6. Čísla

In: Irena Sýkorová (author): Matematika ve staré Indii. (Czech). Praha: Matfyzpress, Vydavatelství Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze, 2016. pp. 87–114.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/404213

Terms of use:

© Sýkorová, Irena

© Matfyzpress, Vydavatelství Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://dml.cz

6 ČÍSLA

Jazyk

Krátce po skončení védského období kodifikoval jazykovědec Pánini (asi 5. stol. př. n. l.) ve své gramatice *Áštadhjájí* mluvnická pravidla *sanskrtu*.[1] Sanskrt nebyl běžnou hovorovou řečí, byl jazykem vyšších společenských vrstev, především bráhmanů. Příslušníkům kasty šúdrů a bezkastovním bylo dokonce zakázáno se mu učit. Byl to výsadní jazyk bráhmanské náboženské literatury, jazyk, kterým se dorozumívali vzdělanci, jazyk literární tvorby. V běžném životě jej však nahrazovaly hovorové jazyky z různých oblastí Indie, které se souhrnně nazývají *prákrty*. Z nich se později vyvinuly dnešní novoindické jazyky. První, kdo upřel sanskrtu jeho výsadní postavení, byl zřejmě Buddha, jenž ve svých kázáních používal některý hovorový prákrt kvůli větší dostupnosti a srozumitelnosti pro všechny vrstvy obyvatelstva. Někteří stoupenci buddhismu tvrdí, že tímto jazykem byl prákrt *páli* (*pāli*), v němž bylo později zapsáno Buddhovo učení.[2]

V souboru védských textů je jen velmi málo výrazů vztahujících se ke čtení a psaní. Později se v buddhistické literatuře už zmínky o čtení a psaní objevují. Nejstarší dochované písemné doklady jsou rané nápisy a edikty panovníka Ašóky (3. stol. př. n. l.).[3] Na obrázku 6.1 je ukázka Ašókova nápisu, který je dnes uložen v Britském muzeu v Londýně.

Obr. 6.1: Fragment Ašókova nápisu na pískovcovém sloupu (asi 238 př. n. l.)[4]

Na obrázku 6.2 je hlavice Ašókova sloupu ze Sárnáthu poblíž města Varánási,

[1] Pánini téměř nezasáhl do fonetiky védského jazyka, jen zjednodušil tvarosloví, odstranil archaismy a setřídil gramatiku – to vše v 3976 stručných sútrových poučkách. Od té doby se už gramatická struktura jazyka téměř nezměnila.

[2] Někteří jazykovědci se však domnívají, že pálijština je odvozena spíše z některého prákrtu ze severní nebo severozápadní Indie.

[3] Ašóka byl třetím panovníkem z královské dynastie Maurjů, více o jeho životě je uvedeno v 1. kapitole.

[4] Převzato z [As1].

dnes je uložena v sárnáthském muzeu. Tato hlavice je součástí státního znaku Indie.

Obr. 6.2: Hlavice Ašókova sloupu[5]

Ašóka jako první sjednotil pod svou vládu do jedné říše téměř celé území Indického poloostrova. Aby obyvatelé této velké říše byli informováni o jeho vladařských záměrech, nechal tesat do skal nebo kamenných sloupů nápisy v dialektech srozumitelných všemu obyvatelstvu.[6] Dochovala se necelá stovka nápisů s různorodým obsahem. V některých Ašóka vyjadřoval politování nad tím, že na počátku své vlády vedl útočné války, zavázal se k životu v přátelských vztazích se všemi sousedy. Přihlásil se k morálním zásadám buddhismu, zároveň však slíbil podporu těm, kteří vyznávali jiné víry a nabádal svůj lid k náboženské toleranci. Vyzýval obyvatele, aby se obraceli se svými prosbami či stížnostmi přímo na něho nebo na inspektory, které rozesílal do všech částí říše. Vysvětloval, jak se hloubí studny a pěstují léčivé byliny (viz [Zb2]).

Ašóka ve svých nápisech použil prákrt *magádhí* (*magādhī*) založený na hovorové řeči ze severovýchodních částí Indie. Ašókovu snahu o srozumitelnost následovali i další panovníci, takže sanskrt se objevil v nápisech až ve druhé polovině 1. stol. př. n. l.[7]

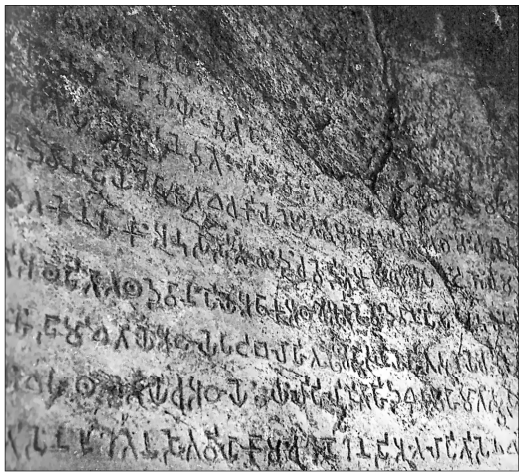
[5] Převzato z [As2].

[6] Sloupy z hlazeného pískovce byly 10 až 20 metrů vysoké, v průměru měřily přibližně jeden metr. Obsahovaly jednak delší, tzv. sloupové nápisy, nebo kratší dedikační a pamětní nápisy, viz [FV].

[7] Popis a klasifikace Ašókových nápisů jsou uvedeny například v [FV].

Písmo

Už ve staré buddhistické literatuře (kolem roku 450 př. n. l.) jsou zmínky o písmu a psaní.[8] Přesto jsou nejstaršími dochovanými texty Ašókovy nápisy. Písmo, kterým byly Ašókovy nápisy psány, se nazývá *bráhmí* (*brāhmī*). Na obrázku 6.3 je Ašókův skalní nápis z Dhaulí.



Obr. 6.3: Ašókův skalní nápis[9]

Bráhmí je písmo slabikové, ve kterém se zapisují všechny souhlásky, má však i samostatné znaky pro samohlásky na začátku slova. Pro vyjádření samohlásek uprostřed a na konci slova se používají přídavná znaménka vedle, nad nebo pod souhláskou. Některé dvojice souhlásek neoddělené samohláskou se spojují ligaturou. Čte se zleva doprava. Nápisy v písmu *bráhmí* byly nalezeny v oblasti celé Indie. Písmo *bráhmí* bylo národním písmem starověkých Indů. Toto písmo vyhovovalo fonetice indických jazyků a stalo se základem většiny indických písmových systémů, zejména písma *dévanágarí* (*devanāgarī*),[10] které dodnes používá nejen sanskrt, ale i některé novoindické jazyky jako hindština.

Porovnání písma *bráhmí* a *dévanágarí*:[11]

	ka	ká	ki	kí	ku	kú	ké	kó	kja
v *bráhmí*	𑀓	𑀓𑀸	𑀓𑀺	𑀓𑀻	𑀓𑀼	𑀓𑀽	𑀓𑁂	𑀓𑁄	𑀓𑁆𑀬
v *dévanágarí*	क	का	कि	की	कु	कू	के	को	क्य

[8] Rodiče při výběru budoucího synova povolání navrhovali práci písaře. Při tomto zaměstnání bude žít v klidu a pohodlí, ale budou jej bolet prsty, viz [FV].

[9] Převzato z [SFHV].

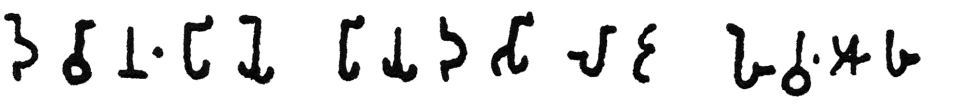
[10] *Dévanágarí* znamená „písmo božího města“. Někdy se uvádí pouze *nágarí* (*nāgarī*).

[11] Podle [Zb2].

Zatím není znám ani původ ani vývoj písma *bráhmí*. Někteří vědci zastávají názor, že se vyvinulo z písma, které bylo nalezeno na pečetích harappské kultury.[12] Většina indologů hledá původ písma *bráhmí* mimo Indii, přiklání se k názoru, že původ by mohl být ve starém severosemitském písmu. Stejně nejasná je i doba vzniku, snad někdy v první polovině 1. tisíciletí př. n. l. V průběhu doby se písmo zdokonalovalo, až získalo podobu známou z Ašókových nápisů.

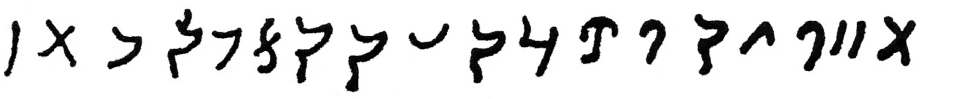
Jiné písmo, nalezené jen na několika nápisech v severozápadní části Indického poloostrova, je nazývané *kharóšthí* (*kharoṣṭhī*).[13] Je aramejského původu, bylo přineseno do Indie ze západu. Nápisy pocházejí hlavně ze starověké provincie Gándhara v dnešním východním Pákistánu a severním Paňdžábu. Písmo se četlo zprava doleva, bylo oblíbené zejména mezi úředníky a obchodníky. Používalo se hlavně v době mezi 4. stol. př. n. l. a 3. stol. n. l.

Porovnání písma *bráhmí* a *kharóšthí* je na následujících obrázcích. Na obrázku 6.4 je část Ašókova nápisu v písmu *bráhmí*.



Obr. 6.4: Písmo *bráhmí*[14]

Na obrázku 6.5 je část nápisu na stříbrné desce z Takšašily v písmu *kharóšthí*.



Obr. 6.5: Písmo *kharóšthí*[15]

Z doby mezi civilizací údolí Indu (nápisy na pečetích) a Ašókovými skalními a sloupovými nápisy neexistují žádné původní písemné dokumenty. Védy byly považovány za posvátné, byly výhradním vlastnictvím bráhmanské vrstvy. Nebylo tedy žádoucí, aby písemným zaznamenáním byly zpřístupněny širším vrstvám obyvatelstva. Také Buddhovo učení bylo sepsáno asi pět století po jeho smrti v díle *Tipitaka*. Veškeré texty byly určené k učení se nazpaměť a přesnému memorování.

Zvyk uchovávat literární díla ústní tradicí existoval v Indii dlouho, nakonec však převládl písemný záznam. Neexistují žádné zprávy o tom, kdy a za jakých okolností k tomu došlo. Nejstarší rukopisy pocházejí až z prvních let našeho letopočtu. Autoři rané sanskrtské naučné literatury minimalizovali text, který

[12] Tato teorie se opírá o podobnost některých tvarů. Nemá však velkou podporu vzhledem k tomu, že písmo civilizace údolí Indu nebylo dosud rozluštěno. Není jasné, zda se jedná o písmo znakové, slabikové, či zda mají dokonce jednotlivé znaky význam celých slov.

[13] *Kharóšthí* znamená „oslí pysk“.

[14] Převzato ze [Zb3].

[15] Převzato ze [Zb3].

si měli žáci zapamatovat. Poučky formulovali do velmi stručných zhuštěných pravidel – *súter*. Studium sútrových textů vyžadovalo výklad učitele, později byly výklady učitelů nahrazeny komentáři učenců. Délka komentářů mnohdy převyšovala délku vlastní sútry.

Nejčastěji se psalo na palmové listy nařezané na pruhy široké 5 až 10 centimetrů a dlouhé 30 až 90 centimetrů. Listy se nejdříve vysušily, pak máčely a následně uhladily hladkým kamenem nebo mušlí. Pak se nařezalo potřebné množství listů tak, aby měly stejnou velikost, a ve všech byl proražen otvor. Tím se protáhla šňůra, která držela rukopis pohromadě (viz [Zb2]).[16] Celé dílo často chránily dřevěné desky. V severní Indii se na palmové listy psalo perem a inkoustem, v jižní části bylo zvykem vyrývat písmena do listu rydlem a pro zvýraznění je ještě potřít inkoustem. Dalším často používaným psacím materiálem, hlavně na severu Indie, byla březová kůra. Rukopisy na březové kůře se rovněž svazovaly šňůrou. Palmové listy i březová kůra však v indickém klimatu snadno podléhají zkáze.[17] Dalším velkým nepřítelem starých rukopisů byl hmyz. Naději na delší přežití měly jen velmi oblíbené texty nebo náboženská díla, která se stále znovu opisovala. Písaři se však občas dopouštěli chyb, takže opisovaný text se někdy zcela neshodoval s původním. Jiní zase původní text doplňovali o vlastní myšlenky.

Panovníci stále nechávali tesat nápisy do kamene, protože takové nápisy měly delší životnost. Pro obzvlášť důležité texty, například o darování půdy bráhmanům, se používaly měděné desky, které byly přenosné a odolné vůči poškození.

Velkým problémem je určení autorství a stáří rukopisů. Zvyk uvádět na konci rukopisu jméno díla, jeho autora a někdy i rok zapsání se totiž rozšířil poměrně pozdě. Ani zapsané jméno autora nemuselo vždy souhlasit, někdy bylo uvedeno jméno mistra, který byl autorovi vzorem. Obtížné je i určení data vzniku. V Indii neexistovalo jednotné datování, skoro každý vladař počítal čas od svého nástupu na trůn nebo alespoň od založení své dynastie.[18]

Nejstarší čísla v indické literatuře

Čísla byla zmiňována už ve védských textech.[19] V *Rgvédě* se píše:

> *Dal mi tisíc krav, které měly na uchu napsáno číslo 8.*

Snad tedy existoval symbol pro osmičku, který určoval majitele krav.

[16] Viz obrázek 5.5 ve 5. kapitole.

[17] Existují některé velmi staré rukopisy, např. části Ašvaghóšových divadelních her nebo buddhistické sbírky *Dhammapada*. Ty však byly nalezeny mimo oblast Indie. Včas byly přeneseny do oblastí s příznivějším podnebím, které umožnilo jejich zachování, většinou do Nepálu nebo Střední Asie, viz [Zb2].

[18] Hlavní éry byly: vikramovská (asi od roku 58 př. n. l.), šacká nebo skytská (asi od roku 78 n. l.), guptovská (od roku 320), Haršova (od roku 606).

[19] Výpočty potřebné pro konstrukce obětních oltářů jsou popsány v 3. kapitole.

V Indii byla vždy tendence vyjadřovat čísla v desítkové soustavě. V sanskrtské literatuře není žádná zmínka o širším užití jiného základu číselné soustavy. První náznaky desítkového systému existovaly už v době harappské kultury (2500 – 1500 př. n. l.).

Pro Indii je charakteristické velmi časné užívání velkých čísel i jejich názvů. Zatímco Řekové neměli terminologii pro čísla větší než *myriada* (10^4), Římané větší než *mille* (tisíc), starověcí Indové používali názvy nejméně pro 18 mocnin deseti. Už jedna z nejstarších védských sbírek *Jadžurvéda* obsahuje tyto hodnoty:[20]

éka (*eka*)	1,	*arbuda* (*arbuda*)	10^7,
daša (*daśa*)	10,	*njarbuda* (*nyarbuda*)	10^8,
sata (*sata*)	100,	*samudra* (*samudra*)	10^9,
sahasra (*sahasra*)	1 000,	*madhja* (*madhya*)	10^{10},
ajuta (*ayuta*)	10 000,	*anta* (*anta*)	10^{11},
nijuta (*niyuta*)	10^5,	*parárdha* (*parārdha*)	10^{12}.
prajuta (*prayuta*)	10^6,		

Stejné názvy se vyskytují na dvou místech v práci *Taittirí jasamhitá*. V dalších dílech je obsažen tentýž seznam jen s menšími změnami. *Paňčavimšabráhmana* (*Pañcaviṃśa-brāhmaṇa*) podobně jako *Šánkhájanašrautasútra* (*Śāṅkhāyana-śrautasūtra*) se shodují v názvech až do *njarbuda* včetně, ale pro vyšší hodnoty užívají jiné názvy, například *nikharva, samudra, salila, ananta*. Každá z těchto hodnot je desetkrát větší než předchozí, výstižně byly nazývány *dašagunottara samdžňá* (*daśaguṇottara saṃjñā*, tj. desetinásobné výrazy).

Připomeňme znovu buddhistickou práci *Lalitavistara*, kde jsou uvedena velká čísla až do *tallakšana* (10^{53}).[21]

Známá džinistická práce *Anujógadvárasútra* udávala celkový počet lidských bytostí na světě jako:[22]

> *Číslo, které vyjádřené výrazem v hodnotách kótikóti zabírá* 29 *míst, je to číslo, které je za* 24. *a před* 32. *místem.*

V této práci byl poprvé užit termín „místo“ pro určení hodnoty.

Džinistická časová perioda *šíršapraheliká* byla vyjádřena číslem 8 400 000[28] a podle komentátora obsahovala 194 míst.[23]

V textech zvaných *purány* (nejstarší ze 4. stol. př. n. l.) nalezneme také

[20] Podle [DS1], str. 9.
[21] Viz 4. kapitola, odstavec 4.2.
[22] Podle [DS1], str. 12, viz též 4. kapitola, odstavec 4.3.
[23] Viz 4. kapitola, odstavec 4.2.

příklady pozičního vyjádření čísel s desítkovým základem.[24]

> *Od pozice jednotek je hodnota každé další pozice desetkrát větší než hodnota předchozí pozice.*
>
> *Od jednoho místa k následujícímu jsou místa násobky deseti. Osmnácté z nich se nazývá parārdha.*
>
> *Je osmnáct pozic (sthāna) pro počítání; moudří říkají, že takových míst mohou být stovky.*

Později, když byla více rozvinuta myšlenka pozičního zápisu čísel, se jméno čísla užívalo pro označení místa, na kterém stála jednička v desítkovém zápisu čísla. Árjabhata I. nazýval jednotlivé pozice takto:[25]

> **Ar/ii.2**
> *Čísla éka* [jedna], *daša* [deset], *šata* [sto], *sahasra* [tisíc], *ajuta* [deset tisíc], *nijuta* [sto tisíc], *prajuta* [milion], *kóti* [deset milionů], *arbuda* [sto milionů], *vrnda* [tisíc milionů] *jsou postupně místo po místu každé desetinásobek předchozího.*

Ve většině matematických prací se hodnoty čísel nazývaly „jména míst“. Bývalo jich zpravidla jmenovitě uvedeno osmnáct. Šrídhara uvedl tato jména:[26]

> **PaGa/7–8**
> *Éka*, *daša*, *šata*, *sahasra*, *ajuta*, *lakša*, *prajuta*, *kóti*, *arbuda*, *abdža*, *kharva*, *nikharva*, *mahásarodža*, *šanku*, *saritápati*, *antja*, *madhja*, *parárdha.*

Mahávíra popsal dokonce 24 pozic:[27]

> **GaSaSa/i.63–68**
> *Éka*, *daša*, *šata*, *sahasra*, *lakša*, *dašalakša*, *kóti*, *dašakóti*, *šatakóti*, *arbuda*, *njarbuda*, *kharva*, *mahákharva*, *padma*, *mahápadma*, *kšóni*, *mahákšóni*, *šankha*, *mahášankha*, *kšiti*, *mahákšiti*, *kšóbha*, *mahákšóbha.*

Bháskara II. a později i Nárájana předložili podobné seznamy, jen pro některé velké hodnoty používali odlišné názvy.

---

[24] Citace jsou z prací *Agnipurána* (*Agni-purāna*), *Višnpurána* (*Viṣṇu-purāna*), *Vájupurána* (*Vāyu-purāna*), Podle [DS1], str. 84.

[25] *Eka*, *daśa*, *śata*, *sahasra*, *ayuta*, *niyuta*, *prayuta*, *koṭi*, *arbuda*, *vṛnda*, podle [Cla], str. 21, [DS1], str. 13.

[26] *Eka*, *daśa*, *śata*, *sahasra*, *ayuta*, *lakṣa*, *prayuta*, *koṭi*, *arbuda*, *abja*, *kharva*, *nikharva*, *mahāsaroja*, *śaṅku*, *saritā-pati*, *antya*, *madhya*, *parārdha*, podle [Shu1], str. 2, [DS1], str. 13.

[27] *Eka, daśa, śata, sahasra, daśa-sahasra, lakṣa, daśa-lakṣa, koṭi, daśa-koṭi, śata-koṭi, arbuda, nyarbuda, kharva, mahā-kharva, padma, mahā-padma, kṣoṇi, mahā-kṣoṇi, śaṅkha, mahā-śaṅkha, kṣiti, mahā-kṣiti, kṣobha, mahā-kṣobha*, podle [Ran], str. 7–8, [DS1], str. 13.

Pro číslice od jedné do devíti se v sanskrtu užívala slova:

éka (*eka*) 1,	*čatur* (*catur*) 4,	*sapta* (*sapta*) 7,
dvi (*dvi*) 2,	*paňča* (*pañca*) 5,	*ašta* (*aṣṭa*) 8,
tri (*tri*) 3,	*šat* (*ṣaṭ*) 6,	*nava* (*nava*) 9.

Číslo 20 se nazývalo *vimšati* (*viṃśati*), pro číslo 30 se používal termín *trimšati* (*triṃśati*), číslu 200 se říkalo *dvišata* (*dvi-śata*), název *trišata* (*tri-śata*) určoval číslo 300.

Pokud číslo obsahovalo pouze jednotky a desítky, nejprve se uváděl nižší řád, tj. jednotky, tedy například číslo 29 bylo vyjádřeno jako *nava-vimšati* neboli pouhým výčtem čísel počínaje od jednotek *devět-dvacet*.[28] Když bylo číslo větší, další řády už následovaly od nejvyššího sestupně (například tisíce, stovky, jednotky, desítky). Jiný způsob, jak nazývat čísla 19, 29, 39 atd., byl založen na odčítacím principu, například číslo 29 bylo vyjádřeno jako *ékánna-trimšati* (*ekānna-triṃśati*, tj. o jednu méně než třicet). Později bylo *ékánna* změněno na *ékóna* a příležitostně se dokonce předpona vynechávala a vzniklo *úna-trimšati* (*ūna-triṃśati*).

Například v rukopisu *Bakhšálí* je číslo 54 vyjádřeno slovy *catuḥ* (4) *paňca* (5).[29] Ve stejné práci je uvedeno číslo 2653296226447064994 ⋯ 83218, jehož název byl vytvořen až po jeho rozdělení po dvou číslicích zleva. Pojmenované je tedy takto:[30]

ṣaḍviṁśaśca (26) *tripañcāśa* (53) *ekonatriṁśa* (29) *evachadvāṣa* (62)
ṣaḍviṁśa (26) *catuḥcatvāriṁśa* (44) *saptati* (70) *catuḥṣaṣṭi* (64)
navanavati (99) … *trirašiti* (83)*ekaviṁśa* (21) *aṣṭa* (8)

Kvůli nedostatku psacích potřeb a materiálu se nejstarší díla nezapisovala, byla šířena ústním podáním. Pro lepší zapamatování byla formulována ve verších. Proto bylo třeba čísla vyjadřovat tak, aby vyhovovala metrice daného verše. Z toho důvodu se hledaly různé způsoby, jak dané číslo zapsat. Často se používala aditivní metoda, někdy i multiplikativní. V různých matematických dílech byla nalezena takto vyjádřená čísla:[31]

139	*čtyřicet přidané k o jedna méně než sto*	$40 + (100 - 1)$
297	*o tři méně než tři sta*	$300 - 3$
27	*tři devítky*	3×9
12	*dvě šestky*	2×6
28 483	*osmdesát tři spojené s čtyřmi sty a čtyři tisíce násobené sedmi*	$83 + 400 + (4000 \times 7)$

[28] Připomíná dnešní devětadvacet.

[29] Viz folio 27 recto, podle [DS1], str. 61.

[30] Viz folio 58 recto. Tečky jsou na místě nečitelných číslic, podle [DS1], str. 61.

[31] Viz sloky GaSaSa/ii.4, podle [Ran], str. 10, Lila/ii.20, podle [Col], str. 9, *Trišatika*/Ex.43, podle [DS1], str. 15, GaSaSa/ii.28, podle [Ran], str. 13. O zápisu nejstarších indických čísel pojednává článek [Sy7].

6.1 Nepoziční zápis čísel

Zpočátku byla velká čísla popisována slovně, pro malé jednotky však velmi brzy existovaly speciální symboly.

Nejstarší indické písmo bylo objeveno na pečetích z vykopávek v Mohendžodaru a Harappě. Jedná se o obrázkové písmo, které ještě nebylo zcela rozluštěno (viz obr. 6.6). Nápisy na pečetích obsahovaly i svislé čárky a skupiny svislých čárek, které pravděpodobně označovaly čísla od 1 do 13. Není jasné, zda už tehdy existovaly speciální znaky pro větší čísla jako 20, 30, 100 atd.

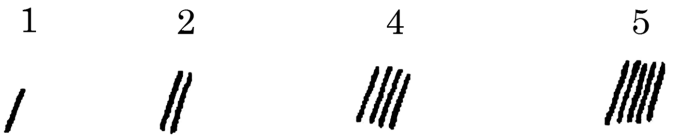
Obr. 6.6: Pečeť s nápisem[32]

Z následujícího období je málo literárních důkazů, které by ukazovaly na užití číselných symbolů.

Jasné důkazy o znalosti písma i některých číselných symbolů podávají až Ašókovy nápisy. Protože byly vytesány do skal nebo kamenných sloupů, dobře se dochovaly. V té době bylo již užívání číselných symbolů zcela běžné. Změny tvarů číselných symbolů naznačují, že se užívaly již delší dobu. Většina Ašókových nápisů je psána písmem, které se nazývá *bráhmí*, některé jsou psány jiným písmem, známým jako *kharóšthí*. Číselné symboly v obou druzích písma jsou odlišné.

Čísla kharóšthí

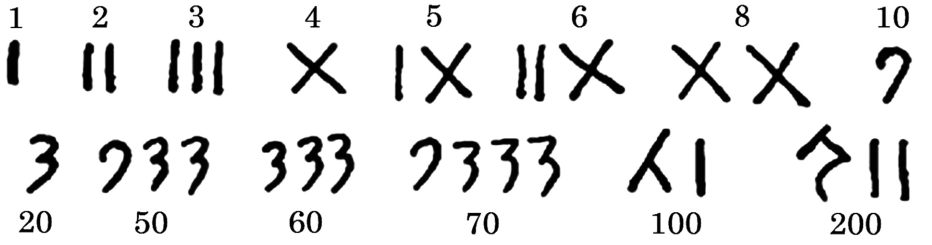
Číslice *kharóšthí* se zapisovaly zprava doleva. V Ašókových nápisech byla objevena pouze čtyři čísla (viz obr. 6.7).



Obr. 6.7: Čísla *kharóšthí* z Ašókových nápisů[33]

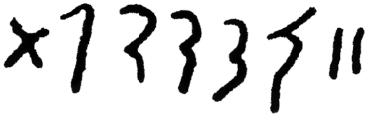
[32] Převzato z [KM].
[33] Převzato z [DS1].

Dokonalejší tvary čísel *kharóšthí* byly nalezeny v nápisech Parthů, Šaků a Kušánů z počátku našeho letopočtu (viz obr. 6.8).



Obr. 6.8: Čísla *kharóšthí* z počátku našeho letopočtu[34]

Není uspokojivě vysvětleno, proč číslo 4, které bylo dříve znázorňováno čtyřmi svislými čárkami, se později značilo křížkem. Čísla od 5 do 8 jsou vyjádřena aditivním způsobem se základem čtyři. Není jasné, jak se zapisovala devítka. Je pravděpodobné, že znakem IXX. Pro číslo 10 je použit zcela odlišný symbol, není známo, proč se nepokračovalo v aditivním způsobu, tj. IIXX, proč se upustilo od čtyřky jako základu. Staré symboly prodělaly vývoj, zvláště čísla od 4 do 19. Je pravděpodobné, že samostatné symboly pro čtyřku a desítku byly poprvé použity v Indii, možná proto, aby se zápis zjednodušil a snad i přiblížil zápisu v rozšířenějším písmu *bráhmí*. Symbol X mohl být odvozen z *bráhmí* symbolu +, který znamenal 4 v Ašókových nápisech. Symbol pro 10 se podobá písmenu *a* v abecedě *bráhmí*. Symbol pro 20 mohl vzniknout spojením dvou znaků pro 10. Způsob vyjadřování čísel 30, 40 atd. pomocí znaků pro 10 a 20 je podobný jako u Féničanů. Symbol pro 100 se podobá písmenu *ta* nebo *tra* písma *bráhmí*, k němuž je připojen symbol pro jedničku. Symboly 200, 300 atd. vznikly připsáním symbolů 2, 3 atd. zprava k číslu 100. Tento multiplikativní způsob byl nalezen u Féničanů. Vytváření dalších čísel je předvedeno na čísle 274 (viz obr. 6.9), které je zapsáno pomocí znaků pro 2, 100, 20, 10, 4 uspořádaných zprava doleva.



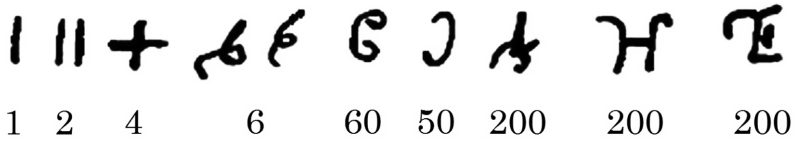
Obr. 6.9: Číslo 274 *kharóšthí*[35]

Dvojka vpravo od 100 znamená, že se násobí, zatímco čísla psaná vlevo se přičítají. Číslo 274 je tak vyjádřeno jako $2 \cdot 100 + 20 + 20 + 20 + 10 + 4$.

[34] Převzato z [SK].
[35] Převzato z [DS1].

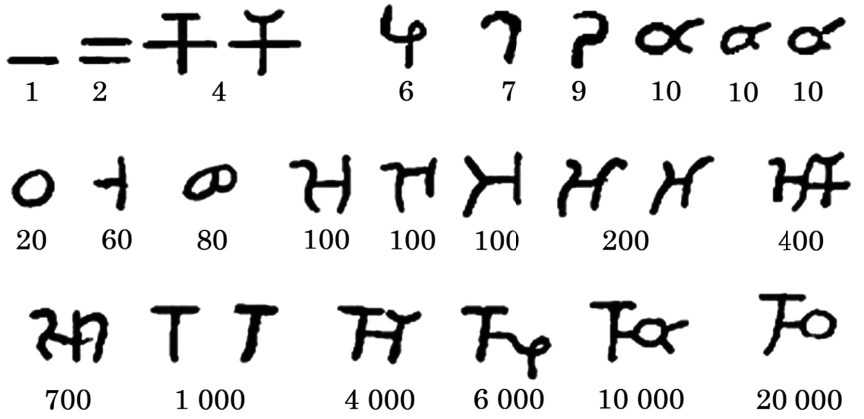
Čísla bráhmí

Číslice *bráhmí* jsou snad indického původu a vznikly někdy v letech 1000 až 600 př. n. l. Zapisovaly se zleva doprava. Kvůli nedostatku původních spisů se nedá přesně určit původní tvar znaků *bráhmí*. Znalosti pocházejí z doby panovníka Ašóky, jenž vládl rozsáhlému území, které zahrnovalo nejen Indii, ale zasahovalo i na sever do střední Asie. Znaky nalezené v Ašókových nápisech jsou na obrázku 6.10.



Obr. 6.10: Čísla *bráhmí* z Ašókových nápisů[36]

Další nápisy obsahující čísla byly nalezeny v jeskyni na vrcholku hory Nana Ghat ve střední Indii asi 120 km od Púny (viz obr. 6.11). Nápisy obsahují seznam darů pravděpodobně vyrobených u příležitosti náboženské oběti. Poprvé je rozluštil indický archeolog Pandit Bhagavanlal Indraji (1839 – 1888), který vysvětlil i některé numerické symboly.[37]



Obr. 6.11: Čísla *bráhmí*[38]

Na obrázku 6.12 je část nápisu z buddhistické jeskyně na Nana Ghat, kde jsou čísla 10 a 7 vyjádřená v nepozičním zápisu; zatímco znak pro desítku trochu připomíná řecké písmeno alfa, tvar sedmičky se podobá jejímu dnešnímu symbolu.

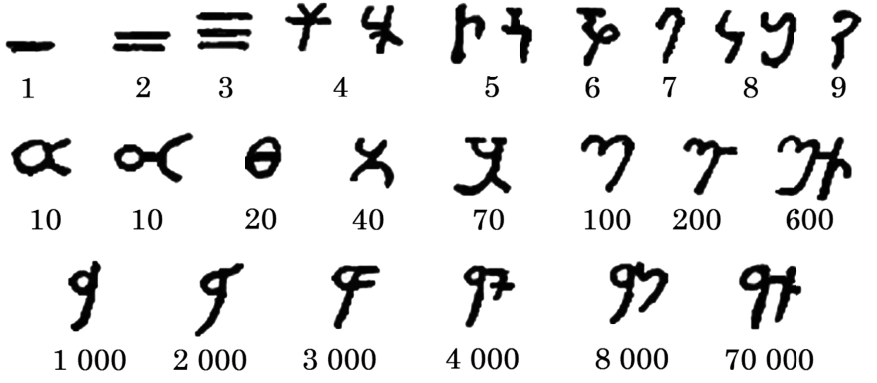
[36] Převzato z [SK].

[37] Pandit Indraji tvrdil, že Indové znali písmo už ve 4. tisíciletí př. n. l. a že používali velká čísla až do 10^9 již okolo roku 2000 př. n. l., viz [DS1].

[38] Převzato z [SK].

Obr. 6.12: Čísla *bráhmí* 10 a 7 v nepozičním vyjádření (2. stol. př. n. l.), nápis z jeskyně v Nana Ghat[39]

Jiné nápisy s čísly pocházející asi z 1. nebo 2. stol. n. l. byly objeveny v jeskyni v oblasti Nasik (viz obr. 6.13).



Obr. 6.13: Čísla *bráhmí* z jeskyně v oblasti Nasik[40]

Čísla 1, 2, 3 se v zápisu *bráhmí* značila jednou, dvěma a třemi vodorovnými čárkami umístěnými pod sebou. Tento tvar jasně odlišuje systém *bráhmí* od *kharóšthí*. Není jasné, proč čárky byly v *kharóšthí* svislé a v *bráhmí* vodorovné, ani proč se způsob zápisu zprava doleva v *kharóšthí* změnil na opačný, tj. zleva doprava v *bráhmí*. Zdá se, že číslice *bráhmí* a *kharóšthí* existovaly vedle sebe a nedá se určit, které se objevily dříve.

[39] Převzato z [Pl1].
[40] Převzato z [SK].

V systému *bráhmí* existovaly samostatné znaky pro každé číslo 1, 4 až 9 a 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 200, 300, ... , 1000, 2000 atd. V nejstarší písemné podobě *kharóšthí* byly znaky jen pro 1, 10, 20 a 100. Také tvoření velkých čísel bylo v obou systémech odlišné. Zatímco v *bráhmí* se nejvyšší řád psal vlevo, v *kharóšthí* bylo pořadí opačné. Například číslo 274 bylo zapsáno pomocí znaků pro 200, 70 a 4; v *bráhmí* bylo pořadí 200-70-4, *kharóšthí* řadilo 4-70-200.

Objevilo se několik teorií o původu číslic *bráhmí*. Jedna z nich považuje za pravděpodobné, že se čísla *bráhmí* vyvinula z čísel používaných v harappské kultuře, další verze pokládá za možné, že čísla *bráhmí* byla odvozena z hieratického zápisu starých Egypťanů. Hieratická a démotická čísla jsou podobná *bráhmí*, mají 19 znaků od 1 do 100, ale způsob tvoření čísel 200, 300, 400, 2000, 3000, 4000 je odlišný.[41]

Je možné, že tvar desítek byl odvozen od nějakého písmene nebo znaku abecedy, původ jednotek je nejasný. Snad mohly být také vytvořeny podle některých starších typů písmen, není pro to však dostatek důkazů. Stejné symboly pro číslice 1 až 9 se užívaly i po zavedení nuly a pozičního systému.

Odlišný způsob psaní čísel, který užíval písmena nebo slabiky, byl objeven na starých rukopisech při číslování stránek, na mincích i několika nápisech. Znaky však byly trochu upravené, aby se odlišily od symbolů pro písmena. Džinisté tyto znaky nazývali *akšarapallí* (*akṣara-pallī*) na rozdíl od desítkového zápisu *ankapallí* (*aṅka-pallī*). Číselný systém *bráhmí* byl dále rozšiřován džinisty a buddhisty.

6.2 Nula

Desítkový poziční zápis by nebyl možný bez nuly. V desítkovém pozičním zápisu má nula dvojí funkci – jako číslice slouží k označení chybějícího řádu a zároveň je plnohodnotným číslem, pro které je třeba definovat aritmetické operace.

Nejstarší indické dílo, ve kterém se objevuje nula, je *Čhandasútra*.[42] Je zřejmé, že Indové znali nulu už v době kolem roku 200 př. n. l., i když v této práci ještě neměla roli plnohodnotné číslice.

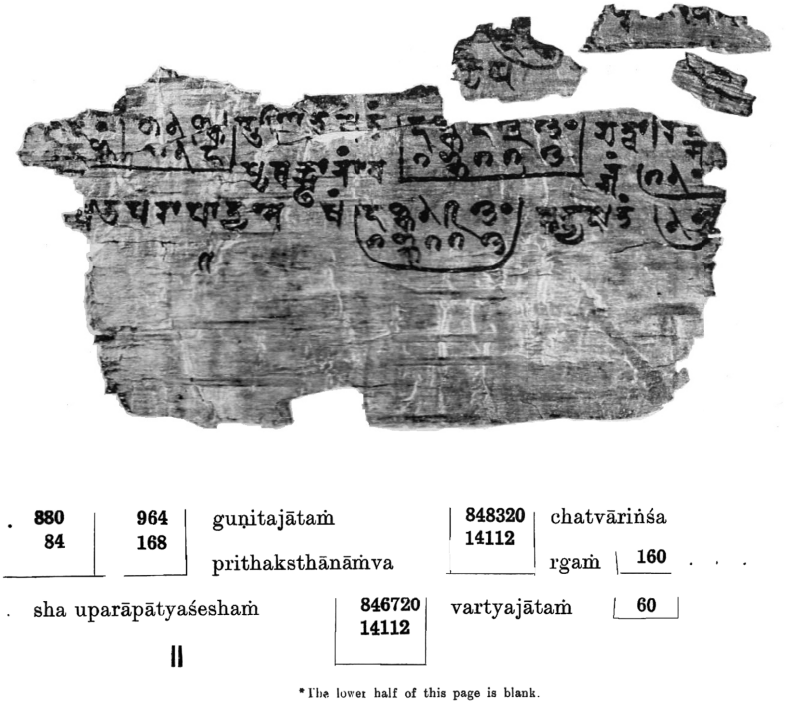
Nula se nazývala *šúnja* (*śūnya*, tj. prázdno, nedostatek)[43] a byla považována za číslo od prvních století našeho letopočtu, ale není jasné, jaká byla její přesná podoba. Existovalo několik symbolů, kterými byla nula označována. V bakhšálském rukopisu se zavádí pro nulu tečka • . Termín *bindu* (*bindu*, tj. tečka) se užíval pro nulu ve slovním vyjádření i v pozdější literatuře. Někdy k označení nuly sloužil malý kroužek ∘ .

[41] Podrobněji jsou různé možnosti diskutovány např. v [SK] a [DS1].

[42] Viz 4. kapitola, odstavec 4.4.

[43] G. G. Joseph odkazuje na podobnost se slovem *śūna* (narůstající), v *Ṛgvédě* však mělo jiný význam, bylo užito ve smyslu „nedostatek“. Naznačuje možnost, že termín *śūnya* mohl vzniknout spojením dvou slov s významem „nedostatek, prázdno“ s možností růstu, viz [Jo2].

Na lístku folio 56 verso rukopisu *Bakhšálí* je nula vidět v prostředním rámečku vpravo nahoře (viz obr. 6.14).



Obr. 6.14: Rukopis *Bakhšálí*, folio 56 verso a jeho přepis[44]

Z překladu textu je zřejmé, že s nulou se počítalo jako s plnohodnotnou číslicí:[45]

880	964		848 320
84	168	*násobené dává*	14 112

Čtverec čtyřiceti, umístěný odděleně, je | 1 600 |.

Po odečtení toho od čísla nahoře [čitatele] *je zbytek* | 846 720 / 14 112 |.

Odstraněním společného dělitele se stane | 60 |.

Na jiném místě v tomtéž rukopisu byl použit stejný symbol k označení neznámé veličiny, tedy jako neznámé, tj. nepřítomné množství.[46]

[44] Převzato z [Kay1].
[45] Viz folio 56 verso, podle [Ha1], str. 326.
[46] Například na folio 59 recto, podle [Kay2], str. 215.

V astronomické práci Varáhamihiry *Paňčasiddhántiká* je nula zmiňována na několika místech, objevuje se při sčítání i odčítání (viz [DS1]). Dílo Džinabhadry Gani (Jinabadra Gaṇi; asi 529 až 589), současníka Varáhamihiry, podává přesvědčivé důkazy o užití nuly jako jasného číselného symbolu. Když popisuje velká čísla obsahující několik nul, uvádí jejich počet. Například číslo[47]

3 200 400 000 000 vyjádřil jako *třicet dva, dvě nuly, čtyři, osm nul.*

Na jiném místě se v jeho práci vyskytuje takováto pasáž:[48]

> *Dvě stě tisíc čtyřicet jeden tisíc devět set šedesát, po odstranění nul (apavartana) je čitatel čtyři-nula-sedm-jedna-pět a jmenovatel čtyři-osm-tři-devět-dva.*

To odpovídá úpravě

$$241\,960\frac{407\,150}{483\,920} = 241\,960\frac{40\,715}{48\,392}.$$

Termín *apavartana* znamená v dnešní terminologii krácení zlomků.

Nula se vyskytovala i mimo území dnešní Indie, například malayský nápis v Palembangu vyjadřuje rok 606 éry Śaka, to je 684 n. l. (viz obr. 6.15).

Obr. 6.15: Číslo 606 z malayského nápisu[49]

Všechna známá indická pojednání o aritmetice a algebře obsahují část věnovanou základním operacím s nulou. Brahmagupta považoval nulu za číslo, které není ani kladné ani záporné a je součtem dvou opačných. Kompletní aritmetika byla uvedena v komentáři Bháskary I. k práci *Árjabhatíja*. Dělení nulou však zpočátku působilo problémy, většinou staří Indové považovali dělení nulou za nemožné.[50]

V Mezopotámii se už ve druhém tisíciletí př. n. l. rozšířilo zapisování čísel v poziční soustavě o základu 60. V tomto zápisu však chyběl znak pro nulu. V běžných výpočtech to nebyl velký problém, protože pro zápis čísel od 1 do 100 se nula v šedesátkové soustavě vyskytuje jen jednou (zatímco v desítkové soustavě je nula potřebná jedenáctkrát). Potřeba nuly se objevila až při sestavování astronomických tabulek. Zpočátku byl chybějící řád označován mezerou, později se objevilo nejednotné používání malých klínečků, někde jeden, jinde tři. Od 4. stol. př. n. l. se nula značila dvojitým klínkem. Tento symbol se používal hlavně v astronomických dílech, v matematických textech vyznačování nuly nebylo tak důsledné.

[47] Podle [DS1], str. 79.
[48] Podle [DS1], str. 79.
[49] Převzato z [Mu].
[50] Viz 7. kapitola, odstavec 7.1.

Mayové používali velmi úsporný systém vyjadřování čísel už ve 4. stol. př. n. l. při sestavování kalendáře nebo astronomických výpočtech. Byl založen na dvacítkovém základu a vyžadoval pouze tři symboly – jedničku, pětku a nulu.[51] Systém však byl určen pouze pro malou skupinku učenců.

Nulu znali a používali i ve staré Číně. Dodnes není zcela jasné, zda Číňané nulu převzali od Indů nebo naopak, či zda byla zavedena v obou zemích nezávisle.

V arabských zemích se nula značila podle indického vzoru tečkou nebo kroužkem. Arabové nulu nazývali *as-syfr*, italský matematik Leonardo Pisánský, známý též jako Fibonacci (asi 1170 až 1250), když zapisoval čísla podle indického vzoru, říkal nule *zephirum*. Až do 17. století se termín *as-syfr* užíval převážně ve významu „nula“, později se přenesl i na ostatní číslice ve významu *cifra*, a pro nulu se rozšířil podle italského vzoru termín *zero*. V latinských rukopisech ze 12. nebo 13. století byla nula nazývána *circulus* (kroužek), *nihil* (nic) a je možné, že už tehdy se objevil termín *nullus* (žádný), občas i v ženském rodě *nulla*, který byl běžný v 15. století. Francouzský matematik Nicolas Chuquet (asi 1445 až 1488) o nule napsal, že sama o sobě nic neznamená, ale tím, že zaujímá nějaké místo, určuje hodnotu jiných symbolů, a proto se nazývá *cifrou neboli nulou neboli symbolem o nulové hodnotě*.[52]

Tečka nad číslem znamenala v indické aritmetice záporné číslo. Asi označovala nepřítomnost znaménka plus. Podobně se někdy užívala tečka i v arabské a evropské matematice. Arabové pod indickým vlivem užívali znak nuly pro neznámou. V latinském rukopisu Gottfrieda Wolacka z university v Erfurtu (1467) se rovněž vyskytlo podobné značení (viz [DS1]).

6.3 Desítková poziční soustava

Nejdůležitějším rysem indické číselné soustavy je desítkový poziční zápis. Dobrým předpokladem pro jeho vznik byla existence samostatných symbolů pro čísla 1 až 9 nazývaných *anka* (*aṅka*, tj. znak, resp. značka) a znaku pro 0 obvykle nazývaného *šúnja*. Další výhodou byl fakt, že už ve starším způsobu psaní čísel v Indii bývala číslice vyššího řádu umístěna vlevo. Z tohoto způsobu vyjádření se postupně vyvinul poziční zápis čísel.

Za nejstarší číslo v pozičním zápisu je považováno vyjádření roku 346 éry Saṃvat (vikramovské)[53] na měděné darovací desce z roku 595 n. l., i když někdy bývá její originalita zpochybňována (viz [Pl1]).

Původní dochovaný záznam čísla vyjádřeného v desítkové poziční soustavě je na obrázku 6.16. Jde o číslo 270 v nápisu z chrámu ve Gwalioru (asi 400 km jižně od Dillí) datovaném Saṃvat 933, to odpovídá roku 876 n. l.

[51] Jednička byla značena tečkou, pětka vodorovnou čárkou a nula měla tvar mušle, viz [Jo2].

[52] Podle [Ju], str. 344.

[53] Podle [DS1], str. 40.

Obr. 6.16: Číslo *bráhmí* 270 zapsané v desítkové poziční soustavě (vlevo nahoře), nápis z chrámu[54]

Jsou důkazy o tom, že i v indických koloniích na dálném východě byl velmi brzy užíván desítkový poziční zápis. Například nápis na kameni ze Sumatry obsahuje letopočet 605 zapsaný číslicemi.[55]

Velká čísla se dodnes v různých částech Indie liší svým tvarem, přestože všechna indická písma pocházejí ze společného zdroje – z písma *bráhmí*. Odlišné jsou i numerické znaky v různých nářečích. Nejdůležitější a nejrozšířenější symboly jsou ty, které patří písmu *dévanágarí*.

Darovací desky byly napsány profesionálními písaři. Jejich existence je zmiňována v buddhistických textech. Poziční zápis čísel musel vzniknout dříve než první darovací desky (v 6. stol. n. l.). Jestliže už v 7. století byl poziční zápis používán v jižní a jihovýchodní Asii, kam se rozšířil z Indie, musel vzniknout dříve. Nový systém byl rozšířený v Indii v 8. stol. n. l. a soudíme-li podle vývoje v jiných zemích (Řecko, Arábie), trvalo od zavedení nového systému vždy několik století, než se začal běžně užívat.

Starý způsob zapisování čísel bez pozičního systému byl užíván v Indii do 7. stol. n. l., pak se začal rozšiřovat nový způsob s pozičním zápisem. Existuje několik darovacích desek z 8. stol., na kterých jsou data zapsána ve starém způsobu, ale nesprávně. Například rok 441 (odpovídá asi 760 n. l.) má ke 100 přidaný znak pro 40 místo znaku pro 4, místo 400 je tedy chybně uvedeno 4000 (viz [DS1]). Přestože se už více používal nový způsob – desítkový poziční zápis, někteří autoři ještě psali letopočty nebo čísla stránek na rukopisech starším způsobem bez pozičního zápisu.

[54] Převzato z [Pl1].

[55] Rok 605 éry Śaka (šacké) odpovídá asi roku 683 n. l., podle [DS1], [Pl1].

V literárních a nematematických dílech se desítkový poziční zápis vyskytoval dříve než v matematických. Nově vzniklý systém byl nějakou dobu užíván pouze pro zápis velkých čísel, až po delší době bylo zavedeno provádění aritmetických operací.

V Číně se čísla o desítkovém základu vyjadřovala pomocí počítacích tyčinek, na počátku našeho letopočtu už měla poziční charakter, ovšem bez užití nuly.

6.4 Vyjádření čísel speciálními slovy

Už ve védách existovaly příklady čísel, která označovala věci. Například v *Rgvédě* číslo 12 znamenalo rok, v *Atharvavédě* číslo 7 označovalo skupinu sedmi věcí (sedm moří). Existovaly rovněž příklady zlomků, které byly nazvány slovy.[56] Nejstarší slovo užité k označení celého čísla bylo nalezeno v dílech *Šatapathabráhmana* a *Taittirijabráhmana* (asi 8. stol. př. n. l.), *Džjótišavédánga* (*Jyotiṣa-vedāṅga*; kolem roku 1200 př. n. l.) obsahuje také několik příkladů.[57] V raných dílech se však jednalo spíše o výjimky. Vyjádření nebylo jednoznačné, stejné slovo označovalo různá čísla.[58] Ještě nebyl znám poziční způsob zápisu čísel, slova nemohla označovat velká čísla. Velká čísla se vyjadřovala numerickými hodnotami nebo rozdělením čísla na části.

Způsob vyjadřování čísel slovy, stejně jako poziční zápis, byl rozvíjen a zdokonalován v prvních stoletích našeho letopočtu. V tomto systému byla čísla pojmenována jmény věcí nebo bytostí, které přirozeně nebo podle mytologie symbolizovaly určitý počet. Tak číslo 1 mohlo být označeno něčím, co je jedinečné, například Měsíc či Země, číslo 2 něčím, co je v páru, například oči nebo ruce. Nula byla nahrazena slovy prázdno, nebe, úplný. Tento způsob se užíval v astronomických a matematických dílech stejně jako v datech či rukopisech. Protože středověcí indičtí matematikové a astronomové psali svá díla ve verších, hledali metodu, která by jim pomohla vyjádřit velká čísla způsobem vhodným pro daný verš. Velká čísla se vyskytovala jak v astronomických dílech, tak ve formulaci matematických problémů. Vyjádření čísel speciálními slovy uspokojilo tuto potřebu a brzy se stalo populárním. Pro každou číslici existovalo mnoho slov, takže každé číslo se dalo vyjádřit různými způsoby, z nichž se mohl vybrat ten název, který byl vhodný do konkrétního verše. Seznam slov používaných k vyjádření čísel je připojen na konci této kapitoly

S pomocí uvedených termínů mohlo být například číslo 1 230 vyjádřeno jako:

$$\begin{aligned}
&\text{a)} \quad kha\,(0) - guṇa\,(3) - kara\,(2) - ādi\,(1)\,,\\
&\text{b)} \quad kha\,(0) - loka\,(3) - karṇa\,(2) - candra\,(1)\,,\\
&\text{c)} \quad ākāśa\,(0) - kāla\,(3) - netra\,(2) - dharā\,(1)\,.
\end{aligned}$$

[56] *kalá* (*kalā*) = $\frac{1}{16}$, *kuštha* (*kuṣṭha*)= $\frac{1}{12}$, *šapha* (*śapha*) =$\frac{1}{4}$, viz [DS1].

[57] *rúpa* (*rūpa*) = 1, *aja* (*aya*) = 4, *juga* (*yuga*) = 12, *bhasamúha* (*bha-samūha*) = 27, viz [DS1].

[58] Například v práci *Aitaréjabráhmana* (*Aitareya-brāhmaṇa*) je slovo *virádž* (*virāj*) použito k označení 10, na jiném místě ve stejné práci znamená totéž slovo 30, viz [DS1].

Je třeba poznamenat, že pořadí slov, která označovala číslice, bylo obrácené než při vyjadřování čísel numerickými znaky. Jedno z možných vysvětlení, proč se při slovním vyjádření čísel zapisovalo zprava doleva, je, že způsob označování čísel slovy byl považován za druh aritmetické operace, které se většinou prováděly zprava doleva.

Poziční způsob je aplikován na „slovní“ čísla někdy mezi 200 př. n. l. a 300 n. l. Nejstarší takto vyjádřené číslo v poziční soustavě je v práci *Agnipurána* z počátku našeho letopočtu. V komentáři k práci *Paulišasiddhánta* (asi 400 n. l.) je citováno číslo[59]

1 582 237 800 jako

$$kha\,(0) - kha\,(0) - aṣṭa\,(8) - muni\,(7) - rāma\,(3) - aśvin\,(2) - \\ - netra\,(2) - aṣṭa\,(8) - śara\,(5) - rātripāḥ\,(1)\,.$$

Je zajímavé, že v tomto případě jsou speciální slova kombinovaná s termínem *aṣṭa* – běžným názvem osmičky.

Nejstarší nápisy vyjadřující čísla speciálními slovy byly nalezeny v indické kolonii Kambodža, jsou datovány roky 604 a 625 n. l.[60] V Indii byl objeven takový nápis z roku 813 n. l.

Poziční desítkový zápis a slovní vyjádření nevznikly ve stejné době. Desítkový zápis existoval mezi matematiky dříve, než se objevila myšlenka použít poziční princip na slova. Nevýhodou však byla značná délka, v astronomických textech slovní označení někdy způsobilo, že celý verš, někdy i víc, byl věnován pouze časovému údaji. To se nelíbilo některým indickým astronomům, kteří stručnost a výstižnost pokládali za hlavní charakteristický rys vědeckých pojednání. Proto hledali cesty, jak vyjádření velkých čísel zestručnit.

6.5 Vyjádření čísel písmeny

Myšlenkou užívání písmen k označení čísel se zabýval už v polovině prvního tisíciletí př. n. l. jazykovědec Pánini. Nad některá pravidla nadepsal samohlásku ($a = 1,\ i = 2,\ u = 3$ atd.), která určovala počet následujících pouček, v nichž bylo toto pravidlo využíváno.

Někteří indičtí učenci, kterým se zdálo slovní vyjádření čísel zbytečně zdlouhavé, nahrazovali slova písmeny, resp. slabikami. Někdy byly pomocí abecedního systému číslovány i stránky rukopisů. Indický abecední systém, na rozdíl od systémů užívaných Řeky a Araby, nikdy nebyl určen prostým lidem nebo pro běžné počítání. Byl to způsob, jak indičtí učenci vyjadřovali číselné údaje ve veršovaných pravidlech.

[59] Podle [DS1], str. 59.
[60] Podle [SK], str. 39.

Árjabhata I. zavedl abecední systém k vyjadřování numerických hodnot v astronomii. Pravidlo uvedené v první kapitole *Dašagítika* práce *Árjabhatíja*:[61]

> **Ar/i.B**
> *Varga* [lichá] *písmena začínající k* [jsou užita jen] *na lichých pozicích*, *avarga* [sudá] *na sudých*. [Tak] *ya je rovno ṅma* [ña+ma]. *Devět samohlásek* [značí] *dvakrát devět nul lichých a sudých* [míst]. *Totéž smí být* [opakováno] *na konci za devátým místem.*

Árjabhatova metoda ukazuje, jak vyjádřit číslo v desítkovém pozičním zápisu pomocí písmen abecedy. K tomu, abychom mu mohli lépe porozumět, je třeba znát uspořádání hlásek sanskrtské abecedy. Ve zjednodušené podobě ji vidíme v následující tabulce.

Tabulka hlásek sanskrtu:

samohlásky a dvojhlásky:

a	*i*	*u*	*ṛ*	*ḷ*	*e*	*ai*	*o*	*au*

souhlásky:

k	(1)	*kh*	(2)	*g*	(3)	*gh*	(4)	*ṅ*	(5)
c	(6)	*ch*	(7)	*j*	(8)	*jh*	(9)	*ñ*	(10)
ṭ	(11)	*ṭh*	(12)	*ḍ*	(13)	*ḍh*	(14)	*ṇ*	(15)
t	(16)	*th*	(17)	*d*	(18)	*dh*	(19)	*n*	(20)
p	(21)	*ph*	(22)	*b*	(23)	*bh*	(24)	*m*	(25)
		y	(3)	*r*	(4)	*l*	(5)	*v*	(6)
		ś	(7)	*ṣ*	(8)	*s*	(9)		
h	(10)								

Termín *varga* lze přeložit jako čtverec nebo uspořádaný. Árjabhata I. takto označoval skupinu 25 souhlásek k až m, které jsou uspořádány do čtverce, a říkal jim „lichá“ písmena. Druhá skupina souhlásek y až h je neuspořádaná, podle Árjabhaty to byla „sudá“ písmena.

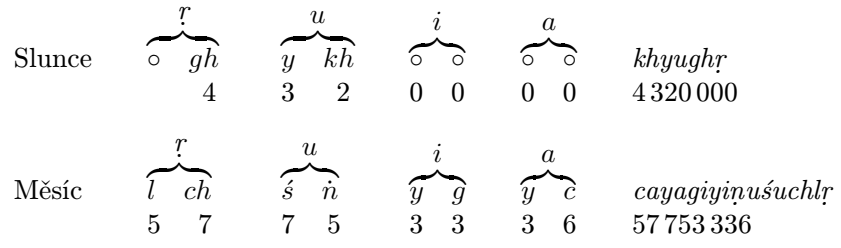
Existovalo 18 pozic, které byly označeny nulami rozdělenými do devíti dvojic. Každá dvojice se skládala z lichého místa (vpravo) a sudého (vlevo). „Lichá“ písmena k až m se používala pouze na lichých místech a označovala postupně čísla 1, 2, …, 25. „Sudá“ písmena, tj. y až h, se užívala na sudých místech pro čísla 3, 4, …, 10. Každá z devíti dvojic příslušela jedné z devíti samohlásek. První dvojice, jednotky a desítky, byla určena samohláskou a, druhá dvojice,

[61] Nejednalo se ještě o pravidlo, byla to úvodní „definice“, proto není označena číslem ale písmenem B, podle [Cla], str. 2., [DS1], str. 65. Kapitola *Dašagítika* (*Daśa-gītika*) by měla, jak název napovídá, obsahovat deset částí, ale ve skutečnosti je jich třináct. První je prosba o pomoc bohů, druhá je *paribhášá* (*paribhāṣā*, tj definice) a poslední má charakter značky autora, podle [DS1], str. 64. Árjabhatova metoda je popsána rovněž v [Kak3].

stovky a tisíce, byla označena pomocí samohlásky *i* atd. Nuly určovaly jednotlivá místa a neměly žádnou numerickou hodnotu. Připojená samohláska tak určovala pozici v desítkovém pozičním zápisu.

Například když se k samohlásce *a* připojilo *y* (označující „sudou“ 3), znamenalo to, že je *y* na prvním sudém místě, tj. desítkovém, proto *ya* znamenalo 30. Podobně *yi* vyjadřovalo 3 na místě tisíců, tj. 3 000. Pokud se však k samohlásce *a* přidala „lichá“ 3, tj. *g*, pak stála na první liché pozici, tedy *ga* značilo 3, podobně *gi* představovalo 300.

Árjabhata upozornil na další možnost, jak tímto způsobem vyjádřit číslo. Například 30 mohlo být zapsáno jako *ya* nebo jako *ṅma*. Protože *ṅa* znamenalo 5, *ma* bylo 25, pak *ṅma* značilo součet $ṅma = ṅa + ma = 5 + 25 = 30$. Při zapisování čísla byly pravděpodobně nejprve všude napsány nuly a později byly na některých místech nahrazeny potřebným symbolem, na neobsazených pozicích nuly zůstaly. Tento způsob mohl být rozšířen i na čísla, která potřebovala více než 18 míst, tak, že se celý postup opakoval s dlouhými samohláskami. Árjabhata I. takto vyjádřil počet oběhů Slunce a Měsíce:[62]



Výhodou tohoto způsobu byla stručnost, která převažovala nad dvěma nedostatky. Pořadí souhlásek bylo dáno jejich postavením v sanskrtské abecedě, proto při vytváření slov nebylo možné zachovat libozvučnost sanskrtu. Árjabhatova slova působí jako shluk těžko vyslovitelných zvuků a snad kvůli větší stručnosti autor vynechal některé opakující se samohlásky. Další nevýhodou bylo, že tato metoda nedovolovala tolik rozmanitosti a pestrosti jako ostatní systémy.

Existovaly však i jiné způsoby, jak vyjádřit čísla pomocí písmen, například různé varianty systému *katapajádi* (*kaṭapayādi*) nebo *akšarapallí*. V systému *katapajádi* souhlásky sanskrtu označovaly číslice 1 až 9 a 0. Připojená samohláska neměla numerický význam. Výsledkem byly číselné údaje, které se lépe vyslovovaly a dobře zněly. Kvalifikovaní autoři dokázali pro číselný údaj vymyslet slovo, které mělo nějaký konkrétní význam. Tento způsob byl lepší než Árjabhatův i než vyjádření pomocí speciálních slov. V Indii byly známé čtyři varianty

[62] Podle [DS1], str. 69, [Pl1], str. 75.

tohoto systému; pravděpodobně kvůli nejednotnosti zápisu se tento způsob vyjadřování čísel nestal běžným.

V první variantě systému *katapajádi* různé souhlásky představovaly určité číslice, pouze souhlásky *n*, *ñ* a samostatné samohlásky označovaly nuly. Ze souhlásek měla však numerickou hodnotu jen ta poslední před samohláskou. Souhláska, za kterou nenásledovala samohláska, se ignorovala. Čísla byla vyjádřena v desítkové poziční soustavě, jednotlivé číslice byly nahrazeny písmeny podle následující tabulky:[63]

1	–	*k, ṭ, p, y*	6	–	*c, t, ṣ*
2	–	*kh, th, ph, r*	7	–	*ch, th, s*
3	–	*g, ḍ, b, l*	8	–	*j, d, h*
4	–	*gh, ḍh, bh, v*	9	–	*jh, dh*
5	–	*ṅ, ṇ, m, ś*	0	–	*ñ, n, samostatná samohláska*

Název *katapajádi* byl odvozen z písmen *k, ṭ, p, y* značících jedničku.[64] Názorně je přiřazení písmen a čísel vidět z tabulky sanskrtských souhlásek:

k (1)	*kh* (2)	*g* (3)	*gh* (4)	*ṅ* 5)
c (6)	*ch* (7)	*j* (8)	*jh* (9)	*ñ* (0)
ṭ (1)	*ṭh* (2)	*ḍ* (3)	*ḍh* (4)	*ṇ* (5)
t (6)	*th* (7)	*d* (8)	*dh* (9)	*n* (0)
p (1)	*ph* (2)	*b* (3)	*bh* (4)	*m* (5)
	y (1)	*r* (2)	*l* (3)	*v* (4)
	ś (5)	*ṣ* (6)	*s* (7)	
h (9)				

Zapisovalo se zprava doleva, tj. jednotky stály vlevo, následovalo písmeno označující desítky atd. Uvedené příklady jsou z různých nápisů, darovacích desek a rukopisů.[65]

						rā	–	*gha*	– *vā*	– *ya*			
						2		4	4	1	=		1 442
								bha	– *va*	– *ti*			
								4	4	6	=		644
						śa	–	*ktyā*	– *lo*	– *ke*			
						5		1	3	1	=		1 315
						ta	–	*tvā*	– *lo*	– *ke*			
						6		4	3	1	=		1 346
kha	–	*go*	–	*ntyā*	– *nme*	–	*ṣa*	–	*mā*	– *pe*			
2		3		1	5		6		5	1	=	1	565 132

[63] Podle [DS1], str. 70.

[64] *Kaṭapayādi* znamená začínající *k, ṭ, p* a *y* (*ādi* je počátek), podle [Pl1].

[65] Podle [DS1], str. 71.

Není jasné, kdy a kde systém *katapajádi* vznikl, podle poznámek komentátora Súrjadévy (Sūryadeva) jej znal už Árjabhata I., první doložený výskyt je v díle *Laghubháskarája* od Bháskary I. (viz [DS1]).

Druhou variantu popsal Árjabhata II. jako modifikaci předchozího způsobu.[66]

> *Číslice počínaje od jedničky jsou zvuky začínající k, ṭ, p, y podle pořadí hlásek. Obě ñ a n jsou nula.*

V systému Árjabhaty II. měly souhlásky tutéž roli jako v první variantě. Samohlásky zapsané vedle sebe nebo ve spojení se souhláskou neměly žádný numerický význam. Na rozdíl od první varianty měla každá souhláska numerickou hodnotu. Písmena byla řazena zleva doprava tak, jak se zapisovala čísla. Rozdíl mezi první a druhou variantou je patrný na příkladu časového údaje, který uvedl Árjabhata II.:[67]

dḥa	– *ja*	– *he*	– *ku*	– *na*	– *he*	– *t*	– *sa*	– *bhā*		
4	8	8	1	0	8	6	7	4	=	488 108 674
4	8	8	1	0	8		7	4	=	47 801 884

Podle Árjabhaty II. bylo takto vyjádřeno číslo 488 108 674, zatímco podle první varianty se jednalo o číslo 47 801 884.

Třetí varianta byla užívána v jižní Indii a je známá jako *kérala* (*kerala*) systém. Šlo o první variantu s tím rozdílem, že se slabiky zapisovaly zleva doprava.

Čtvrtá varianta byla objevena v několika rukopisech nalezených v Barmě. Tyto rukopisy jsou v jazyce *páli*. Byla to první varianta, kde některé souhlásky měly odlišnou numerickou hodnotu, například $s = 5$, $h = 6$. Změna hodnot těchto písmen souvisí s tím, že abeceda *páli* neobsahuje sanskrtské *ś* a *ṣ*.

Různé zvláštnosti se vyskytovaly i v číslech, která se používala na číslování stránek starých rukopisů. Tyto symboly byly známé pod názvem *akšarapallí*, byla to písmena nebo slabiky. Jednomu číslu odpovídalo několik znaků. Rozdíly mezi nimi byly někdy významnější, ale často byly pouze nepatrné. Byly vytvořeny úmyslně, aby odlišily symbol s numerickou hodnotou od písmena. Znaky se psaly na okraj každého listu, z nedostatku místa bývaly umístěny pod sebou podle čínského způsobu. Tak je tomu například v rukopisu *Bower* ze 6. stol. n. l. V pozdějších rukopisech byly stránky číslovány jak způsobem *akšarapallí*, tak i desítkovými čísly. V džinistických rukopisech se systém *akšarapallí* používal až do 16. století, teprve pak byl nahrazen desítkovými čísly.

Existovala i další vyjádření čísel pomocí písmen. Například způsob, který užíval 16 samohlásek a 34 souhlásek sanskrtské abecedy, nalezený na některých

[66] Podle [Pl1], str. 76.
[67] Podle [DS1], str. 72.

rukopisech z jižní Indie, Šrí Lanky a Barmy. Souhlásky ve spojení se samohláskou *a* znázorňovaly čísla 1 až 34, stejné souhlásky ve spojení s *á* značily čísla 35 až 68 atd. (viz [DS1]). V jiném způsobu je 16 samohlásek se souhláskou *k* určeno pro čísla 1 až 16, se souhláskou *kh* pro čísla 17 až 32 atd. Tento zápis byl objeven na pálijském rukopisu ze Šrí Lanky. V pálijském rukopisu z vídeňské císařské knihovny je podobný zápis s 12 samohláskami[68] a 34 souhláskami. Samohlásky s *k* značí čísla 1 až 12, s *kh* čísla 13 až 24 atd. Tyto systémy se neobjevují v severní Indii po 3. stol. n. l. Možná byly výmyslem písařů, kteří opisovali rukopisy.

6.6 Šíření indických čísel

Za vlády chalífy al-Mansúra (745 – 775) přišli do Bagdádu s indickými vyslanci také učenci, kteří přinesli matematické práce včetně Brahmaguptovy *Bráhmasphutasiddhánty* a *Khandakhádjaky* (viz [Sis]). Tyto texty byly přeloženy do arabštiny[69] a značně ovlivnily arabskou matematiku. Arabové jako první přijali podobu čísel *gubar*[70] odvozenou pravděpodobně z číslic *bráhmí*. Desítkový poziční zápis čísel včetně desítkové aritmetiky Arabové nazývali *indické výpočty* (*ḥisāb al-Hind*) a rychle si jej osvojili. Do té doby se v arabském světě používal nepoziční alfanumerický zápis podobný řeckému, nebo se číselné hodnoty vyjadřovaly slovy.

Výklad indického počítání byl uveden v různých arabských textech, perský matematik a astronom al-Chwárizmí (asi 780 až 850)[71] tuto metodu vyložil v aritmetickém traktátu *O výpočtech s indickými číslicemi* (*Kitāb al-Jam' wa-l-tafrīq bi-ḥisāb al-Hind*), kde podrobně vysvětlil zápis čísel s použitím *malého kruhu podobného písmenu o*, a popsal matematické operace podle indického vzoru (viz [Ju]). Latinský překlad se ve 12. století dostal do Evropy a pomohl prosadit používání „indických" číslic, kterým dnes říkáme arabské, resp. indoarabské.

Arabové však záhy zjistili, že indické tvary nejsou vhodné pro jejich způsob psaní zprava doleva, a proto se pokoušeli zavést výhodnější znaky. Západní Arabové modifikované tvary východních Arabů nepřejali a stále užívali číslice *gubar* (tzv. západoarabské), které se dostaly do Evropy. Tím se vysvětluje rozdílnost mezi moderními arabskými a evropskými tvary čísel.

Pro porovnání uvedeme na obrázcích 6.17 a 6.18 podobu číslic *dévanágarí* a číslic *gubar*.

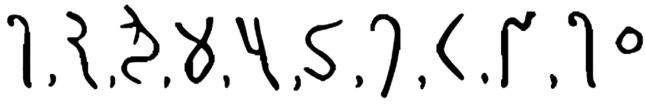
---

[68] Samohlásky $\underline{r}$, $\underline{\bar{r}}$, $\underline{l}$ byly vypuštěné.

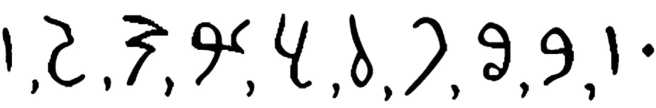
[69] Na překladech se podíleli například perští matematikové a astronomové Muhammad ibn Ibrahim al-Fazárí (narozen v 8. stol., zemřel pravděpodobně na počátku 9. stol., viz [Pl2]) a Jakub ibn Tárik (8. až 9. stol., viz [Pl3]), podle [DS1].

[70] Někdy též nazývané *gobar*, tj. prachové číslice, podle indického zvyku zapisovat do prachu nebo do písku.

[71] Vlastním jménem Abū Abdallāh Muḥammad ibn Mūsā al-Chwārizmī.



Obr. 6.17: Číslice *dévanágarí* (asi z roku 950 n. l.)[72]

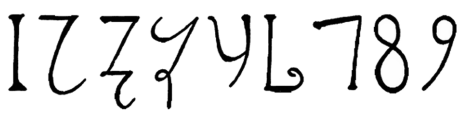


Obr. 6.18: Číslice *gubar* (asi 1100 n. l.)[73]

Perský učenec al-Bírúní (973 – 1048)[74] navštívil na počátku 11. století Indii, kde se podrobně seznámil s indickou literaturou a s indickým způsobem zápisu čísel i aritmetikou (viz [ShAM], [Bag4]). Svoje poznatky sepsal do dvou knih *Kniha čísel* (*Kitāb al-arqam*) a *Popis aritmetiky a metody počítání s čísly Indů* (*Tazkira fi al-ḥisāb w'al-madd bi al-arqam al-Sind W'al-Hind*); k indickým číslům poznamenal:[75]

> *Jak se v různých částech Indie liší písmo, tak se liší i numerické znaky nazývané aṅka. Numerické symboly, které používáme my, jsou odvozeny z nejlepších tvarů indických znaků.*

Francouzský mnich Gerbert (asi 940 až 1003) byl patrně prvním, kdo v Evropě pracoval s číslicemi *gubar*. S číslicemi se mohl seznámit v maurském Španělsku, kam se číslice dostaly prostřednictvím kupců z arabských zemí. Ještě je nedocenil, a právem, protože v té době nebyl znám poziční zápis a nula. Proto symboly číslic 1 až 9, tzv. „apices" nebo „apexy" vyryté do jakýchsi „žetonů" uplatňoval pouze při počítání na abaku, ve svých matematických dílech používal římské číslice (viz [BeJ1a]). V Evropě jsou první stopy pozičního zápisu z 10. nebo 11. století, ale obecně se rozšířil zápis v matematických knihách až v 17. století. Nejstarší dochovaný zápis nových číslic pochází z roku 976 (viz obr. 6.19), je z kláštera Albelda v severním Španělsku (viz [Ju]).



Obr. 6.19: Nejstarší evropské číslice (z roku 976)[76]

Největší vliv na rozšíření nového zápisu čísel měl Leonardo Pisánský – Fibonacci. Na svých cestách po středozemí poznal různé číselné systémy, nejvíce

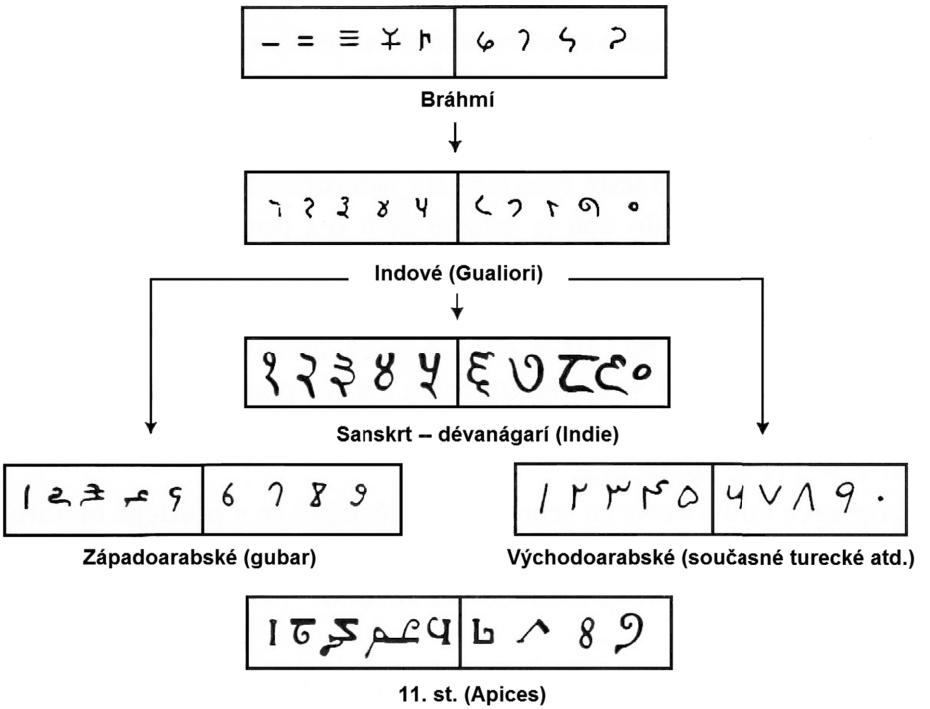
[72] Převzato z [RB].
[73] Převzato z [RB].
[74] Vlastním jménem Abū al-Rayḥān Muḥammad ibn Aḥmad al-Bīrūnī.
[75] Podle [Gu3].
[76] Převzato z [Sm2].

ho zaujal indický. Po návratu do Pisy sepsal v roce 1202 dílo *Kniha o abaku* (*Liber Abaci*).[77] V ní vysvětluje možnost užití indických číslic i pro obyčejné kupecké počítání.

Mezi další osobnosti, které pomohly šíření indických číslic v Evropě, patří například anglický vzdělanec Jan Sacrobosco (asi 1195 až 1256),[78] v jehož práci *Algoritmus prostý* (*Algoritmus vulgaris*) jsou uvedeny způsoby zápisu čísel a operace s celými čísly. Počítání s celými čísly vyložil rovněž francouzský matematik Alexandre de Villedieu (asi 1175 až 1240)[79] v *Píseň o algorismu* (*Carmen de algorismo*) asi z roku 1220.

Přesto se nový způsob zápisu čísel prosazoval velmi pomalu, zpočátku jej přijali jen učenci. Obyčejní lidé, zejména obchodníci, měli obavy z možných padělků a snadného falšování. Protože číslice se stále vyvíjely, chyběl ještě jednotný způsob zápisu číselných symbolů (viz obr. 6.19).

Na závěr připojíme znázornění vývoje grafické podoby číslic 1 až 9 od starých indických *bráhmí* přes arabské až k nejstarším evropským (viz obr. 6.20).



Obr. 6.20: Vývoj indo-arabských číslic[80]

[77] Název knihy je trochu zavádějící, protože se netýká počítání na abaku, výstižnějším názvem by mohlo být *Kniha o početním umění*, viz [BeJ1b].

[78] Známý také jako Johannes de Sacrobosco, Jan z Holywoodu nebo John z Halifaxu; studoval v Oxfordu, později přednášel v Paříži na univerzitě astronomii a matematiku, viz [Ju].

[79] Latinsky Alexander de Villa Dei.

[80] Převzato z [Ju].

Slova používaná k vyjádření čísel

Zde jsou uvedeny některé termíny používané pro vyjádření čísel.[81]

0 – *śūnya* (prázdno, nebe), *kha* (otvor, díra), *randhra* (otvor, dutina), *ākāśa* (prázdno, nicota), *gagana* (nebe, atmosféra), *ambara* (nebe, atmosféra, éter), *vyoman* (nebesa, atmosféra, obloha), *viyat* (nebe, atmosféra), *ananta* (věčnost, nebe, atmosféra), *antarikṣa* (nebe, atmosféra), *nabha* (nebe, atmosféra), *pūrṇa* (úplnost).

1 – *ādi* (počátek), *bhū* (Země – jeden ze tří světů), *dharā* (země), *bhūmi* (země), *kṣiti* (země, půda), *urvarā* (země, úrodná půda), *vasudhā* (země, vlast, království), *kṣmā* (země), *dharaṇī* (země, půda), *ilā* (země), *soma* (sóma, Měsíc), *candra* (Měsíc, oko na ocasu páva), *vidhu* (Měsíc, osamocený), *indu* (měsíc, oko na kostce), *kalādhara* (měsíc), *śītāṃśu* (měsíc), *mṛgāṅka* (měsíc), *śaśadhara* (měsíc), *nāyaka* (vládce, manžel).

2 – *yama* (pár, uzda, vozka), *yamala* (pár, dvojice), *yugala* (pár, dvojice), *yugma* (pár, dvojice, sudý), *dvaya* (pár, dvojnásobný), *locana* (oko), *netra* (oko), *akṣi* (oko), *dṛṣṭi* (oko, zrak), *cakṣu* (oko), *nayana* (oko, zřítelnice), *ambaka* (oko), *kara*, (ruka, míra – šířka 24 palců), *bāhu* (paže), *oṣṭha* (rty, ústa), *pakṣa* (křídlo, rameno), *karṇa* (ucho), *aśvin* (vozataj).

3 – *loka* (svět – tři světy), *triguṇa* (trojnásobný), *guṇa* (násobný, struna, akord), *trikāla* (třikrát), *trinetra* (tříoký, Šiva), *haranetra* (Šivovo oko), *kāla* (Šiva), *rāma* (mytologická osoba), *agni* (oheň – tři posvátné ohně), *hutāśana* (oheň), *pāvaka* (oheň), *anala* (bůh ohně), *tapana* (žár), *ratna*[82] (drahokam, drahé kameny), *hotṛ* (obětník).

4 – *veda* (znalost – čtyři základní védské sbírky), *varṇa* (kasta – čtyři základní kasty), *samudra* (oceán – čtyři základní oceány), *ambhodhi* (oceán), *payodhi* (oceán), *sāgara* (oceán), *abdhi* (oceán), *jaladhi* (oceán), *kṛta* (strana kostky se čtyřmi oky), *aya* (hrací kostka).

5 – *bāṇa* (rákosový šíp – pět šípů boha lásky), *śara* (rákos, šíp), *sāyaka* (střela, šíp), *iṣu* (šíp), *bhūta* (živel – pět živlů), *mahābhūta* (velký živel), *prāṇa* (dech, vitalita – pět orgánů), *pavana* (vítr, dech), *artha* (objekt smyslů), *ratna* (viz číslo 3).

6 – *rasa* (šťáva, tekutina – šest základních chutí), *aṅga* (úd – šest údů véd, tzv. védangy), *śāstra* (pravidlo), *kāraka* (dělání), *dravya* (základní substance), *lekhya* (psaní, dopis).

7 – *naga* (hora – sedm základních pohoří), *aga* (hora), *bhūbhṛt* (hora), *parvata* (hora, pohoří), *śaila* (hora, skála), *acala* (hora, skála), *adri* (hora, kámen), *giri* (hora, skála), *aśva* (kůň – sedm koňů Slunce), *turaga* (kůň), *vājin* (kůň), *vāra* (den týdne), *ṛṣi* (pěvec posvátných hymnů), *muni* (Velká medvědice, tj. sedm hvězd), *atri* (jedna z hvězd Velké medvědice), *svara* (nota).

8 – *vasu* (Vasu – pozemský bůh, bylo jich osm), *gaja* (slon– osm slonů podpíralo Zemi), *hastin* (slon), *dvirada* (slon), *ibha* (slon), *kuñjara* (slon), *puṣkarin* (slon), *sindhura* (slon), *nāga* (had – osm hadů démonů), *sarpa*

[81] Podle [DS1], str. 54–57. Z úsporných důvodů je zapsán pouze transliterovaný tvar.

[82] Vyskytuje se pouze u Mahávíry, jiní používají tento termín pro 5, někdy i pro 9.

(had, hadí démon), *ahi* (had), *anuṣṭubh* (metrum – čtyřikrát osm slabik), *diś* (světové strany – čtyři hlavní a čtyři vedlejší).[83]

9 – *nanda* (jeden z devíti drahokamů), *nidhi* (poklad), *graha* (planeta – bylo jich devět i se Sluncem a Měsícem), *randhra* (otvor – devět otvorů v lidském těle), *dvāra* (otvor, vchod, dveře), *go* (země).[84]

10 – *aṅgul ī* (prst), *āśā* (prostor – čtvrtina nebeské klenby), *kakubh* (prostor), *dik, diś* (viz číslo 8), *diśā* (směr, oblast), *paṅkti* (metrum – čtyřikrát deset slabik).

11 – *rudra* (Rudra – bůh bouře, vládce dešťů a větrů, bylo jich 11), *bharga* (jméno Rudra Śiva), *īśvara* (jeden z Rudrů), *īśa* (Rudra, vládce) *bhava* (božstvo sloužící Rudrovi), *mahādeva* (velké božstvo).

12 – *sūrya* (Slunce nebo jeho božstvo), *dyumaṇi* (Slunce), *ravi* (Slunce), *ina* (Slunce), *mārtaṇḍa* (Slunce, bůh Slunce), *bhānu* (Slunce, světlo), *divākara* (Slunce, tvůrce dne), *arka* (Slunce, paprsek), *māsa* (měsíc – 12. část roku), *rāśi* (znamení zvěrokruhu).

13 – *viśva* (celek, universum), *kāma* (láska), *viśvedeva* (božská bytost), *atijagat ī* (metrum – čtyřikrát třináct slabik).

14 – *manu* (moudrý – čtrnáct mýtických předků), *indra* (bůh – pán deště), *vidyā* (znalost), *loka* (země, svět – někdy 14 světů).

15 – *pakṣa* (polovina lunárního měsíce), *dina* (den), *ghasra* (den), *tithi* (lunární den).

16 – *bhūpa* (král, ochránce), *bhūpati* (král, pán země), *kalā* ($\frac{1}{16}$ nebo malá část), *aṣṭi* (metrum – čtyřikrát šestnáct slabik).

17 – *atyaṣṭi* (metrum – čtyřikrát sedmnáct slabik)

18 – *dhṛti* (metrum – čtyřikrát osmnáct slabik)

19 – *atidhṛ ti* (metrum – čtyřikrát devatenáct slabik)

20 – *nakha* (nehet na prstu), *kṛti* (metrum – čtyřikrát dvacet slabik)

21 – *prakṛti* (mytologická bohyně, příroda, přirozeně), *svarga* (nebesa).

27 – *nakṣatra* (lunární dům – bylo jich 27, později 28), *uḍu* (hvězda, lunární dům).

32 – *rada* (zub), *danta* (sloní kel).

33 – *deva* (božstvo – 33 bohů), *amara* (bůh, božstvo), *sura* (bůh, božstvo), *tridaśa* (božstvo).

[83] Termín *diś* nebo *dik* se někdy užíval i pro 4, *dik* také pro 10, podle [DS1].

[84] Termín *go* se někdy používal i pro jedničku, podle [DS1].