

Integrální počet II

Doplňky a opravy

In: Vojtěch Jarník (author): Integrální počet II. (Czech). Praha: Academia, 1984. pp. 760--762.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/402071>

Terms of use:

© Vojtěch Jarník, 1976

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

DOPLŇKY A OPRAVY

- Str. 133: V příkl. 1, 2 je míněno $\alpha \in E_1$.
- Str. 171, cvič. 6, případ C: Zde lze bez újmy obecnosti položit $M = E_r$.
- Str. 255: V příkl. 18 je míněno $R > 0$.
- Str. 286: Ve vzorcí (105) je míněno $\alpha \in E_1$.
- Str. 286—7: Ve vzorcích (109), (110) je míněno přirozené n .
- Str. 403: Správnost pozn. 1 plyne teprve z důkazu věty 143, bod I: Je-li M g -měřitelná, je též μ -měřitelná a μ_n -měřitelná.
- Str. 451: Smysl slova „majoranta“ v definici 24 nemá ovšem nic společného s významem tohoto slova, používaným v ostatních kapitolách této knihy.
- Str. 458—467: Slova míra, měřitelný, skoro všude se týkají ovšem míry Lebesgueovy.
- Str. 479—493. Důkaz věty 181 (str. 479), 184 (str. 487), 186 (str. 493) a úvaha na str. 489, ř. 8—5 zdola (použití věty o přírůstku funkce) jsou provedeny jen pro reálné funkce; výsledky platí ovšem i pro komplexní funkce (rozkladem na reálnou a imaginární část, jak bylo obecně poznamenáno v úvodu ke kap. XIII).
- Str. 496, ř. 9—4 zdola: Předpokládá se $g \in \mathcal{P}(2\pi)$.
- Str. 506, ř. 10 čti: Konečné limity.
- Str. 513: Jen abych se vyvaroval nedorozumění, podotýkám: Ve větě 189 jsou i v krajních bodech 0, l míněny „oboustranné“ derivace. Jinak řečeno: funkce f má absolutně spojitou derivaci řádu p v každém omezeném intervalu $\langle a, b \rangle$.
- Str. 523: V příkl. 3 místo „spojitá“ čti „spojitá a konečná“. V pozn. 47) na konci doplň: ... existuje a je konečná.
- Str. 526, ř. 3 a 10: Místo „spojitá“ čti „spojitá a konečná“ (ovšem konečnost je zde zřejmá).
- Str. 528, ř. 7 a pozn. 56) — totéž.
- Str. 567: V celém § 9 a § 10 jde ovšem, stejně jako v § 8, o orthogonalitu při míře Lebesgueově.
- Str. 581: Symbol $[f(x)]_{-\infty}^{+\infty}$ značí ovšem $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; podobně v analogických případech.
- Str. 669, ř. 4 doplň: ... funkce reálná, konečná a spojitá.
- Str. 703, ř. 3. Termínu „dvojnásobný integrál“ užívám zde pro dvakrát opakovanou integraci, na př. $\int_0^1 \left(\int_{-2}^2 f(x, y) dx \right) dy$, na rozdíl od „dvojnásobného“ neboli „dvojměrného“ integrálu $\int_{-2 < x < 2} \int_{0 < y < 1} f(x, y) dx dy$. Podobně pro integrál „trojnásobný“ a „trojný“ neboli „trojměrný“ atd. Terminologie v literatuře není zcela ustálená.

DOPLŇKY A OPRAVY K 2. VYDÁNÍ

Na několika místech v knize se vyskytuje tzv. „prázdný součin“, vznikající při některé volbě parametrů (např. vzorec (109) na str. 577 při $n = 0$). V takových případech pokládáme součin roven jedné.

Str. 256, pozn. 1⁵): Determinant formy $Q(x)$ je roven převrácené hodnotě druhé mocniny determinantu substituce (46), což ovšem nemění jeho znaménko.

Str. 281, pozn. 1: Míneň příkl. 28 z § 3.

Str. 351 ř. 9: Integrál $L(\alpha)$ je nevlastní podle vzorce na ř. 12; přitom k tomuto závěru není třeba znát hodnotu $\int_0^{+\infty} x^{-1} \sin \alpha x \, dx$ ($\alpha > 0$), ale stačí vědět, že konverguje a nezávisí na α .

Str. 352, pozn. 1: Viz předešlou vysvětlivku.

Str. 363: Cvičení. — Důkaz oprávněnosti záměny integračního pořadí v příkl. 2, 3, 4 byl dosti obtížný. Lze jej např. při výpočtu integrálu

$I = \int_0^{+\infty} x^{-1} \sin x \, dx$ obejít takto: K integrandu přidáme činitele $e^{-\alpha x}$ ($\alpha > 0$), který „zesiluje konvergenci“, tj. místo I vyšetřujeme $I(\alpha) = \int_0^{+\infty} e^{-\alpha x} x^{-1} \sin x \, dx$; jest

$$I(\alpha) = \int_0^{+\infty} \left(\int_0^{+\infty} e^{-(\alpha+y)x} \sin x \, dy \right) dx.$$

Zde $|\sin x| \leq x$ a integrál

$$\int_{\substack{x>0 \\ y>0}} e^{-(\alpha+y)x} x \, dx \, dy = \int_0^{+\infty} \left(\int_0^{+\infty} e^{-(\alpha+y)x} x \, dy \right) dx = \int_0^{+\infty} e^{-\alpha x} dx$$

konverguje. Tedy v $I(\alpha)$ můžeme obrátit pořadí integrací prostě podle Fubiniovy věty a dostaneme snadno $I(\alpha) = \frac{1}{2} \pi - \operatorname{arctg} \alpha$. Nato provedeme limitní přechod $\alpha \rightarrow 0+$ (to je snadné a bylo provedeno v § 4 při dokončení příkl. 1); tak dostaneme $I = \frac{1}{2} \pi$. Podobným způsobem řešte znova příkl. 1, 3, 4.

Str. 542, cvič. 1: Za x_k je nutno vzít komplexní čísla, jejichž obě části (reálná i imaginární) jsou racionální čísla.

Str. 543, ř. 5—6: L_2^+ není modul, ale má všechny vlastnosti modulu až na III (je-li $f + h = g + h$, nemusí být $f = g$).

Str. 686: Jiný důkaz vzorce (9). Pro $0 < s < 1$ dostáváme substitucemi $z = x + y$, $x = tz$, $u = t(1-t)^{-1}$ postupně

$$\Gamma(s) \Gamma(1-s) = \int_{\substack{x>0 \\ y>0}} e^{-z} u x^{s-1} y^{-s} \, dx \, dy =$$

$$= \int_0^{+\infty} e^{-z} \left(\int_0^z x^{s-1} (z-x)^{-s} dx \right) dz = \int_0^{+\infty} e^{-z} dz \int_0^1 \frac{t^{s-1}}{(1-t)^s} dt,$$

kde

$$\int_0^1 \frac{t^{s-1}}{(1-t)^s} dt = \int_0^{+\infty} \frac{u^{s-1}}{1+u} du = \frac{\pi}{\sin \pi s}$$

podle kap. VII, § 5.

Str. 692: Jiný důkaz vzorce (30). Pro $Re p > 0$, $Re q > 0$ dostáváme substitucemi $z = x + y$, $x = tz$ postupně

$$\begin{aligned} \Gamma(p) \Gamma(q) &= \int_{\substack{x > 0 \\ y > 0}} e^{-x-y} x^{p-1} y^{q-1} dx dy = \\ &= \int_0^{+\infty} \left(\int_0^z e^{-z} x^{p-1} (z-x)^{q-1} dx \right) dz = \\ &= \int_0^{+\infty} \left(\int_0^1 e^{-z} z^{p+q-1} t^{p-1} (1-t)^{q-1} dt \right) dz = \Gamma(p+q) B(p, q). \end{aligned}$$