodu C . Protože $\overline{AC} = \overline{QV}$ neboli $\overline{AC} = r$, musí také bod C ležet na kružnici k . Zároveň však musí být také $\overline{BC} = \overline{UV}$. Proto bod C dostaneme jako průsečík kružnice k s kružnicí sestrojenou kolem bodu B s poloměrem rovným úsečce UV . Tím máme sestrojen trojúhelník ABC , shodný s trojúhelníkem QUV , a při vrcholu A trojúhelníka ABC dostaneme žádaný úhel α . Úsečky UV , BC (vyčárkované na obr. 148 a 149) není třeba rýsovat a konstrukce probíhá tedy takto: Kolem bodu Q opíšeme kružnici h s libovolným (ale dosti velkým) poloměrem r , která protne ramena QP , QR daného úhlu $\sphericalangle PQR$ v bodech U , V . (Při praktickém provádění rýsujeme pouze malé obloučky kružnice h v blízkosti jejich průsečíků U , V s rameny daného úhlu. Tyto body nepopisujeme žádnými písmeny; v učebnici jsou označeny U , V pouze pro jasnost výkladu.) Potom narýsujeme kolem bodu A kružnici k s tímž polo-

měrem r , která vytne na dané polopřímce AL bod B . (Při praktickém provádění zase rýsuje pouze malé obloučky kružnice k v blízkosti bodů B, C ; bod B nepopisujeme žádným písmenem.) Posléze opišeme kolem bodu B kružnici s poloměrem rovným úsečce UV (z níž rýsuje zase jen malý oblouček). Průsečík C této kružnice s kružnicí k (nepopisujeme jej žádným písmenem) spojíme s daným bodem A , to je druhé rameno úhlu α , a konstrukce je dokončena.

Sestrojený úhel α (obr. 149) vznikl otáčením ramene AL doprava. Úloze vyhovuje ještě také úhel α' (čteme α s čárkou), který vznikne otáčením ramene AL doleva. Rameno AC' úhlu $\alpha' = \sphericalangle LAC'$ je vytečkováno v obr. 149. Konstrukci přenášení úhlů, kterou jste právě poznali, musíte se naučit provádět hbitě. Je velmi důležité volit poloměr r dosti veliký; jinak by konstrukce nebyla přesná.



Obr. 150.



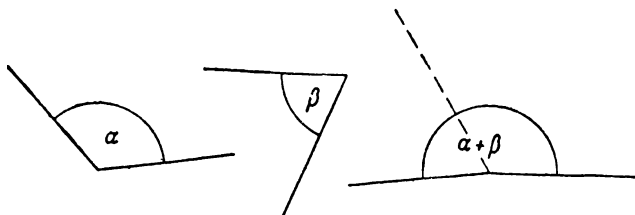
Obr. 151.

Stejnou konstrukcí řešíme také jiné důležité úlohy. Máme-li na př. rozhodnout, který z úhlů α, β , naryšovaných v obr. 150, je větší, sestojíme kolem vrcholů obou úhlů kružnice se stejným (dosti velikým!) poloměrem. Prvá kružnice protne ramena prvního úhlu v bodech E, F , druhá kružnice protne ramena druhého úhlu v bodech G, H . V případě naryšovaném v obr. 150 vyjde $\overline{EF} > \overline{GH}$, a proto je $\alpha > \beta$. V obr. 151 máme dva styčné úhly, $\sphericalangle EAF$, $\sphericalangle FAM$, z nichž první se rovná úhlu α a druhý úhlu β (úhly α, β jsou v obr. 150). Tyto dva úhly, $\sphericalangle EAF$, $\sphericalangle FAM$ dohromady tvoří úhel $\sphericalangle EAM$, jeho velikost se rovná $\alpha + \beta$. Takový součet $\alpha + \beta$ dvou daných úhlů (obr. 150) snadno sestojíme graficky (obr. 151).

Zvolíme libovolně polopřímku AF . Přenášením úhlů sestrojíme dva styčné úhly se společným ramenem AF tak, aby jeden z nich byl roven α a druhý byl roven β . Druhá ramena AE , AM přenesených úhlů jsou rameny úhlu, který se rovná součtu $\alpha + \beta$. Této konstrukci říkáme **grafické sčítání úhlů**.

Všimněte si, že součet dvou dutých úhlů α , β může být úhel vypuklý (obr. 152). Součet dvou dutých úhlů může také být úhel přímý.

Jsou-li dány úhly α , β tak, že $\alpha > \beta$, můžeme sestrojiti rozdíl $\alpha - \beta$ (grafické odčítání úhlů). Postup je podobný jako při grafickém sčítání úhlů. V obr. 151 je $\sphericalangle EAL = \alpha - \beta$, kde α , β jsou úhly z obr. 150.



Obr. 152.

Také tři, čtyři i více úhlů můžeme graficky sčítat. Sečteme-li graficky dva úhly rovné a , dostaneme dvojnásobek úhlu a neboli úhel $2a$. Podobně máme na př. trojnásobek úhlu a neboli úhel $3a$, čtyřnásobek atd.

Součet dvou vedlejších úhlů se zřejmě rovná přímému úhlu neboli $z R$. Takové dva úhly, jejichž součet se rovná $z R$, jmenují se **výplňkové**. Tedy každé dva vedlejší úhly jsou výplňkové. Ale vedlejší úhly jsou výplňkové úhly ve zvláštní poloze. Jestliže o dvou úhlech víme pouze, že to jsou úhly výplňkové, nevíme nic o jejich poloze; proto dva výplňkové úhly nemusí být vedlejší.

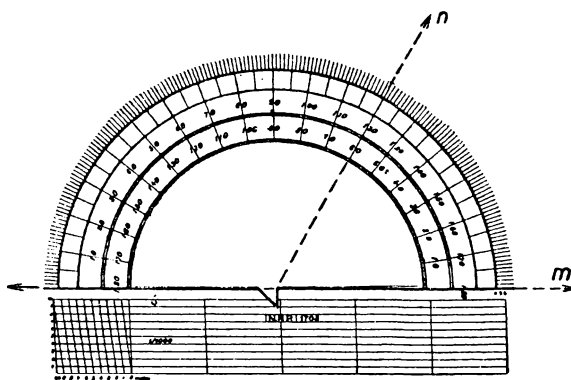
Často se také vyskytují dva úhly, jejichž součet se rovná jednomu pravému úhlu. Takové dva úhly se jmenují **doplňkové**.

Změřit úhel znamená srovnat jeho velikost s úhlem určité velikosti, který zvolíme za **úhlovou jednotku**. Víme už, že za úhlovou jednotku lze zvolit pravý úhel R . Ale pro praxi je R příliš velká jed-

notka. Odedávna se užívá úhlové jednotky devadesátkrát menší než R , která se jmenuje **stupeň**. Značka pro stupeň je malá nula nahoře vpravo. Tedy

$90^{\circ} = R$ (pravý úhel), $180^{\circ} = 2 R$ (přímý úhel), $360^{\circ} = 4 R$ (plný úhel), $270^{\circ} = 3 R$, $45^{\circ} = \frac{1}{2} R$, $30^{\circ} = \frac{1}{3} R$, $60^{\circ} = \frac{2}{3} R$, $22\frac{1}{2}^{\circ} = \frac{1}{4} R$ a pod. Dále máme:

- $a < 90^{\circ}$ pro ostrý úhel a ,
- $a > 90^{\circ}$, $a < 180^{\circ}$ pro tupý úhel a ,
- $a < 180^{\circ}$ pro dutý úhel a ,
- $a < 180^{\circ}$, $a \neq 90^{\circ}$ pro kosý úhel a ,
- $a > 180^{\circ}$, $a < 360^{\circ}$ pro vypuklý úhel a .



Obr. 153.

Dva výplňkové úhly dávají dohromady 180° ; na př. 70° a 110° jsou dva výplňkové úhly. Dva doplňkové úhly dávají dohromady 90° ; na př. 37° a 53° jsou dva doplňkové úhly.

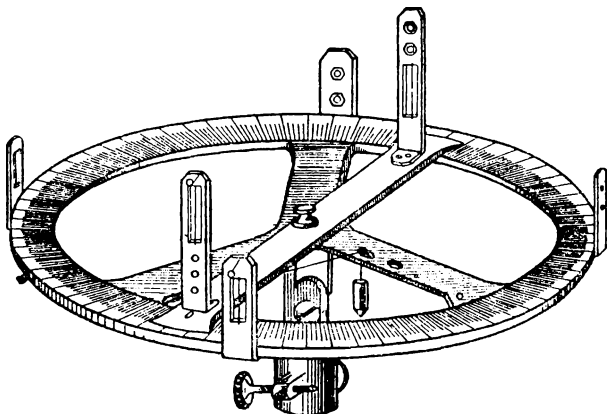
Velikost úhlu měříme v sešitě úhlo mě r e m (obr. 153). Na úhlo mě ru čte me v ž dy dva ú da je, které mají

součet 180° . Velikost dvou vedlejších úhlů můžeme vyčísti z úhlo mě ru sou čas ně. Při mě ře ní ú hlů ú hl o mě ř e m musí bý ti na rý so va né čá sti ra men dosti dlouhé a musí pře sa ho va ti ú hl o mě ř. Musí me dbá ti to ho, aby vrchol ú hl u byl pře sně ve stře du ú hl o mě ř u (oby čej ně je tam vý řez) a aby se jed no ra me no ú hl u pře sně kry lo s průmě rem ú hl o mě ř u. Ú hl o mě ř u už í va me tak é k na rý so va ní ú hl u, je ho ž ve li ko st (vy já drě na ve stupních) je pře de psá na. Má me-li vsá k pře ně sti ú hel již na rý so va ný, ne už í va me ú hl o mě ř u, ný br ž po stu pu je me pod le obr. 149; je to pře sně jší.

V přírodě měříme úhly různými přístroji, které jsou založeny

na téže zásadě jako úhломěr. Jednoduchý úhlo měrný přístroj je znázorněn v obr. 154.

Při jemných měřeních se užívá také menších úhlových jednotek, než je stupeň. Je to úhlová **minuta** a úhlová **vteřina (sekunda)**. Značka pro minutu je čárka nahoře vpravo, pro vteřinu dvě čárky. Píšeme: $1^{\circ} = 60'$, $1' = 60''$, t. j. stupeň má šedesát minut, minuta má šedesát vteřin. Měnitel úhlových měr je šedesát.



Obr. 154.

Máme-li na př. $37^{\circ} 25'$ rozvésti na minuty, vypočteme

$$\begin{array}{r} 37 \cdot 60 + 25 \\ \hline 2245 \end{array}$$

(oba výkony můžeme provésti najednou) a máme výsledek $37^{\circ} 25' = 2245'$. Tých výpočet dá, že $37^{\circ} 25'' = 2245''$.

Máme-li $37^{\circ} 25' 49''$ rozvésti na vteřiny, najdeme nejprve jako výše, že $37^{\circ} 25' = 2245'$, načež máme ještě $2245' 49''$ rozvésti na vteřiny. To provedeme výpočtem

$$\begin{array}{r} 2245 \cdot 60 + 49 \\ \hline 134749 \end{array}$$

a dostaneme výsledek $37^{\circ} 25' 49'' = 134749''$. Celý postup výpočtu se dá naznačiti takto:

$$(37 \cdot 60 + 25) \cdot 60 + 49 = 134749.$$

Přejdeme k obrácenému výpočtu. Že $37^{\circ} 25' = 2245'$, našli jsme n a s o b e n í m š e d e s á t i. Abychom obráceně od tvaru $2245'$ přešli k rozvedenému tvaru $37^{\circ} 25'$, musíme provést d ě l e n í š e d e s á t i, tedy počítat:

$$\begin{array}{r} 2245 : 60 \\ \underline{37} \quad \quad \quad (zb. 25) \end{array}$$

Totéž dělení dá, že $2245' = 37^{\circ} 25''$. Abychom od tvaru $134749''$ přešli ke tvaru $37^{\circ} 25' 49''$, musíme provést dvoje dělení:

$$\begin{array}{r} 134749 : 60 \\ \underline{2245} \quad \quad \quad (zb. 49) \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2245 : 60 \\ \underline{37} \quad \quad \quad (zb. 25) \end{array}$$

Protože měnitel úhlových jednotek není ani 10, ani 100, ani 1000, je u úhlů převádění a rozvádění výkon, který se nedá tak okamžitě provést jako u měr a vah v metrické soustavě. Proto na rozdíl od metrické soustavy provádíme u úhlů z á k l a d n í p o č e t n í v ý k o n y p ř í m o v e m n o h o j m e n n é m t v a r u.

S č í t á n í ú h l ů provádíme takto:

$$\begin{array}{r} 27^{\circ} \quad 38' \quad 42'' \\ 32^{\circ} \quad 53' \quad 27'' \\ \underline{11^{\circ} \quad 55' \quad 39''} \\ 72^{\circ} \quad 27' \quad 48'' \end{array}$$

P o p i s. Začneme od vteřin a najdeme, že $39 + 27 + 42 = 108$. Dostaneme $108''$, které z paměti rozvedeme: $108'' = 1'48''$. Napíšeme $48''$ a $1'$ přidáme k minutám. Dále vypočteme: $1 + 55 + 53 + 38 = 147$, z paměti rozvedeme: $147' = 2^{\circ} 27'$, napíšeme $27'$ a 2° přidáme k stupňům. Konečně vypočteme: $2 + 11 + 32 + 27 = 72$ a zapíšeme 72° .

Podobně se provádí odčítání úhlů:

$$\begin{array}{r} 27^{\circ} \quad 38' \quad 42'' \\ - 11^{\circ} \quad 55' \quad 39'' \\ \hline 15^{\circ} \quad 43' \quad 3'' \end{array}$$

P o p i s. Začneme od vteřin, najdeme, že $42 - 39 = 3$, a zapíšeme $3''$. Přejdeme k minutám a vidíme, že 55 od 38 odečísti nelze. Proto k $38'$ přidáme $60'$; $38 + 60 = 98$, $98 - 55 = 43$, tedy zapíšeme $43'$. Protože jsme však k menšenci přidali $60'$ neboli 1° , mu-

síme, aby výsledek byl správný, o 1^0 více odečíst. Proto u stupňů vypočteme $27 - 12 = 15$ (nikoli $27 - 11$) a zapíšeme 15^0 .

U sčítání provádíme zkoušku správnosti sečtením v obráceném pořádku. U odčítání provádíme zkoušku správnosti sečtením menšíte a rozdílu.

Násobení úhlu malým číslem se provádí takto:

$$\begin{array}{r} 27^0 \quad 38' \quad 42'' \times 3 \\ \hline 82^0 \quad 56' \quad 6'' \end{array}$$

P o p i s : Začneme od vteřin a najdeme, že $42 \cdot 3 = 126$. Rozvedeme z paměti: $126'' = 2' 6''$, zapíšeme $6''$ a $2'$ přidáme k minutám. Dále vypočteme $38 \cdot 3 + 2 = 116$, rozvedeme z paměti: $116' = 1^0 56'$, zapíšeme $56'$ a 1^0 přidáme ke stupňům. Konečně vypočteme $27 \cdot 3 + 1 = 82$ a zapíšeme 82^0 .

Dělení úhlu malým číslem se provádí takto:

$$\begin{array}{r} 29^0 \quad 31' \quad 42'' : 3 \\ \hline 9^0 \quad 50' \quad 34'' \end{array}$$

P o p i s. Dělení čísel začínáme od nejvyšších míst dělence, a proto začneme od stupňů. Dělení $29 : 3$ dá podíl 9 a zbytek 2. Zapišeme podíl 9^0 a zbytek $2^0 = 120'$ přidáme k minutám. Dělení $(120 + 31) : 3$ neboli $151 : 3$ dá podíl 50 a zbytek 1. Zapišeme podíl $50'$ a zbytek $1' = 60''$ přidáme ke vteřinám. Dělení $(60 + 42) : 3$ neboli $102 : 3$ dá podíl 34 beze zbytku; zapíšeme $34''$.

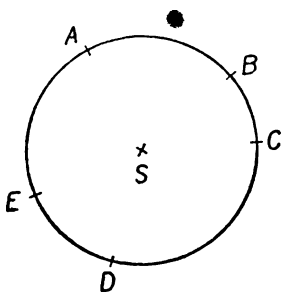
Zkoušku správnosti násobení provádíme dělením, zkoušku správnosti dělení provádíme násobením.

Násobení a dělení úhlu většími čísly se v praxi téměř nevyskytuje a nebudeme je cvičit.

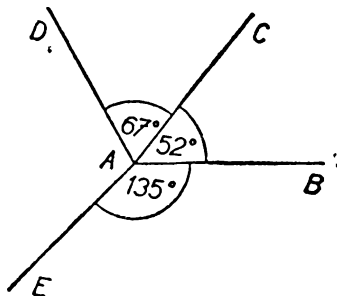
V tomto článku jste se seznámili s těmito geometrickými názvy: vnitřní úhly trojúhelníka neboli úhly trojúhelníka — přenášení úhlů — grafické sčítání a odčítání úhlů — grafické násobení úhlu číslem — úhly výplňkové — úhly doplňkové — úhlové jednotky: stupeň, minuta, vteřina (sekunda), 1^0 , $1'$, $1''$ — měnitel úhlových jednotek.

Cvičení.

254. Sestrojte dva trojúhelníky se stranami 43 mm, 36 mm, 53 mm. Přesvědčte se graficky, že úhly prvního trojúhelníka jsou rovny úhlům trojúhelníka druhého.
255. Sestrojte rovnostranný trojúhelník o straně 5 cm a přesvědčte se graficky, že všechny jeho úhly jsou si rovny.
256. Sestrojte rovnoramenný trojúhelník ABC se základnou $\overline{BC} = 42$ mm a rameny 63 mm. Přesvědčte se graficky, že úhly při vrcholech B a C jsou si rovny.
257. Sestrojte trojúhelník DEF se stranami $\overline{DE} = 37$ mm, $\overline{DF} = 4$ cm, $\overline{EF} = 43$ mm. Přesvědčte se graficky, že úhel při vrcholu E je menší než úhel při vrcholu D , ale větší než úhel při vrcholu F .
258. Zvolte si tři ostré úhly a určete graficky jejich součet.
259. Zvolte si tupý úhel α a ostrý úhel β a určete graficky jejich rozdíl.
260. Sestrojte graficky dvojnásobek, trojnásobek a čtyřnásobek zvoleného úhlu.
261. Zvolte si body K, L, M tak, aby bylo $LK \perp LM$, $\overline{LK} = 5$ cm, $\overline{LM} = 2$ cm. Kolikrát musíte zvětšit $\sphericalangle LKM$, abyste dostali úhel tupý? Kolikrát, abyste dostali úhel vypuklý? Kolikrát nemůžete zvětšit $\sphericalangle LKM$, nemá-li vyjít úhel větší než $4R$?
262. Sestrojte trojúhelník BCD shodný se stejně označeným trojúhelníkem v obr. 24 (str. 24). Označte β, γ a δ úhly při vrcholech B, C a D . Sestrojte graficky tyto tři úhly: $\delta - 2\gamma, \delta - 3\beta, 2\beta + 3\gamma$.
263. Na kružnici se středem S a s poloměrem 5 cm si zvolte 5 bodů jako v obr. 155. Srovnajte graficky úhly $\sphericalangle ACE, \sphericalangle ADE, \sphericalangle ABE$. Sestrojte graficky dvojnásobek úhlu $\sphericalangle ACE$ a srovnajte jej graficky s úhlem $\sphericalangle ASE$.



Obr. 155.



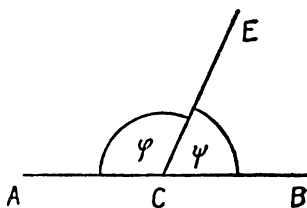
Obr. 156.

264. Vyjádřete ve stupních: $\frac{2}{6} R, \frac{3}{4} R, 1\frac{1}{3} R, 2\frac{3}{5} R, 3\frac{1}{4} R$.
265. Vyjádřete pomocí pravého úhlu: $60^\circ, 15^\circ, 210^\circ, 22\frac{1}{2}^\circ, 135^\circ, 270^\circ, 315^\circ$.
266. Jmenujte úhly výplňkové k úhlům: $97^\circ, 36^\circ, 130^\circ, 48^\circ, 148^\circ, 100^\circ, 1^\circ$.

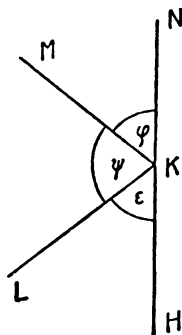
267. Jmenujte úhly doplňkové k úhlům: 54° , 39° , 80° , 27° , 36° . Můžete jmenovat doplňkové úhly ke všem úhlům ze cvičení 266?
268. S pomocí úhlooměru sestrojte v rozmanitých polohách úhly: 55° , 38° , 142° , 200° , 300° , 100° , 72° , 85° , 330° , 254° .
269. V obr. 24 (str. 24) změřte: $\sphericalangle ACB$, $\sphericalangle CDB$ a vypuklý úhel s rameny BA , BD . Zapište každý svůj výsledek a potom srovnávejte výsledky celé třídy.
270. Vypočtete, čemu se rovná $\sphericalangle DAE$ v obr. 156.
271. Narýsujte od ruky obrazec, třeba nepřesný, ve kterém vychází z bodu S šest polopřímek, a to SA , SB , SC , SD , SE , SF , za sebou tak, aby $\sphericalangle ASB = 43^\circ$, $\sphericalangle BSC = 67^\circ$, $\sphericalangle CSD = 70^\circ$, $\sphericalangle DSE = 59^\circ$, $\sphericalangle ESF = 51^\circ$. Zapište velikosti úhlů do svého obrazce. Rozhodněte nejdříve výpočtem, zdali by při přesném rýsování čára ASD byla přímá, potom zdali by čára BSE byla přímá, konečně zdali by čára CSF byla přímá.
- Cvičení 272 až 277 řešte napřed výpočtem a potom narýsujte podle úhlooměru přesný obrazec.

Cvičení 272 až 274 se vztahují k obr. 157. Čára ACB je přímá.

272. Jestliže $\varphi = 72^\circ$, čemu se rovná ψ ?



Obr. 157.



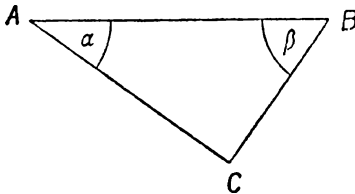
Obr. 158.

273. Jestliže $\varphi = 134^\circ$, čemu se rovná ψ ?
274. Jestliže $\varphi = 2\psi$, čemu se rovná ψ ?
- Cvičení 275 až 277 se vztahují k obr. 158. Čára HKN je přímá.
275. Jestliže $\varphi = 52^\circ$, $\psi = 62^\circ$, čemu se rovná ϵ ?
276. Jestliže $\varphi = \psi = 57^\circ$, čemu se rovná ϵ ?
277. Jestliže $\psi = \epsilon = 2\varphi$, čemu se rovná ϵ ?
278. Převedte na minuty: a) $18^\circ 29'$; b) $62^\circ 47'$; c) $29^\circ 36'$.
279. Převedte na vteřiny: a) $57^\circ 32''$; b) $17^\circ 18''$; c) $44^\circ 48''$; d) $52^\circ 38' 42''$; e) $36^\circ 18' 50''$; f) $43^\circ 42' 41''$.
280. Rozvedte: a) $1\ 357'$; b) $2\ 222'$; c) $987''$; d) $3\ 333''$; e) $123\ 456''$; f) $234\ 567''$.
281. Sečtěte: a) $32^\circ 55' + 27^\circ 43'$; b) $18^\circ 46' + 23^\circ 49'$; c) $35^\circ 57'' + 25^\circ 49''$.
282. Sečtěte: a) $53^\circ 35' 53'' + 64^\circ 46' 34''$; b) $87^\circ 27' 59'' + 37^\circ 37' 37''$; c) $44^\circ 44' 44'' + 65^\circ 43' 21'' + 39^\circ 39' 20''$; d) $35^\circ 49' 52'' + 53^\circ 52' 49'' + 60^\circ 55' 55'' + 15^\circ 48' 42''$.

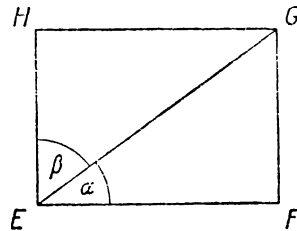
283. Odečtěte: a) $39^{\circ} 21' - 21^{\circ} 39'$; b) $57^{\circ} 11' - 11^{\circ} 57'$; c) $100^{\circ} 1' - 27^{\circ} 34'$; d) $100^{\circ} 3' - 37^{\circ} 5' 29''$; e) $98^{\circ} 42' - 37^{\circ} 42' 50''$; f) $111^{\circ} 11' 11'' - 12^{\circ} 34' 56''$.
284. Najděte výplňkové úhly k úhlům: a) $53^{\circ} 53' 42''$; b) $123^{\circ} 23' 27''$; c) $95^{\circ} 59' 32''$.
285. Najděte doplňkové úhly k úhlům: a) $37^{\circ} 27' 37''$; b) $26^{\circ} 35' 44''$; c) $33^{\circ} 45' 54''$.
286. Najděte dvojnásobek úhlu: a) $35^{\circ} 42' 37''$; b) $29^{\circ} 38' 56''$; c) $38^{\circ} 56' 29''$; d) $86^{\circ} 32' 26''$.
287. Vypočtěte: a) $35^{\circ} 42' 37'' \cdot 5$; b) $29^{\circ} 38' 56'' \cdot 7$; c) $38^{\circ} 56' 29'' \cdot 3$.
288. Odhadněte z paměti, jakým nejmenším číslem musíte znásobit $12^{\circ} 39' 45''$, abyste dostali úhel tupý, a potom ten tupý úhel vypočtěte.
289. Najděte polovinu úhlu: a) $32^{\circ} 57' 38''$; b) $11^{\circ} 39' 40''$; c) $37^{\circ} 57'$; d) $125^{\circ}, 43' 12''$
290. Vypočtěte: a) $87^{\circ} 35' : 5$; b) $35^{\circ} 43' : 6$; c) $53^{\circ} 32' 4'' : 7$.

3. Úhly v trojúhelníku. Pravidelný šestiúhelník.

Narýsujte na volném listu papíru pravoúhlý trojúhelník ABC (s pravým úhlem při vrcholu C) třeba tak, aby jeho odvěsna $AC = 47$ mm, $BC = 34$ mm, a vyznačte si písmenem α úhel při vrcholu A , písmenem β úhel při vrcholu B (obr. 159).



Obr. 159.



Obr. 160.

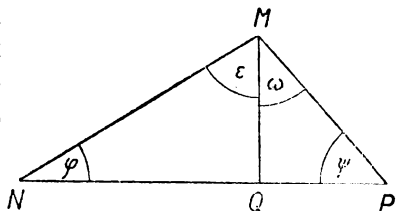
Dále si narýsujte do sešitu obdélník $EFGH$ s rozměry $\overline{EF} = 47$ mm, $\overline{EH} = 34$ mm a rozdělte jej úhlopříčkou EG na dva trojúhelníky (obr. 160). Vystříhnete si trojúhelník ABC . Protože velikosti odvěsen se rovnají rozměrům obdélníka a protože tyto odvěsny svírají pravý úhel, můžete vystřížený trojúhelník položit na obdélník $EFGH$ tak, aby se kryl s trojúhelníkem EGF ; při tom se bude vrchol A trojúhelníka ABC kryt s vrcholem E trojúhelníka EGF , a z toho soudíme, že v trojúhelníku EGF je $\sphericalangle FEG = \alpha$, jak je

vyznačeno v obr. 160. Za druhé však můžeme vystřižený trojúhelník položit na obdélník $EFGH$ tak, aby se kryl s trojúhelníkem GEH ; při tom se bude vrchol B trojúhelníka ABC krýt s vrcholem E trojúhelníka GEH , a z toho soudíme, že v trojúhelníku GEH je $\sphericalangle GEH = \beta$, jak je rovněž vyznačeno v obr. 160. Vidíme, že úhly α, β trojúhelníka ABC můžeme beze změny jejich velikosti přenést tak, aby z nich vznikly dva styčné úhly při vrcholu E , které dohromady dávají úhel pravý. Došli jsme k důležitému výsledku, že

$$\alpha + \beta = R.$$

Tedy pravoúhlý trojúhelník má dva ostré úhly, jejichž součet je R neboli 90° ; jsou to doplňkové úhly.

Narýsujte si nyní zcela libovolný trojúhelník a jeho vrcholy označte M, N, P tak, aby NP byla nejdelší strana. Z vrcholu M spusťte kolmici na přímku NP a její patu označte Q (v obr. 161). Vidíte, že úsečka MQ rozdělí trojúhelník MNP na dva pravoúhlé trojúhelníky MNQ a MPQ . Označte jako v obr. 161 φ, ε oba ostré úhly trojúhelníka MNQ , ψ, ω oba úhly trojúhelníka MPQ . Pozorujete, že trojúhelník MNP má při vrcholu N



Obr. 161.

úhel φ , při vrcholu P úhel ψ a úhel při vrcholu M je roven $\varepsilon + \omega$. Proto součet všech tří úhlů trojúhelníka MNP je roven součtu čtyř úhlů $\varphi, \varepsilon, \psi, \omega$. Vidíme však již, že $\varphi + \varepsilon = R, \psi + \omega = R$; proto je $\varphi + \varepsilon + \psi + \omega = 2R$, a máme důležitý výsledek: Součet všech tří úhlů každého trojúhelníka je $2R$ neboli 180° .

Viděli jsme, že jakmile jeden úhel trojúhelníka je pravý, jsou oba ostatní úhly ostré. Totéž platí, jakmile jeden úhel trojúhelníka je tupý, neboť velikost toho úhlu je větší než 90° , takže velikost obou ostatních úhlů dohromady činí méně než 90° . Proto jsou tři druhy trojúhelníků:

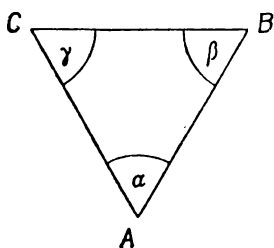
ostrouhlý trojúhelník má všechny tři úhly ostré,

pravoúhlý trojúhelník má jeden úhel pravý a dva ostré.

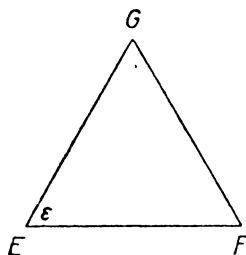
tupoúhlý trojúhelník má jeden úhel tupý a dva ostré.

Pro ostroúhlé a tupoúhlé trojúhelníky máme společný název **kosoúhlý trojúhelník**. Tedy kosoúhlý trojúhelník je každý trojúhelník, který není pravouhlý.

Narýsujte si na volný list papíru rovnostranný trojúhelník ABC a jeho úhly označte α , β , γ (obr. 162). Dále si narýsujte do sešitu rovnostranný trojúhelník EFG se stranami rovnými stranám trojúhelníka ABC a označte si ϵ jeho úhel při vrcholu E . Oba trojúhelníky ABC a EFG jsou shodné. Můžete vystříhnouti trojúhelník ABC a položit jej na trojúhelník EFG tak, a by kterýkoli vrchol trojúhelníka ABC se kryl s vrcholem E trojúhelníka EFG . Při tom se bude kterýkoli ze tří úhlů α , β , γ , kryt s úhlem ϵ . Z toho soudíme,



Obr. 162.

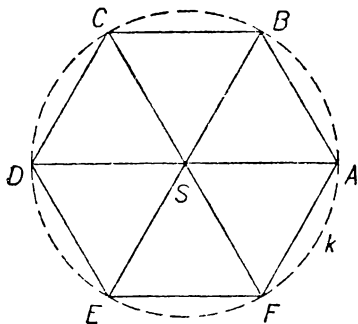


Obr. 163.

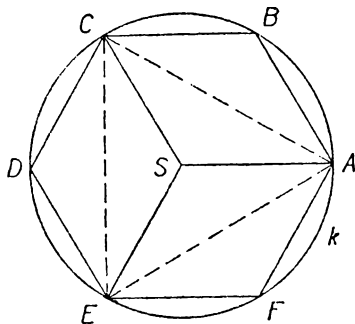
že všechny tři úhly, α , β , γ , jsou si rovny. Protože součet všech tří úhlů α , β , γ je roven 180° , je každý z nich roven 60° . Proto každý úhel rovnostranného trojúhelníka je roven 60° .

Šestinásobek úhlu 60° je úhel 360° , což je úhel plný. Proto můžeme šest rovnostranných trojúhelníků se stranami vesměs sobě rovnými umístiti tak, že mají společný vrchol S a že jejich úhly při vrcholu S dohromady tvoří úhel plný. V obr. 164 máme takových rovnostranných trojúhelníků šest: SAB , SBC , SCD , SDE , SEF , SFA . Označme r velikost každé strany každého z těchto trojúhelníků. Vznikne nám šestiúhelník $ABCDEF$, jehož každá strana má touž velikost r . Mimo to vzdálenost každého vrcholu A , B , C , D , E , F šestiúhelníka $ABCDEF$ od bodu S je také rovna r , proto všechny tyto vrcholy leží na kružnici k opsané kolem bodu S s poloměrem r . Takový šestiúhelník $ABCDEF$ se jmenuje **pravidelný šestiúhelník** a kružnice k se jmenuje **kružnice opsaná pravidelnému šesti-**

úhelníku; bod S se jmenuje **střed** pravidelného šestiúhelníka. Také říkáme, že $ABCDEF$ je **pravidelný šestiúhelník vepsaný** do kružnice k . Všimněme si na př. vrcholů A, D našeho pravidelného šestiúhelníka; jsou to jeho dva protější vrcholy. Vidíme, že polopřímky SA, SD určují úhel, který je trojnásobek úhlu 60° , je to tedy úhel 180° neboli úhel přímý. Proto body A, S, D leží na přímce, a máme výsledek: Každé dva protější vrcholy pravidelného šestiúhelníka jsou dva krajní body průměru opsané kružnice. Z předcházejícího je patrné, že všechny strany pravidelného šestiúhelníka jsou si rovny a že jsou rovny poloměru



Obr. 164.



Obr. 165.

opsané kružnice. Také všechny úhly pravidelného šestiúhelníka jsou si rovny. Neboť všimněme si na př. úhlu $\sphericalangle ABC$. Tento úhel je součet úhlů $\sphericalangle ABS, \sphericalangle CBS$, z nichž každý je roven 60° . Tedy každý úhel pravidelného šestiúhelníka je roven 120° .

Abychom narýsovali pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$, jehož strany se rovnají dané úsečce r , zvolíme si libovolně bod S a kolem něho opíšeme kružnici k s poloměrem r . Na této kružnici budou ležet všechny vrcholy pravidelného šestiúhelníka. Jeden vrchol A si zvolíme na kružnici k libovolně a postupně určíme na kružnici k další vrcholy B, C, D, E, F tím, že musí být $\overline{AB} = r, \overline{BC} = r, \overline{CD} = r, \overline{DE} = r, \overline{EF} = r$. Také musí vyjít $\overline{FA} = r$, což dá kontrolu přesnosti rýsování.

Narýsujte si do sešitu pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$ a vyznačte si opsanou kružnici k a její střed S (v obr. 165). Všimněte si

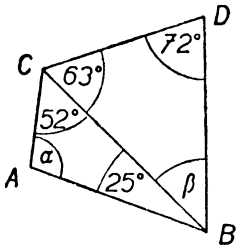
trojúhelníka ASC . Při vrcholu S má tento trojúhelník úhel 120° ($60 + 60 = 120$) a jeho strany SA , SC jsou obě rovny r . Totéž platí o trojúhelníku CSE i o trojúhelníku ESA . Položme na sešit průsvitný papír a vyznačme si na něm body S , A , C , které určují na průsvitném papíře trojúhelník ASC . Tento trojúhelník z průsvitného papíru můžeme položit na sešit jednak tak, aby se kryl s trojúhelníkem CSE , jednak tak, aby se kryl s trojúhelníkem ESA . Proto jsou trojúhelníky ASC , CSE , ESA shodné, a z toho soudíme, že $\overline{AC} = \overline{CE} = \overline{EA}$, t. j. že trojúhelník ACE je rovnostranný. Proto rovnostranný trojúhelník, vepsaný do dané kružnice k , můžeme sestavit tak, že nejprve vepíšeme do kružnice k pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$; potom ACE je rovnostranný trojúhelník, vepsaný do kružnice k . Rovněž BDF je rovnostranný trojúhelník, vepsaný do kružnice k .

Geometrické názvy, s kterými jste se v tomto článku seznámili: ostroúhlý trojúhelník — tupoúhlý trojúhelník — kosoúhlý trojúhelník — pravidelný šestiúhelník — kružnice jemu opsaná — střed pravidelného šestiúhelníka — pravidelný šestiúhelník vepsaný do kružnice.

Cvičení.

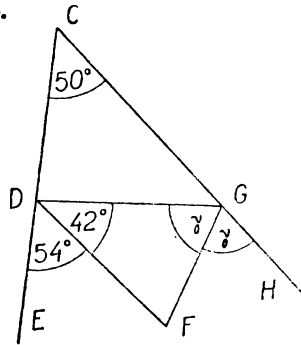
291. Jeden ostrý úhel pravoúhlého trojúhelníka je: a) 54° ; b) $39^\circ 20'$; c) $27^\circ 27' 27''$. Určete velikost druhého ostrého úhlu.
292. Dva úhly trojúhelníka jsou: a) 52° , 68° ; b) 112° , 36° ; c) 8° , 3° ; d) 90° , 47° . Určete velikost třetího úhlu trojúhelníka.
293. Řekněte, může-li mít trojúhelník tyto úhly: a) 45° , 65° , 80° ; b) 43° , 64° , 73° ; c) 95° , 95° , x° .
294. Úhly trojúhelníka jsou: a) α , 2α , 3α ; b) 3α , 4α , 5α . Čemu se rovná α ?
295. Úhly trojúhelníka jsou φ , $\varphi + 35^\circ$, $\varphi + 25^\circ$. Čemu se rovná φ ?
296. V trojúhelníku ABC je úhel α větší než $\beta + \gamma$. (Úhly při vrcholech A , B , C jsou α , β , γ .) Může trojúhelník být ostroúhlý?
297. Určete třetí úhel trojúhelníka, víte-li, že dva úhly jsou:
a) $59^\circ 48' 24''$, $38^\circ 37' 42''$; b) $43^\circ 37' 46''$, $65^\circ 56' 56''$.
Ve cvičeních 298 až 301 máte vypočítati, jak velké jsou úhly označené řeckými písmeny. Řysujte sami obrazec od ruky. (Nemusí býti přesný, ale musí být úpravný.)

298.



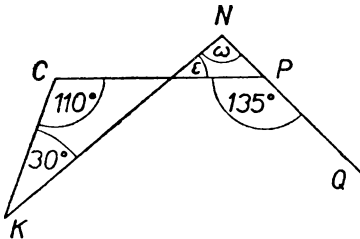
Obr. 166.

299.



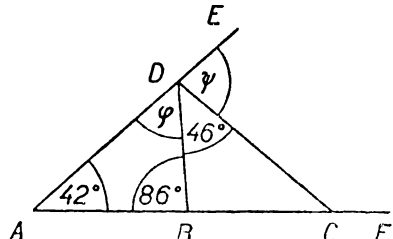
Obr. 167.

300.



Obr. 168.

301.



Obr. 169.

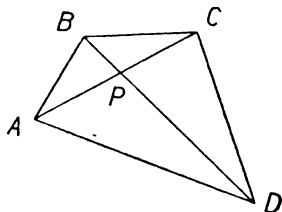
302. Zvolte si úsečku $\overline{AB} = 42$ mm a sestrojte pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$.
 303. Zvolte si úsečku $\overline{AD} = 74$ mm a sestrojte pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$.
 304. Do kružnice s poloměrem 5 cm vpište rovnostranný trojúhelník ACE . Každý žák změní pečlivě velikost strany. Potom se porovnej výsledky celé třídy.

IV. ÚLOHY A OPAKOVÁNÍ.

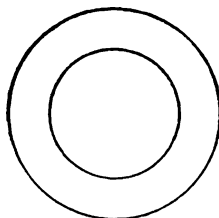
A. Geometrické výrazy.

305. Jak se jmenuje přímá čára v obou směrech omezená, v jediném směru omezená, v obou směrech neomezená? Je-li taková čára označena AB , smíme ji také označit BA ?
306. Jmenujte dva vrcholové úhly v obr. 170.
307. Jak se jmenují takové dvě kružnice, jaké vidíte na obr. 171?

308. Co to znamená, když je u některého obrazce v učebnici poznámka „jednotka 1 cm“?
309. Které cizí slovo znamená „sestrojení“?
310. Čtverc: $AB \parallel CD$, $AC \perp BD$, $AD < BC$, $\overline{BC} > \overline{AD}$.
311. Trojúhelníky jsme rozdělili na dva druhy, a to nejprve podle ..., potom podle ...
Vyložte podrobně!



Obr. 170.

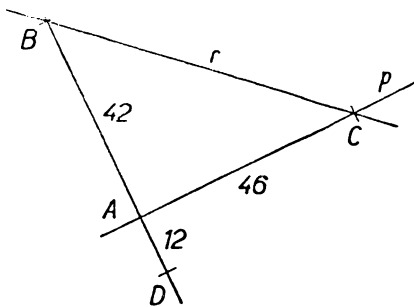


Obr. 171.

312. V jakém smyslu se užívá v geometrii slova „pata“?
313. Jak se jmenují strany pravoúhlého trojúhelníka?
314. V kterých jednotkách měříme úhly?
315. Jak se nazývá součin dvou sobě rovných čísel? Jak součin tří sobě rovných čísel?
316. Co jsou to vedlejší úhly? (Obrázek a výklad.)
317. Jak se jmenují dva obrazce, které můžeme položit jeden na druhý tak, aby se navzájem kryly?
318. Co jsou to vrcholové úhly? (Obrázek a výklad.)

B. Vyjadřování a čtení.

319. Vyložte zřetelně slovy, jak se zkusmo půlí úsečka! Můžete si pomáhat obrazcem od ruky, ale vyjadřujte se tak, aby nebylo třeba ukazovat na obrazec!
320. Vyložte jasnými a přesnými slovy, jak se sestavuje čtverec, jehož jedna strana je dána!
321. Vyložte, jak byste si počínali, kdybyste měli narýsovat trojúhelník PQR shodný s narýsovaným trojúhelníkem DEF , při čemž poloha bodu P by byla předepsána!
322. Dávejte slovy návod, podle kterého by vaši spolužáci mohli rýsovat obrazec naznačený v obr. 172



Obr. 172.

(jednotka 1 cm). Přitom $q \perp p$. Návod dávejte tak, aby rýsovali napřed přímkou p , potom bod A , pak přímkou q , dále bod B , bod C , bod D a na konec přímkou r .

- 323.** Opakujte cvičení 322, ale začněte přímkou q a za ní následuje za sebou bod D , bod B , bod A , přímkou p , bod C a přímkou r .
- 324.** Dávejte slovy návod, podle kterého by spolužáci mohli rýsovat obr. 37 na str. 32. (Jednotka 1 cm.)
- 325.** Opakujte úlohu z obr. 38 na str. 32. (Jednotka 1 cm.)
- 326.** (Čtěte pomalu a postupně rýsujte.) Zvolte si přímkou p a na ní dva body A, B tak, že $\overline{AB} = 5$ cm. Bodem A veďte přímkou CAD a naneste $\overline{CA} = \overline{AD} = 1$ cm. Bodem B veďte přímkou BE a bod E určete tak, aby bylo $\overline{BE} = 2$ cm a aby úsečka DE neprotála přímkou p . Sestrojte kružnici nad průměrem DE .
- 327.** Kolem zvoleného bodu S opište dvě kružnice s poloměry 3 cm (kružnice h) a 5 cm (kružnice k). Zvolte si na kružnici k bod A a veďte jím průměr, který protne kružnici h v bodech B a C ($\overline{AB} > \overline{AC}$). Najděte na kružnici k body D a E tak, aby bylo $\overline{BD} = \overline{EB} = 5$ cm. Spusťte z bodu E kolmici na přímkou BD a označte její patu P . Vztýčte v bodě D kolmici K k přímce AD .

C. Přesné rýsování.

- 328.** Propíchněte volný list papíru ve dvou bodech A a B ($\overline{AB} = 4$ cm). Na obou stranách papíru sestrojte čtverec $ABCD$. Změřte úhlopříčky a střední příčky obou čtverců. Přesvědčte se proti světlu, že jste na obou stranách rýsovali úplně stejně.
- 329.** Zvolte body A, B, C tak, aby bylo $\overline{AB} = 4$ cm, $\overline{AC} = 3$ cm, $AB \perp AC$. Sestrojte čtverec $BCDE$ tak, aby nezasahoval dovnitř trojúhelníka ABC . Určete patu H kolmice spuštěné z bodu E na přímkou AC . Určete patu K kolmice spuštěné z bodu B na přímkou EH . Přesvědčte se, že čtyřúhelník $ABKH$ je čtverec.
- 330.** Narýsujte kružnici k se středem S a uvnitř si zvolte bod A . Na kružnici k si zvolte body B, C tak, aby úhel BAC byl ostrý. Veďte tětivy BD a CE kružnice k tak, aby obě procházely bodem A . Přesvědčte se graficky, že součet úhlů $\sphericalangle BSC$ a $\sphericalangle DSE$ je roven dvojnásobku úhlu $\sphericalangle BAC$.
- 331.** Sestrojte si kružnici k a do ní vpište rovnostranný trojúhelník ABC . Na kružnici k si zvolte dva body D, E tak, aby $\overline{AD} = \overline{BE}$ a aby na kružnici k šly za sebou po pořádku body A, D, B, E a C . Přesvědčte se graficky, že součet úseček AD a AB se rovná úsečce AE .

D. Geometrické poznatky.

- 332.** Známe-li průměr kružnice; jak vypočteme poloměr? Jak vypočteme průměr, známe-li poloměr?

333. Je možné zvolit velikosti stran trojúhelníka libovolně? Jaká jsou omezení?
334. Jestliže přímka p neprochází bodem A , který bod přímky p je nejbližší k bodu A ?
335. Která strana pravouhlého trojúhelníka je nejdelší?
336. Jakou vzájemnou polohu mají dvě přímky, které jsou obě kolmé k téže přímce p ?
337. Co je vám známo o stranách obdélníka (o jejich velikosti a o jejich vzájemné poloze)?
338. Co je vám známo o úhlopříčkách obdélníka?
339. Kolik m u s í má kvádr hran téže velikosti s danou hranou? Může takových hran být více?
340. Co je vám známo o středních příčkách obdélníka?
341. Co je vám známo o středních příčkách čtverce?
342. Co je vám známo o úhlopříčkách čtverce?
343. Jak se počítá obsah obdélníka? Jak obsah čtverce?
344. Dá se vypočítat obsah čtverce, známe-li velikost úhlopříčky?
345. Jak se počítá objem kvádru?
346. Jak se počítá povrch kvádru?
347. Jak se počítá povrch otevřené krabice (bez víka)?
348. Narýsujte si dvě různoběžky. Vzniknou vám čtyři úhly. Co víte o jejich velikosti?
349. Víte něco o velikosti ostrých úhlů pravouhlého trojúhelníka?
350. Co víte o velikosti úhlů trojúhelníka?
351. Čemu se rovnají úhly rovnostranného trojúhelníka?
352. Čemu se rovnají úhly pravidelného šestiúhelníka?

Vzor normalisovaného písma.

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ

abcdefghijklmnopqrstuvwxyz

0123456789

=	rovný	α	alfa
	rovnoběžný	β	beta
\perp	kolmý	γ	gamma
#	rovný a rovnoběžný	δ	delta
\neq	rozdílný	ϵ	epsilon
∇	úhel	φ	fi
		ψ	psi
		ω	omega

Obr. 173.

V. VÝSLEDKY.

I. PŘÍMKY, ÚSEČKY, KRUŽNICE.

4. $AB, BF, FG; AE, EF, FG; AE, EH, HG; AD, DC, CG; AD, DH, HG$.
5. B, D, E . 6. $AB, BC, CG, GF; AD, DC, CB, BF; AD, DC, CG, GF; AD, DH, HG, GF; AD, DH, HE, EF; AE, EH, HG, GF$. 7. $AD, DC, CG, GF, FB; AD, DH, HG, GF, FB; AD, DH, HE, EF, FB; AD, DH, HG, GC, CB; AE, EH, HG, GF, FB; AE, EH, HG, GC, CB; AE, EF, FG, GC, CB; AE, EH, HD, DC, CB$. 8. Bod U leží v prodloužení za bod S (1); na úsečce ST (2); v prodloužení za bod T .
10. V případě (1) a (2).

16. Průsečík N leží na přímce RTS .

39. 3, PT, RU, SV . 40. PS, SU, UP, RT, TV, VR .

47. $\overline{AB} = \overline{EF} = 13$ mm; $\overline{BC} = \overline{DE} = 1$ cm; $\overline{CS} = \overline{SD} = 3$ cm. 48. $\overline{RU} = \overline{TV} = 69$ mm.

55. Střed y kružnic leží na kružnici o středu P a poloměru 3 cm. 59. Protínají se v jednom bodě.

63. $\overline{AB} = 46$ mm, 106 mm. 64. $\overline{HK} = 50$ mm. 70. Trojúhelník lze sestrojít v případě a), b).

71. Délka třetí strany trojúhelníka musí být v příkladě a) větší než 51 mm a menší než 143 mm, v příkladě b) menší než 10,428 m a větší než 1,688 m. Délka obvodu v příkladě a) je menší než 286 mm a větší než 194 mm, v příkladě b) je menší než 20,856 m a větší než 12,116 m. 72. Trojúhelník je možný v případě d). 73. 13 mm $< \overline{HL} < 113$ mm, 10 mm $< \overline{KM} < 110$ mm. 76. 52 mm. 77. Jsou dvě takové kružnice. Střed y jejich jsou vrcholy rovnoramenných trojúhelníků o společné základně MN . 79. Jsou dva takové trojúhelníky. 80. Jsou čtyři takové trojúhelníky o společném rameni $\overline{AB} = 42$ mm. 84. Nejblíže stromu jsme tehdy, přetínáme-li kolmici vedenou stromem na směr silnice. 90. Strana c pravého úhlu pravoúhlého trojúhelníka ABC je potom kolmice spuštěná na př. z vrcholu A na odvěsnu BC . Délka kolmice, t. j. odvěsny AC je vždy kratší než přepona AB .

101. 38 mm; 6 cm; 76 mm. 106. Body A, B, C, D, E, F jsou od S vzdáleny 35 mm.

II. OBDÉLNÍK A KVÁDR.

119. Čtyřúhelník $EGFH$ je obdélník. 120. Vznikne čtverec $EGFH$.

122. $\overline{KL} = 25$ mm. 125. Čtverec s úhlopříčkou 8 cm je větší. 127. Úhlopříčky čtyřúhelníka se nepůlí navzájem. 128. Úhlopříčky nebudou stejně dlouhé.

134. a) 500 m²; b) 2 700 m²; c) 35 000 m²; d) 140 000 m². 135. a) 140 000 cm²; b) 5 600 000 cm²; c) 100 000 000. 136. a) 56 a; b) 300 a; c) 7500 a. 137. a) 85 ha; b) 7 000 ha. 138. a) 87 m²; b) 1 000 m²; c) 100 m². 139. a) 7 050 300 cm²; b) 0,070 503 ha. 140. a) 150 305 a; b) 15 030 500 m²; c) 1 503,05 ha.

141. a) 5 m² 79 dm² 60 cm²; b) 3 ha 8 a 90 m²; c) 30 ha 89 a 90 m²; d) 15 km² 37 ha 50 a. **142.** a) 9 ha 45 a; b) 112 a 42 m². **143.** a) 99 a; b) 99 m². **147.** 420 a. **148.** 48 dm². **149.** 27,28 m². **150.** 36 dm².

151. a) 6,25 cm²; b) 1 849 cm². **152.** 155,40 cm². **154.** 6 136 osob. **155.** 158,04 m². **156.** 160 m. **157.** 10 m. **158.** 47,61 cm²; 42,32 cm², 28,09 cm²; 32 cm²; **160.** 14 400 m².

161. 840 m². **162.** 750 a; 15 a. **163.** 430 cm². **164.** 25 dm²; 56,25 ha. **165.** 234 cm². **166.** 30 cm². **167.** 58 cm². **168.** 78 cm². **169.** 220 cm². **170.** 41 cm².

171. 104 cm².

202. LM, MR, RT, TL; UV, VA, AX, XU. **203.** AEDF, GKL V, AEK C, EDL K, DFV L, FACV.

212. PR, ST, UV, XY; RS, PT, PU, RV; UY, VX, SX, TY. **213.** RV, SX, TY, PU; RP, VU, RS, VX; ST, XY, PT, UY. **214.** T, S. **215.** PR, VX, TY; RS, UV, TY; RS, XY, PU; ST, UY, RV; ST, VX, PU; PT, UV, SX; PT, XY, RV. **216.** Na př. RSTYUVR. **217.** 700 cm³; 15 300 cm³. **218.** 25 hl. **219.** 5 082 cm³. **220.** a) 48 l 5 dl; b) 12 dm³ 610 cm³.

221. a) 95 l; b) 963 cm³; c) 1 l 7 dl. **223.** a) $V = 250 \text{ cm}^3$, a) $S = 250 \text{ cm}^2$; b) $V = 153,6 \text{ dm}^3$, $S = 18 560 \text{ cm}^2$. **224.** Povrch se zvětší 4krát, objem 8krát. **225.** a) 34,48 dm², 11,2 dm²; b) 247 936 cm², 7 135 744 cm³. **226.** 232 dm². **227.** 75,264 dm³. **228.** 72,128 dm³. **229.** 108,64 dm³. **230.** 20,736 dm³; 23,872 dm³.

231. 79 cm³. **232.** 136 cm³. **233.** 4,8 m³. **234.** 21,28 m². **235.** 24 dm, 2 m, 16 dm. **236.** 360 hl. **237.** 240, nyní 180; 10,8 dm³, 13,6 dm³; ušetří se 14,4 dm³ dřeva.

III. ÚHLY.

241. a) R; b) 2 R; c) 3 R; d) $1\frac{1}{2} R$; e) $2\frac{1}{2} R$; g) 2 R; h) $1\frac{1}{2} R$; i) $\frac{1}{2} R$. **242.** a) Z; b) Z; c) S; d) Z; e) ŹZ; f) SV; g) ŹV; h) SV; i) SV; j) Z; k) Ź; l) Z. **243.** a) 4 R; b) 2 R; c) $\frac{1}{3} R$; d) 11 R. **244.** a) 2 R; b) $\frac{3}{4} R$; c) $\frac{1}{3} R$; d) $\frac{1}{6} R$. **245.** $\frac{5}{8} R$. **246.** $\frac{1}{2} R$, R. **247.** $2\frac{3}{4} R$. **248.** $1\frac{1}{2} R$. **249.** $\frac{4}{3} R$. **250.** R.

251. $\frac{1}{2} R$. **252.** $\frac{2}{3} R$; $\frac{1}{2} R$. **253.** $1\frac{1}{2} R$; $3\frac{1}{3} R$.

261. Nejméně pětkrát, nejvíce osmkrát. Nemůžeme zvětšit 17krát. **264.** 36°; 67° 30'; 120°; 234°; 292° 30'. **265.** $\frac{2}{3} R$; $\frac{1}{6} R$; $2\frac{1}{3} R$; $\frac{1}{4} R$; $1\frac{1}{2} R$; 3 R; $3\frac{1}{2} R$. **266.** 83°; 144°; 50°; 132°; 32°; 80°; 179°. **267.** 36°; 51°; 10°; 63°; 54°. Některé úhly ve cvičení 266 jsou větší než R, nelze proto k nim jmenovat doplňkové úhly. **270.** 106°.

271. Čáry ASD a CSF jsou přímé, BSE není. **272.** 108°. **273.** 46°. **274.** 60°. **275.** 66°. **276.** 66°. **277.** 60°. **278.** a) 1 109'; b) 3 767; c) 1 776'. **279.** a) 3 452''; b) 1 038''; c) 2 688''; d) 189 522''; e) 130 730''; f) 157 361''. **280.** a) 22° 37'; b) 37° 2'; c) 16' 27''; d) 55' 33''; e) 34° 17' 36''; f) 65° 9' 27''.

- 281.** a) $60^{\circ} 38'$; b) $42^{\circ} 35'$; c) $61' 46''$. **282.** a) $118^{\circ} 22' 27''$; b) $125^{\circ} 5' 36''$; c) $150^{\circ} 7' 25''$; d) $166^{\circ} 27' 18''$. **283.** a) $17^{\circ} 42'$; b) $45^{\circ} 14'$; c) $72^{\circ} 27'$; d) $62^{\circ} 57' 31''$; e) $60^{\circ} 59' 10''$; f) $98^{\circ} 36' 15''$. **284.** a) $126^{\circ} 6' 18''$; b) $56^{\circ} 36' 33''$; c) $84^{\circ} 28''$. **285.** a) $52^{\circ} 32' 23''$; b) $63^{\circ} 24' 16''$, c. $56^{\circ} 14' 06''$. **286.** a) $71^{\circ} 25' 14''$; b) $59^{\circ} 17' 52''$; c) $77^{\circ} 52' 58''$; d) $173^{\circ} 4' 52''$. **287.** a) $178^{\circ} 33' 5''$; b) $207^{\circ} 32' 32''$; c) $116^{\circ} 49' 27''$. **288.** 8; $101^{\circ} 18'$. **289.** a) $16^{\circ} 28' 49''$; b) $5^{\circ} 49' 50''$; c) $18^{\circ} 58' 30''$; d) $62^{\circ} 51' 36''$. **290.** a) $17^{\circ} 31'$; b) $5^{\circ} 57' 10''$; c) $7^{\circ} 38' 52''$. **291.** a) 36° ; b) $50^{\circ} 40'$; c) $62^{\circ} 32' 33''$. **292.** a) 60° ; b) 32° ; c) 169° ; d) 43° . **293.** a) ne; b) ano; c) ne. **294.** a) 30° ; b) 15° **295.** 40° . **296.** $\alpha + (\beta + \gamma) = 180^{\circ}$, $\alpha > 90^{\circ}$, trojúhelník nemůže být ostroúhlý. **297.** a) $81^{\circ} 33' 54''$; b) $70^{\circ} 25' 18''$. **298.** $\alpha = 103^{\circ}$; $\beta = 45^{\circ}$. **299.** $\gamma = 67^{\circ}$. **300.** $\varepsilon = 40^{\circ}$; $\omega = 95^{\circ}$. **301.** $\varphi = 52^{\circ}$; $\psi = 82^{\circ}$.
-

VI. REJSTŘÍK.

Číslo značí stránku, kde je pojem vysvětlen.

- Bod 8
- Čára křivá 8
— lomená 8
— přímá 8
- Čtverec 7, 52
— opsaný kružnicí 53
— vepsaný kružnicí 53
- Čtyrúhelník 24
- Decilitr 78
- Dotyk tečný s kružnicí 43
- Druhá mocnina 58
- Duté míry 78
- Grafické sčítání úhlů 93
— násobení úhlu číslem 20, 21
— násobení úseček číslem 20, 21
— odčítání úhlů 93
— odčítání úseček 20, 21
— sčítání úseček 20, 21
- Hektolitr 78
- Hrana krychle 7
- Hrany kváдру 65
- Index 70
- Kolmice 40
- Konstrukce 31
- Koule 8
- Krajní body úsečky 14
- Kruh 10, 27
- Kruhová úseč 28
— výseč 28
- Kružnice 8, 27
— nad průměrem 30
— opsaná kolem bodu 29
— — čtverci 53
- Krychle 7, 65
— povrch 7
- Kulová plocha 10
- Kvádr 64
- Kvádr povrch 75
- Litr 78
- Měnitel 57
— úhl. jednotek 95
- Měřítka 25
- Mezikruží 29
- Mimoběžky 67
- Minuta 95
- Mocnina 58, 78
- Nákresna 11
- Nanášení úsečky 23
- Nepřístupný bod 17
- Normalizované písmo 13, 108
- Obdélník 49
— obecný 53
— vepsaný kružnicí 52
- Objem 76
- Oblouk 28
- Obraz kváдру v průčelné poloze 76
- Obsah plochy obdélníka, čtverce 55
- Obvod kruhu 27
— trojúhelníka 24
- Odvěsna 41
- Opsat kružnicí 31
- Pata kolmice 42
- Pětúhelník 25
- Planimetrie 64
- Plášť válce 9
- Plocha rovná 10
— zakřivená 10
- Plošná jednotka 57
- Pobočné hrany kváдру 66
— stěny kváдру 66
- Podstava válce 9
— kváдру dolní 66
— — horní 66
- Podstavné hrany kváдру 66
- Pohled shora 72
— zdola 72
- Poloha předmětu 7
- Polokruh 30
- Polokružnice 28
- Poloměr 27
- Polopřímka 81
- Polopřímky opačné 82
— počátek 81
- Pořádek bodů na přímce 16
- Prodloužení úsečky 15
- Prostorové jednotky 76
- Protější strany čtverce 49
— — obdélníka 49
- Protínání přímek 15
- Průčelná poloha 29, 66
- Průměr 27, 66
- Průsečík dvou přímek 15, 66
- Přenášení úseček 20
- Přenesení daného úhlu 90

- Přepona 41
 Přímka 14
 Přímý pás 44
 Rameno trojúhelníka rovnoramenného 37
 Rovina 64
 Rovinná geometrie 64
 Rovnoběžka 44, 66
 Rovnoběžník 49
 Rovnost úseček 19
 Rozměry kvádra 75
 Rozpůlení úsečky 21
 Různoběžné úsečky 66
 Sečna 28
 Shodné obrazce 35
 Síť tělesa 70
 Sousední strany obdélníka 49
 — strany čtverce 49
 — vrcholy 10
 Soustředné kružnice 29
 Spojnice dvou bodů 14
 Spouštění kolmice 42
 Stěna krychle 7
 — kvádra 65
 Stereometrie (prostorová geometrie) 64
 Strana trojúhelníka 24, 36
 Střed čtverce 50
 — kruhu 27
 — obdélníka 50
 — pravidelného šestiúhelníka 103
 — svazku 43
 — úsečky 21
 Střední příčky čtverce 50
 — — obdélníka 50
 Stupeň 94
 Svazek přímek 43
 Svislé roviny 67
 Šestiúhelník 25
 — pravidelný 102
 — pravidelný vepsaný do kružnice 103
 Šestiúhelníku pravidelnému kružnice opsaná 102
 Šikmé roviny 67
 Šířka mezikruží 29
 Tečna kružnice 43
 Těleso 7
 Tětiva 28
 Trojúhelník 24
 — kosouhlý 102
 Trojúhelník ostroúhlý 101
 — pravouhlý 41, 101
 — rovnoramenný 37
 — rovnostranný 37
 — různostranný 37
 — tupouhlý 101
 Třetí mocnina 78
 Tvar předmětu 7
 Úhel 9
 — kosý 40, 86
 — ostrý 40, 86
 — plný 87
 — pravý 39
 — přímý 86
 — tupý 39, 86
 — vnitřní trojúhelníka 89
 — vypuklý 85
 Úhlopříčky 25, 51
 Úhlová jednotka 93
 Úhlu ramena 80
 Úhlů rovnost 83
 Úhlu vrchol 80
 Úhly doplňkové 93
 — duté 85
 — styčné 82
 — trojúhelníka 89
 — vedlejší 82
 — vrcholové 83
 — výplňkové 93
 Úsečka 14
 — větší 19
 — menší 19
 Válec 9
 Velikost předmětu 7
 — úsečky 19
 Vnitřek krychle 7
 Vodorovná rovina 67
 Vodorovné přímky 67
 Vrchol úhlu 39, 80
 Vrchol lomené čáry 39
 Vrcholy 24, 25
 — krychle 7
 — kvádra 65
 — trojúhelníka 26
 Vteřina 95
 Vzdálenost bodu od přímky 42
 — dvou bodů 22
 — rovnoběžek 44
 Vztyčování kolmice 42
 Základna trojúhelníka rovnoramenného 37

Obsah.

	Strana
I. Úvodní poznámky	3
2. Rozvrh učiva	4
3. Čemu se budete učit	5
I. P ř í m k y, ú s e č k y, k r u ž n i c e.	
1. Úvod	7
2. Rýsování přímých čar	12
3. Velikost úseček	19
4. Rýsování kružnic	27
5. Přenášení obrazců kružítkem	34
6. Rýsování kolmic a rovnoběžek	39
II. O b d é l n í k a k v á d r.	
1. Vlastnosti čtverce a obdélníka	49
2. Obsah čtverce a obdélníka	55
3. Vlastnosti kvádru a krychle	64
4. Sítě a obrazy kvádru a krychle	70
5. Povrch a objem kvádru a krychle	75
III. Ú h l y.	
1. Pojem úhlu	80
2. Přenášení a měření úhlu	89
3. Úhly v trojúhelníku. Pravidelný šestiúhelník	100
IV. Ú l o h y k o p a k o v á n í	105
V. V ý s l e d k y c v i č e n í	109
VI. R e j s t ř í k	112

GEOMETRIE

pro první třídu středních škol

Autoři: Dr Eduard Čech, Alfons Fišer, Vitězslav Jozífek,
Ing. Karel Komínek, Jan Vyšín, Rudolf Zelinka

Odpovědný redaktor: prof. Dr František Vyčichlo

Technický redaktor: Ing. Antonín Langer

Obálka: Marie Tůmová

Rysy: Milada Mrázková, Dr A. Urban

Korektor: Karel Paar



Plánovací skupina 301 20-521 - Schváleno výnosem ministerstva školství, věd a umění ze dne 21. března 1951, č. 16 782/51-I/1, v druhém vydání jako učebnice pro školy střední - Povoleno MIO č. j. 45 250/51-3-III/1 ze dne 12. března 1951 - Čkm. S 238-I - Sazba: 2. IV. 1951 - Tisk: 4. VI. 1951 - Vydalo roku 1951 Státní nakladatelství učebnic v druhém vydání - Náklad 42 000. výt. (131 001.-173 000. výt.) - Plánovacích archů 7,25 - Autorských archů 6,99 - Vydavatelských archů 7,12 - Papír 221-10 - Formát A5 - Písmo Plantin - Druh tisku: knihtisk - Všeobecná daň 1%, - Vytiskly Západomoravské tiskárny, národní podnik, základní závod, Brno

CENA SEŠ. VÝTISKU Kčs 9.50

Ckm S. 238-I

Cena Kčs 9,50
301 20-521