V. BOHUMIL BYDŽOVSKÝ

(1880–1969)

Také jméno Bohumil Bydžovský mi bylo známé už na reálce v kvartě, a to jako spoluautora aritmetické části *Sbírky úloh z matematiky pro střední školy.*[1] Už jako člen Jednoty jsem si v prosinci 1943 obstaral Bydžovského *Základy teorie determinatů a matic a jich užití.*[2] Velmi jsem stál o Bydžovského *Úvod do analytické geometrie* (Praha, 1923). Byl však rozebrán.[3] Dostal jsem se k němu tak, že známý mých rodičů, filolog, profesor klasického gymnázia, jej vypůjčil z učitelské knihovny. Než jsem v říjnu 1945 začal studovat na přírodovědecké fakultě v Brně, měl jsem obě Bydžovského knihy téměř celé za sebou.

Z podnětu doc. Leo Bočka, který byl v devadesátých letech vedoucím Katedry didaktiky matematiky na Matematicko-fyzikální fakultě UK v Praze, jsem pro sérii *Ovlivnili vyučování matematice* vydávanou Bočkovou katedrou napsal sešitek *Bohumil Bydžovský 1880–1969* (Praha, 1998, 15 stran). Základ obsahu této brožurky byl v přednášce proslovené 15. dubna 1998 na konferenci, kterou u příležitosti 650. výročí založení Univerzity Karlovy pořádala jak výše uvedená katedra Matematicko-fyzikální fakulty UK, tak Katedra matematiky a didaktiky matematiky Pedagogické fakulty UK. Až na malé výjimky nebudu opakovat, co jsem napsal do zmíněné brožurky. Její obsah jsem rozdělil takto:

1. Akademická dráha (str. 3–4).
2. Školské reformy (4–7).
3. Jednota čsl. matematiků a fyziků (7).
4. Vědecká práce (7–10).
5. Občanské věci (10–12).
6. Osobní vzpomínky (12–14).

V posledním oddílu na str. 13 podrobně uvádím, kdy a které Bydžovského přednášky jsem poslouchal. Pro poznání Bohumila Bydžovského odkazuji na citlivý nekrolog *Památce akademika Bohumila Bydžovského*, který napsal Bydžovského žák a právem obdivovatel Karel Šindelář.[4]

Poněvadž píši o B. Bydžovském už podruhé, budu stručný a omezím se jen na dva předměty z Bydžovského přednášek – na poznámky k obecné ploše 3. stupně s 27 přímkami a na poznámky k větě o čtyřech vrcholech vejčité křivky.

*   *   *

---

[1] Praha, 4. vydání 1936. Zpracovali ji také Stanislav Teplý (1878–1929) a František Vyčichlo.

[2] Praha, 1930, 2. vydání vyšlo roku 1947 pod mírně změněným názvem: *Úvod do teorie determinantů a matic a jich užití.*

[3] 2. vydání vyšlo až roku 1946, 3. vydání je z roku 1956.

[4] Časopis pro pěstování matematiky 95(1970), 100–103.

Podobně jako jsem v Brně po prvním ročníku zapisoval všechny Seifertovy přednášky ke II. státní zkoušce, též po přestupu na pražskou přírodovědeckou fakultu jsem zapisoval všechny Bydžovského přednášky – a nejen zapisoval, ale na všech byl a pečlivě je sledoval. Pamatuji si, že můj zvláštní zájem vzdudila Bydžovského přednáška o kubické ploše, dvě hodiny týdně v zimním semestru 1947/48. Měl jsem sice za sebou tříhodinovou Seifertovu přednášku *Vybrané stati z geometrie algebraické* (ke II. státní zkoušce), ale nyní si už nevzpomínám, zda v ní L. Seifert – a jak mnoho – mluvil o ploše 3. stupně. Zřetelně si však pamatuji, že když se B. Bydžovský dostal k jejím 27 přímkám a k jejich souvislosti s 28 dvojnými tečnami rovinné kvartiky rodu 3, velmi jsem zbystřil. Když pak jsem si mohl koupit Bydžovského *Úvod do algebraické geometrie* (Praha, 1948), s velkým zájmem jsem v ní četl kapitolu XVIII: *Kubická plocha* (str. 539–583) a názorný vznik kvartiky s 28 reálnými dvojnými tečnami na stranách 487–489. Rovnice

$$(4x^2 + y^2 - 4)(x^2 + 4y^2 - 4) = 4x^4 + 17x^2y^2 + 4y^4 - 20x^2 - 20y^2 + 16 = 0$$

znamená dvě elipsy, viz obr. 32 na str. 488. Jestliže se koeficient 17 změní na 16, resp. 18, vede to ke kvartice z obr. 33, resp. 34 na str. 489. Na posledním obrázku je snadné nalézt všech 28 dvojných tečen. Později se ještě zmíním o souvislosti mezi 27 přímkami bezsingulární plochy 3. stupně a 28 dvojnými tečnami křivky 4. stupně rodu 3. Jejich vlastnosti patrně jako první důkladně studoval Jacob Steiner (1796–1863): *Eigenschaften der Kurven vierten Grads rücksichtlich ihrer Doppeltangenten.*[5] [O zhruba 85 let později Steinerovy výsledky nově dokázal Li En-Po: *Die 28 Doppeltangenten einer Kurve vierter Ordnung,*[6] – Oskar Zariski (1899–1986) v Mathematical Reviews 3(1942), 302 označuje důkazy z této práce za „elementary and rather ingenious“; potvrzuje tak, že je účelné všímat si i „staré“ literatury.] Nyní, po více než šedesáti letech si ovšem na jednotlivosti Bydžovského přednášky nepamatuji, ale připojím několik poznámek ke zmíněné kapitole XVIII.

Nevzpomínám si, že by byl B. Bydžovský ve své přednášce či semináři ukázal alespoň obrázek oné kubické plochy s 27 přímkami anebo dokonce její model. Ostatně nevím, zda v budově matematických ústavů Ke Karlovu 3 byla tehdy sbírka matematických modelů. Později jsem se s takovou sbírkou setkal na stavební fakultě ČVUT v ústavu deskriptivní geometrie, který vedl František Kadeřávek (1880–1961); jen tuším, že v Kadeřávkově souboru – později „vzal za své“ – onen slavný model kubiky byl. Viděl jsem jej v geometrickém ústavu Technické univerzity v Mnichově; byl vystaven v zasklené vitrině téměř jako relikvie. K 200. výročí známého nakladatelství Vieweg v Braunschweigu připravil Gerd Fischer jako editor dva svazky se společným názvem *Mathematische Modelle – Mathematical Models* (Braunschweig-Wiesbaden, 1986); první svazek obsahuje téměř 130 fotografií modelů, druhý svazek pak komentáře k nim. Kubické plochy jsou zachyceny na fotografiích 10–33, v čele je obecná plocha (bez

[5] Journal für die reine und angewandte Mathematik 49(1855), 265–272.
[6] Mathematische Annalen 118(1941), 94–111.

singularit) 3. stupně s vyznačenými 27 reálnými přímkami (jejich číslování souvisí s uspořádáním do jistých skupin). O významu modelů pro výuku – jsem o něm přesvědčen – píše G. Fischer zasvěceně v předmluvě na stranách V–XI prvního svazku.[7]

Na straně X oprávněně připomíná, jak na starou tradici modelů – přerušenou delší řadou desetiletí – navazuje počítačová grafika. Dodává, že příklady poskytuje Thomas Banchoff (při jeho přednáškách v Praze byly velké posluchárny zcela zaplněné), jehož počítačem vytvořené obrazy Kummerovy plochy klade jako protějšek k jejímu sádrovému modelu z roku 1863.[8]

Literárními údaji B. Bydžovský velice šetřil. Ke kubické ploše v kap. XVIII připojil jen dvě, a to neúplné citace: Na str. 539 *Encyklopädie III, C, 10a* (úplný název je v úvodu na str. 9) a na str. 546 *van der Waerden: Einführung, str. 148–149.* V celé kapitole není jediné datum; všechno se zdá „být v jedné rovině“; čtenář se vůbec nedozví, že jde – až na výjimky – o poznatky staré zhruba sto let. Navíc dlouhý článek v *Encyklopädie* není četba pro začátečníky.

Druhá citace patří knize Bartel Leendert van der Waerden (1903–1996): *Einführung in die algebraische Geometrie* (Berlin, 1939), a sice § 35. *Die 27 Geraden auf einer Fläche dritten Grades*, str. 148–153. Autor pracuje s Plückerovými souřadnicemi přímky. Na str. 153 formuluje hlavní výsledek: *Eine doppelpunktfreie Fläche 3. Ordnung enthält genau 27 verschiedene Geraden.* O jejich konfiguraci jen zjišťuje, že každá přímka plochy je proťata 10 dalšími jejími přímkami. Zcela v závěru se k této konfiguraci vrací poznámkou o početné literatuře o ní.

První Bydžovského citace z kap. XVIII jeho knihy se týká rozsáhlého článku Wilhelm Meyer (1856–1934): *Flächen dritter Ordnung*, str. 1437–1531. O 27 přímkách na obecné kubické ploše píše autor zvláště v odd. 2, 5, 6, 10, 18. V odd. 1–14 (str. 1439–1496) líčí W. Meyer historický vývoj poznatků o kubické ploše, v odd. 15–24 (str. 1496–1531) pak soustavnou teorii.

Podle W. Meyera se patrně jako první kubickou plochou zabýval Julius Plücker (1801–1868): *Über die allgemeinen Gesetze, nach welchen irgend zwei Flächen einen Contact der verschiedenen Ordnungen haben.*[9] Na první pohled se z názvu práce sotva dá soudit, že v ní bude něco o přímkách kubické plochy. Na straně 351 popisuje J. Plücker smysl své práce takto: Vyšetří podrobně styk jednak dvou ploch 2. stupně, jednak plochy 2. stupně a plochy 3. stupně; z toho usoudí na styk dvou algebraických ploch. Velmi zhruba řečeno (do podrobností

[7] Mám dva katalogy. První vydal Walter Dyck (1856–1935): *Katalog mathematischer und mathematisch-physikalischer Modelle, Apparate und Instrumente* (München, 1892, XVI+430 stran) a *Nachtrag* (1893, X+135 stran); druhý vydal Martin Schilling: *Catalog mathematischer Modelle für höheren mathematischen Unterricht* (Halle a. d. Saale, 6. vyd. 1903, 130 stran, 7. vyd. 1911, XIV+172 stran). V obou je série téměř třiceti ploch 3. stupně, podle druhého katalogu stála 300 marek, což byly kolem roku 1900 velké peníze.

[8] Ernst Kummer (1810–1893) v šedesátých letech 19. století studoval a v sádře modeloval plochy 4. stupně s vůbec maximálním počtem 16 dvojných bodů a 16 rovinami, dotýkajícími se plochy podél kuželoseček.

[9] Journal für die reine und angewandte Mathematik 4(1829), 349–370.

nelze zacházet, byly by velmi zdlouhavé): Když dvě plochy mají v bodě B styk n-tého řádu, tak ve společné tečné rovině ploch v bodě B existuje aspoň jeden směr, v němž mají plochy styk $(n+1)$-ního řádu (ve staré terminologii: $(n+2)$-bodový). Specielně když plochy kvadratická a kubická mají ve společném bodě B styk 2. řádu, je v jejich tečné rovině v bodě B aspoň jedna přímka, která jdouc bodem B má v něm s plochami styk 3. řádu, tj. čtyřbodový. Ale pokud přímka má s kubickou plochou aspoň čtyři body společné (třeba „soumezné“, jako v našem případu), tak na ní leží celá. Tím J. Plücker dokázal existenci přímek na kubické ploše. Podmínky pro styk získává J. Plücker metodou analytickou vycházeje z rovnic ploch ve vhodně přizpůsobené souřadnicové soustavě; na tyto podmínky navazuje další vyšetřování převážně syntetické. Viz zvláště poznámku pod čarou na straně 358.

Začátek analytické teorie plochy 3. stupně včetně oněch 27 přímek klade W. Meyer do poloviny 19. století a spojuje jej se jmény Arthur Cayley (1821–1895), George Salmon (1819–1904) a James Sylvester (1814–1897). Základ k syntetickému studiu kubické plochy podle W. Meyera vytvořili Hermann Grassmann (1809–1877): *Die stereometrischen Gleichungen dritten Grades und die dadurch erzeugten Oberflächen*[10] [viz zvláště § 5: *Die Oberfläche dritter Ordnung als Durchschnitt dreier projectivischen Büschel*, str. 59–63; na str. 64 autor přehledně vypočítává šest způsobů vytvoření kubické plochy] a Jacob Steiner: *Über die Flächen dritten Grades.*[11]

Syntetické odůvodnění konstrukcí Grassmannovy a Steinerovy vyžaduje jisté vědomosti z projektivní geometrie, ale jejich analytický popis je jednoduchý a naznačím jejich princip. Navíc jsou obě konstrukce a jejich vzájemné srovnání znamenitou ukázkou, jak z dvojrozměrného prostoru zobecňovat do trojrozměrného.

Vytvoření kuželosečky jako množiny průsečíků korespondujících si přímek ve dvou projektivních svazcích v rovině je známé. Stejně je známé, že duální konstrukce (množina spojnic odpovídajících si bodů dvou projektivně vztažených přímek v rovině) vede opět ke kuželosečce (jako obálce přímkové soustavy).

J. Steiner tento postup do prostoru přenesl takto: První svazek přímek nahradil svazkem rovin – v analytické verzi tedy lineární kombinací dvou lineárních forem ve čtyřech projektivních souřadnicích; a druhý svazek přímek nahradil svazkem kvadrik – tedy lineární kombinací dvou kvadratických forem. Jestliže pomocí zadané projektivity mezi oběma svazky vyloučíme jejich parametry, objeví se kubická forma v projektivních souřadnicích a jsme u plochy 3. stupně. V jakémsi smyslu obráceně: Když přímku kubické plochy zvolím za osu svazku rovin, každá ji protne ještě v kuželosečce, která je řezem oné roviny s jistou kvadrikou.

[10] Journal für die reine und angewandte Mathematik 49 (1855), 47–65. Je to poslední ze série pěti Grassmannových prací (na str. 1–65), v nichž autor aplikuje svůj počet na konstrukce algebraických ploch.

[11] Tamtéž, 53(1857), 133–141.

Grassmannova konstrukce je ještě přirozenější. Průsečíky tří korespondujících si rovin ve třech projektivních rovinových trsech vytvářejí plochu 3. stupně. Ale vůči rovině je zde rozdíl: Zatímco čára 2. stupně (vytvořená svými body) a čára 2. třídy (vytvořená svými tečnami) jsou totéž, plocha 3. stupně a plocha 3. třídy (vytvořená duálně jako obálka rovin proložených odpovídajícími si trojicemi bodů projektivně vztažených tří rovin) totožné nejsou. Viz Jan Vojtěch: *Geometrie projektivní* (Praha, 1932, str. 479 a násl.), včetně rozsáhlé literatury uvedené na řadě míst, a Vincenc Jarolímek (1846–1921): *Základové geometrie polohy v rovině a v prostoru* II (Praha, 1912, část XI, str. 76–84, zvláště odd. 167).

O různých vytvořeních plochy 3. stupně píše – s množstvím literárních údajů – Luigi Berzolari (1963–1949): *Flächen dritter Ordnung* (kap. XXXIV. str. 783–849) v příručce, jejíž italský originál editoval Ernesto Pascal (1865–1940) a jejíž německý překlad vydal Heinrich Timerding (1873–1945): *Repertorium der höheren Mathematik II: Geometrie 2* (Leipzig-Berlin, 1922).

B. Bydžovský věnuje obecné (tedy bez singularit) ploše 3. stupně strany 539–554. Stál před úkolem, který nebyl snadný: Z ohromného množství literatury vybrat to nejpodstatnější pro první seznámení s algebraickou geometrií, která je v tradici z 19. století geometrií (a která se v polovině 20. století začala měnit v algebru). Kdo se seznámí s větší šíří teorie o kubické ploše, musí uznat, že B. Bydžovský vybíral velmi uváženě a dobře. Hned z počátku se dostává k 27 přímkám plochy přes známou projekci dávající 28 přímek rovinné čáry 4. stupně. Na straně 546 v odd. 224 připojuje další důkaz existence oněch přímek, při kterém se odvolává na citovanou už van der Waerdenovu knihu.

* * *

Využiji příležitosti ke zmínce o geometrické oblasti, která se formovala převážně v Německu už v první polovině 19. století a které – po počáteční nedůvěře a kritice [počátky byly spíše empirické, obtíž byla též v násobnosti a degeneraci řešení] – dal určitější obrysy až Hermann Schubert[12] (1848–1911): *Kalkül der abzählenden*[13] *Geometrie* (Leipzig, 1879, 349 stran). Hned na prvních řádcích úvodu vyslovuje autor tuto základní úlohu: *Das äusserliche Ziel der abzählenden Geometrie ist die Beantwortung aller Fragen von folgender Form:*

[12] H. Schubert byl profesorem na gymnáziu v Královci. V dnešních poměrech je až neuvěřitelné, že jako středoškolský učitel v 31 letech napsal knihu, která vytvořila základ nového geometrického oboru. Známější případ je zmíněný už H. Grassmann se svou *Lineale Ausdehnungslehre* 1844, jejíž přijetí v Čechách jsem popsal v *Reception of Grassmann's Ideas in Bohemia*, str. 147–153, ve sborníku z konference v Lieschow na Rujaně v květnu 1994 – Gert Schubring (ed.): *Hermann Günther Grassmann: Visionary Mathematician, Scientist and Neohumanist Scholar* (Dordrecht, 1996).

[13] Ustálený český ekvivalent neznám, doslovný překlad by byl „odpočítající“ [blízký termín „abzählbar“ (doslova „odpočítatelně“) je označení z teorie množin]. Z tohoto oboru mám v povědomí jen německou literaturu, a tak na anglický a francouzský a ruský ekvivalent mohu soudit – nikoliv s jistotou – jen ze slovníků matematických termínů, které mám: „enumerated geom.“, „énumérative géom.“, „перечисленная геом.“ Italské pojmenování „geometria numerativa“ viz dále.

Wieviel geometrische Gebilde von bestimmter Dimension erfüllen gewisse gegebene Bedingungen? Typickou úlohou je právě vyšetření počtu přímek na ploše 3. stupně bez singularit. [Všimněme si: V rovině (ploše 1. stupně) je dvouparametrová množina přímek; na středové ploše 2. stupně jsou dva přímkové systémy, každý s jedním parametrem; ale na obecné ploše 3. stupně je právě 27 přímek.] Novější kniha je Francesco Severi (1879–1961): *Grundlagen der abzählenden Geometrie* (Wolfenbüttel, 1948).[14] Kapitola I na stranách 7–22 je historický a současně kritický pohled na posledních téměř sto let od úplných počátků oboru. F. Severi se opakovaně a pochvalně vyjadřuje o Schubertově knize.

Na závěr této odbočky ještě malou poznámku. Z dlouhé řady posledních desetiletí mi není známa práce o přímkách na nepřímkových plochách stupně většího než 3. Starší práce významně zastupuje F. Affolter: *Ueber Gruppen gerader Linien auf Flächen höherer Ordnung.*[15]

* * *

Existence právě 27 přímek na kubické ploše bez singularit je jistě pozoruhodná. Zůstala jen jakýmsi exotickým jevem anebo byla využita v jiných geometrických problémech?

Nechám-li stranou zmíněnou už příbuznost mezi 27 přímkami obecné kubické plochy a 28 dvojnými tečnami rovinné křivky 4. stupně a rodu 3 [realizovanou projekcí plochy 3. stupně bez singulárních bodů z jejího bodu kuželovou tečnou plochou – ta je 4. stupně], vím jen o dvou využitích. Autorem jednoho je Peter Schoute (1846–1913), jeho práci jsem už citoval a psal o ní v odd. věnovaném Seifertově knížce *Kubické a bikvadratické problémy* (viz, co jsem připojil k jejímu odd. 16: *Problém normál kuželosečky*).

Druhé využití je zcela jiné. Pravděpodobně už kameníci před několika staletími věděli, že na toru jsou čtyři systémy kružnic: rovnoběžky, meridiány a řezy bitangenciálními rovinami. Sdělil to až Yvon Villarceau (1813–1883; absolvent školy, která by se dala označit jako umělecko-průmyslová): *Note concernant un troisième système de sections circulaires qu'admet le tore circulaire ordinaire.*[16] Velmi jednoduchý důkaz Villarceauovy věty podává Gino Loria (1862–1953): *Vorlesungen über darstellende Geometrie II: Anwendungen auf ebenflächige Gebilde, Kurven und Flächen* (Leipzig, Berlin, 1913, odd. 291, str. 252–254). Postup je vzorovým případem aplikace analytické geometrie

---

[14] Jedná se o překlad italského originálu *I fondamenti della geometria numerativa*, Annali di Matematica pura ed applicata (4) 19(1940), 153–224.

[15] Mathematische Annalen 27 (1886), 277–295.

[16] Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences Paris, 27(1848), 246. Villarceauovu krátkou zprávu na dvaceti řádcích lze sotva považovat za úplný důkaz. Autor popisuje polohu a velikost kružnice v bitangenciálních rovinách toru a jen v závěru píše, jak na nové systémy kružnic přišel: Když v polárních souřadnicích studoval řez toru jeho bitangenciální rovinou, podařilo se mu rovnici 4. stupně rozložit na dva kvadratické faktory, které vedou ke kružnicím.

v deskriptivě. Různé syntetické důkazy lze nalézt v důkladnějších učebnicích deskriptivní geometrie.

Torus vzniká, jestliže se kružnice otáčí kolem přímky jsouc s ní v jedné rovině. Jestliže poslední požadavek není splněn, dostane se rotací obecnější plocha 4. stupně, na níž je právě pět systémů kružnic. Říká se jí globoid. Byla jí věnována větší pozornost, protože má použití ve strojírenství. Koichi Ogiue – Nobuko Takeuchi: *A Geometric Construction of a Torus which Contains Five Circles through Each Point*[17] sestrojili nerotační plochu s právě pěti kružnicemi jdoucími každým jejím bodem.

Existují plochy s právě šesti systémy kružnic? Pro pozitivní odpověď viz Marcel Berger: *Géométrie*[18] (II. odd. 20.7.2, strany 322–324). Ukázal, že existují cyklidy s právě šesti systémy kružnic. Téměř současně Richard Blum: *Circles on Surfaces in the Euclidean 3-Space*, Lecture notes in Mathematics 792(1980), 213–221, dochází k témuž výsledku využívaje existence 27 přímek na obecné ploše 3. stupně. [Zcela v závěru své práce vyslovuje domněnku, že – s výjimkou kulové plochy a roviny ovšem – neexistuje plocha, jejímž každým bodem by na ní šlo více než šest kružnic.] Blumova práce je druhým mně známým případem využití oné pozoruhodné vlastnosti plochy 3. stupně bez singularit. O Blumově práci jsem několikrát mluvil ve svém geometrickém semináři a v přednáškách. Ukazoval jsem, že využitím Kummerových kuželů plochy 4. stupně s dvojnou kuželosečkou lze dospět k výsledku rychleji.[19]

Co jsem právě napsal, je dokladem, že i staré poznatky se mohou uplatnit v novějším studiu.

* * *

Z Bydžovského semináře si zřetelně pamatuji, že jedině v něm jsem za celé čtyřleté vysokoškolské studium slyšel – a to zase jedinou – větu z diferenciální geometrie ve velkém: Každá vejčitá křivka má alespoň čtyři vrcholy (tj. body, v nichž její křivost je extrémní). Po téměř šedesáti letech si už ovšem skoro nepamatuji na Bydžovského postup, ale utkvělo mi v paměti, že se v něm objevil křivkový integrál. Proto se pravděpodobně jednalo o důkaz, který uvádí Wilhelm Blaschke (1885–1962): *Vorlesungen über Differentialgeometrie I. Elementare Differentialgeometrie* (1. vyd. Berlin 1921, str. 16 s poznámkou, že jeho původcem je Gustav Herglotz (1881–1953).[20]

[17] Bulletin of Tokyo Gakugei University, Sect. IV: Mathematics and Natural Science 44(1992), 15–18.

[18] Paris, 1977, 1978. Anglický překlad: Berlin, 1987, 2. vydání: 1994. Ruský překlad: Moskva, 1984.

[19] Ke Kummerovým útvarům viz citovanou už knihu J. Vojtěcha z roku 1932, strany 669–971.

[20] 5. vydání Blaschkeho knihy z roku 1973 velmi přepracoval a rozšířil Kurt Leichtweiss (nar. 1927). V Leichtweissově vydání se jedná o § 12: *Ebene Kurven, Vierscheitelsatz*, strany 35–37; viz též § 31: *Sätze über Raumkurven mit vorgegebener Krümmung*, zvláště strana 75.

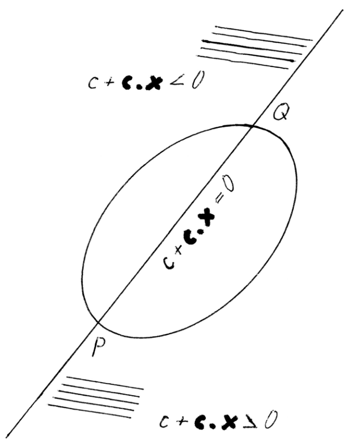
Pro průvodič $\mathbf{x}$, oblouk s, jednotkové vektory tečny $\mathbf{t}$ a normály $\mathbf{n}$ a křivost k uvažované čáry Γ platí Frenetovy rovnice [objevil je Jean Frenet (1816–1900) roku 1847]

$$\mathbf{x}' = \mathbf{t}, \qquad \frac{d\mathbf{t}}{ds} = k\mathbf{n}, \qquad \frac{d\mathbf{n}}{ds} = -k\mathbf{t}.$$

S nimi při celkové délce L čáry a při pevném vektoru $\mathbf{c}$ a konstantě c propočítáme

$$\int_\Gamma (c + \mathbf{c}\cdot\mathbf{x})k'ds = c\int_\Gamma k'ds + \mathbf{c}\cdot\big([\mathbf{x}k]_0^L - \int_\Gamma \mathbf{t}kds\big) = \mathbf{c}\cdot\int_\Gamma \mathbf{n}'ds = 0,$$

ovšem s využitím periodicity v $\mathbf{x}$, $\mathbf{t}$, $\mathbf{n}$ a k. Jakožto spojitá funkce má $k(s)$ v intervalu $\langle 0, L\rangle$ alespoň dva extrémy, tedy dva body P a Q, v nichž $dk(s)/ds = 0$. Spojme ty body přímkou a předpokládejme, že v polorovinách jí vyťatých derivace k' nemění znaménko. Zvolme konstantu c a vektor $\mathbf{c}$ tak, aby $c + \mathbf{c}\cdot\mathbf{x} = 0$ byla rovnice této spojnice PQ. Potom je součin $(c + \mathbf{c}\cdot\mathbf{x})k'$ stále kladný nebo stále záporný na obou obloucích čáry Γ mezi body P a Q (viz obrázek, na kterém je jedna ze čtyř možných situací kombinujících $k' > 0$, resp. $k' < 0$ s $c + \mathbf{c}\cdot\mathbf{x} > 0$, resp. $c + \mathbf{c}\cdot\mathbf{x} < 0$).



Ale pak výše propočítaný integrál nemůže být roven nule, jak jsme zjistili. Tudíž předpoklad o pouze dvou vrcholech je chybný. Protože jako důsledek periodicity derivace $k'(s)$ se její znaménko nemůže měnit v lichém počtu, mění se nutně alespoň čtyřikrát. Příkladem je elipsa s vrcholy ve svých čtyřech průsečících se svými osami.

Postupoval-li B. Bydžovský aspoň podobně, tak velmi vybočil ze svého oboru, totiž z té algebraické geometrie, která je geometrií, a nikoliv algebrou. Samozřejmě netuším, co ho k tomuto vybočení vedlo, ale mně prospělo. Bylo to malinké pootevření dveří, které jsem si už sám otevřel naplno, když jsem ve školním roce 1950/51 vedl (podle pokynů knihovní rady) knihovnu matematických ústavů ČVUT, o jejíž vznik v roce 1945 se zasloužil František Vyčichlo.[21]

[21] Po Vyčichlově úmrtí roku 1958 byla nazvána jeho jménem. Zanikla v roce 1987 za skandálního nezájmu všech matematických kateder ČVUT.

Nepamatuji si, že by byl B. Bydžovský uvedl k větě o čtyřech vrcholech nějaký literární údaj. Tak tedy: Objevil ji indický matematik S. Mukhopadhyaya: *New Methods in the Geometry of a Plane Arc*,[22] následoval ho nezávisle Adolf Kneser (1862–1930): *Bemerkungen über die Anzahl der Extreme der Krümmung auf geschlossenen Kurven und verwandte Fragen einer nichteuklidischen Geometrie.*[23]

Pro další literární údaje (ovšem jen do druhé poloviny čtyřicátých let) o různých modifikacích a zobecněních viz W. Blaschke: *Kreis und Kugel* (Leipzig, 1916; reprint: New York, 1946, 2. vydání 1956)[24] a hlavně Tommy Bonnesen (1873–1935) a Werner Fenchel (1905–1988): *Theorie der konvexen Körper* (Berlin, 1934, str. 144–145),[25] též citované už Leichtweissovo vydání Blaschkeho knihy o diferenciální geometrii.

Bonnesenova-Fenchelova kniha o 164 stranách není učebnice a pro první studium je nevhodná. Poskytuje výborný přehled o stavu teorie v 1. polovině třicátých let. Seznam literatury zabírá 10 stran tištěných petitem; jen malý zlomek citovaných prací je ještě z 19. století. To ukazuje, jakou pozornost věnovali geometři konvexním útvarům v prvních desetiletích minulého století. Současně je z toho nutné usoudit, že jak L. Seifert, tak B. Bydžovský ve svých přednáškách a seminářích tento silný geometrický proud nezachytili. Toho je třeba litovat, protože mluvili k budoucím středoškolským učitelům, kteří o konvexních útvarech mohli studentům leccos říci. Jde totiž z valné části o názorné věci a v řadě případů přístupné už středoškolákům. Dokladem je Hostinského knížka *O mnohoúhelnících a mnohostěnech* (Cesta k vědění, sv. 33, Praha, 1947), kterou B. Hostinský „zaskočil“ za své kolegy-geometry. Ještě markantněji to předvádí sbírka úloh s podrobnými řešeními I. M. Jaglom a W. G. Boltjanski: *Konvexe Figuren* (Berlin, 1956).[26] V předmluvě na str. X čteme: *Das Buch ist für Schüler der höheren Klassen an Oberschulen, für Studenten der Anfangssemester an Universitäten und Pädagogischen Hochschulen sowie für alle Freunde der Mathematik bestimmt.*

* * *

---

[22] Bulletin of the Calcutta Mathematical Society 1(1909), 31–37.

[23] *Weber Festschrift*, Leipzig, Berlin, 1912, str. 170–180. Poznamenejme, že Heinrich Weber (1842–1913) je jeden z autorů a editorů známé *Encyklopädie der Elementar-Mathematik, ein Handbuch für Lehrer und Studierende*, 2. vydání: I: *Elementare Algebra und Analysis*, Leipzig, 1906; II: *Elementare Geometrie*, Leipzig, 1907; III-1: *Mathematische Physik*, Leipzig, 1910 (6. odd. *Geometrische Maxima und Minima*, str. 317–342, s extremálními geometrickými úlohami, např. polygony s maximálním obsahem při daných stranách (v daném pořádku) nebo daném obvodu); III-2: *Angewandte Elementarmathematik*, Leipzig, 1912 (1. odd. deskriptivní geometrie, str. 3–157). Výborná pomůcka pro učitele.

[24] 1. vydání recenzoval Bohuslav Hostinský (1884–1951) v Časopisu pro pěstování mathematiky a fysiky 47(1918), 43–44.

[25] Další vydání nebo reprinty 1948, 1974 a 1997; anglický překlad 1987.

[26] Ruský originál Исаак Моисеевич Яглом (nar. 1921) – Владимир Григорьевич Болтянский (nar. 1925): *Выпуклые фигуры*, Moskva, 1951; anglický překlad: 1961.

Když jsem nejvíc poslouchal přednášky L. Seiferta a B. Bydžovského z algebraické geometrie, proč jsem si z ní od B. Bydžovského nevyžádal téma k disertační práci?

To bylo takto: Pod dojmem Seifertových a Bydžovského seminářů jsem v červnu 1948 předal F. Vyčichlovi, jehož přednášky z deskriptivy jsem tehdy rovněž navštěvoval, rukopis *O polárních křivkách prostorové kubiky* spolu s několika rysy. V. Vyčichlo mi jej uznal jako písemnou práci k II. státní zkoušce z deskriptivní geometrie.[27] Nepochybně na Vyčichlovo doporučení jsem pro studijní rok 1949/50 získal stipendium v tehdejším Badatelském ústavu matematickém při České Akademii věd a umění. Jeho ředitelem byl Eduard Čech, a tak bylo samozřejmé, že námět k disertaci mi zadával on. V následujícím školním roce 1950/51 jsem byl asistentem ve Vyčichlovu ústavu na ČVUT. Podle pokynů knihovní rady jsem vedl knihovnu matematických ústavů techniky. Na rok práce v této knihovně rád vzpomínám. Přečetl jsem nemálo knih, které jsem měl po ruce, a tak se přede mnou začaly otevírat nové geometrické oblasti, o kterých jsem při dosavadním studiu neslyšel. Po tříleté aspirantuře, za níž jsem dokončil disertaci zase na Čechovo téma z diferenciální geometrie, jsem se vrátil na techniku na katedru matematiky fakulty zeměměřické. Měl jsem tak naprostou volnost při volbě námětů k své práci v geometrii. Této volnosti jsem zcela využil při své třetí disertaci, která už zcela patřila „geometrii ve velkém".

* * *

Z mých vysokoškolských učitelů přednášel B. Bydžovský – alespoň pro mne – nejlépe. Svými výjimečnými učitelskými schopnostmi byl pověstný, a přesto býval počet jeho posluchačů omezený.

B. Bydžovský mě zkoušel při II. státní zkoušce z matematiky a při hlavním rigorosu. Proč mě nezkoušel i při vedlejším rigorosu, vysvětluji ve *Vzpomínce na své učitele.*[28] Byl – stejně jako L. Seifert – uklidňující examinátor.

V Bydžovského semináři vznikl i můj druhý publikovaný článek *O jistém vyjádření podmínek, aby osm bodů kvartiky s trojnásobným bodem leželo na kuželosečce.*[29] Stejně rád jako na L. Seiferta vzpomínám i na B. Bydžovského.

[27] Stejně nazvaný výtah byl mým prvním publikovaným článkem: Časopis pro pěstování matematiky a fysiky 75(1950), D131–D138.

[28] *Jubilejní almanach*, Matematicko-fyzikální fakulta, Univerzita Karlova v Praze, 2002, str. 105–107. Vyšel k 50. výročí založení MFF, editovali jej I. Netuka a M. Stiborová.

[29] Časopis pro pěstování matematiky a fysiky 75(1950), D261–D265.