STRUČNÝ NÁSTIN NĚKOLIKA VÝZNAMNÝCH SMĚRŮ SOBOTKOVY PRÁCE

Zbyněk Nádeník

Sobotkovou vědeckou prací se prolínají čtyři náměty:

1. Fokální vytvoření kvadrik: [S39], [S40], [S42], [S43], [S128], [S129].
2. Apolloniova úloha: [S47], [S48], [S49], [S50], [S51], [S52], [S55], [S146], [S147].
3. Problém normál kuželoseček: [S27], [S28], [S53], [S54], [S56], [S57], [S84], [S91].
4. Deskriptivní geometrie: [S2]–[S8], [S10], [S12], [S13], [S16]–[S20], [S24], [S26], [S30], [S32], [**S36**], [S38], [S44], [S46], [S66], [S69]–[S74], [S108]–[S111], [S113], [S118], [S126], [S127], [S149], [S150].

K nim patří tyto poznámky:

1.

Se sérií prací o fokálních konstrukcích kvadrik je J. Sobotka v české literatuře zcela ojedinělý. Zatímco tyto konstrukce pro kuželosečky byly objeveny už ve starověku, k jejich přenesení na plochy 3. stupně došlo až v 19. století. M. Chasles psal ve svém *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en Géométrie*, Bruxelles, 1837, v dodatku XXXI, v závěru § 1, že se mu nepodařilo nalézt prostorovou analogii k známým elementárním fokálním vlastnostem centrických kuželoseček:

> *Nou avon fait, pendant longtemps, des tentatives pour trouver quelque chose d'analogue dans les surfaces; mais sans obtenir aucun succès. Aussi désirons nous vivement que cette matière offre assez d'intérêt pour provoquer d'autres recherches. Nous avons bien quelques raisons de penser que le théorème que nous cherchions ne sera pas exprimable explicitement comme celui des coniques, parce qu'il dépendra d'une équation du troisième degré; mais nous n'en pensons pas moins qu'il y a là quelque chose à trouver, et que cet objet doit exciter l'intérêt et la curiosité des géomètres.*[1]

[1] Dlouho jsme zkoušeli nalézt něco podobného pro plochy; ale bez jakéhokoliv úspěchu. Velmi si přejeme, aby tato úloha budila dosti zájmu a vyvolala další vyšetřování. Máme sice jakýsi důvod k domněnce, že teorém, který hledáme, nebude možné vyjádřit explicitně jako při kuželosečkách, neboť závisí na rovnici třetího stupně; ale nicméně soudíme, že lze něco nalézt a tento předmět vyvolá zájem a zvědavost geometrů.

Chaslesovo přání se splnilo, dokonce předčasně: Jednu konstrukci kvadrik analogickou k vytvoření kuželoseček publikoval už v roce 1836 Mac Cullagh. Doplnil ji G. Salmon o šest let později. Jinou uveřejnil B. Amiot v roce 1845. Obě konstrukce byly analogiemi k známému vytvoření kuželosečky – už v době starověkého Řecka – vycházející z ohniska a řídící přímky. K mnohem později objevené konstrukci středové kuželosečky ze součtu či rozdílu průvodičů (zahradnická konstrukce elipsy) vytvořil analogii C. Jacobi.

Z jeho pozůstalosti ji uveřejnil a doplnil O. Hermes roku 1871, tedy až dvacet let po Jacobiově úmrtí. Ale nejužší – avšak nikoli jednoduchou analogii pro kvadriky k zahradnické konstrukci elipsy nalezl v 80. letech předminulého století O. Staude. Své výsledky později shrnul v knize *Focaleigenschaften der Flächen zweiter Ordnung*, Leipzig, 1896. O Staudeově konstrukci se zajímavě zmínil R. Courant ve své přednášce *Reminiscences from Hilbert's Göttingen*, The Mathematical Intelligencer 3(1981), č. 4. Její český překlad vyšel v Pokrocích matematiky, fyziky a astronomie 28(1983), str. 61–70. R. Courant vzpomíná (str. 67), jak D. Hilbert přiznal, že na něho stejně hluboce zapůsobila Cantorova obecná teorie množin jako Staudeho konstrukce kvadriky analogická k zahradnickému vytvoření elipsy. Pak R. Courant pokračuje:

> *Avšak vývoj matematické módy nedal Hilbertovi za pravdu. Zeptáte-li se dnes kteréhokoliv studenta, bude možná znát konstrukci elipsy pomocí provázku, ale zkonstruovat elipsoid bude umět tak jeden z pěti set a zcela správně možná jeden ze dvou tisíc studentů. Hilbert byl hluboce přesvědčen, že smysl matematiky je právě v tom, že obsahuje ve svém širokém spektru obě tyto tak vzdálené oblasti.*

Hilbertova a Courantova slova výstižně podtrhují význam Sobotkových prací. Vedou však též k otázce: Kolik českých studentů, ale i učitelů geometrie by dokázalo vytvořit trojosý elipsoid z elipsy prostorově konfokální s hyperbolou a provázku, který po nich klouže jsa svými konci upevněn v ohniscích?

O Jacobiově konstrukci jsem několikrát přednášel. Ve svých přednáškách jsem se též dotkl Staudeho konstrukce, ale pro složitost jejího odvození jsem ji mohl pouze popsat.

Bylo by třeba velmi přivítat, kdyby se Sobotkovy práce o konstrukcích kvadrik staly námětem hodnotné disertační práce.

2.

Sobotkovy studie o Apolloniově úloze – v rovině k daným třem kružnicím sestrojit čtvrtou, která se jich dotýká – už tak v české literatuře izolovány nejsou. Vystupují z ní však tím, že velmi jednají o prostorové verzi Apolloniova problému: K daným čtyřem kulovým plochám sestrojit pátou, která se jich dotýká. Je třeba zdůraznit, že Sobotkovy prostorové konstrukce nejsou pouhými analogiemi rovinného případu, ale velmi využívají možností, které se nabízejí až v prostoru, nikoliv už v rovině.

O více něž dvoutisícileté historii Apolloniova problému, přerušené celým středověkem, připravuji svazek pro edici Dějiny matematiky. V něm se ovšem dostane i na Sobotkovy práce.

3.

Rovněž Apollonius si poradil s touto geometrickou úlohou: Z bodu v rovině kuželosečky vést k ní normály. Rovnoosá hyperbola, s jejíž pomocí se zpravidla úkol řeší, se dodnes nazývá Apolloniova. Úloha po asi dvoutisícileté letargii oživla až v 19. století. Výjimkou, která zaslouží pozornosti, je P. de La Hire, který se úlohou zabýval v roce 1679, kdy pro úsečky pat normál sestavil rovnici 4. stupně. Zájem se dostavil až v 19. století, jakmile A. Legendre v roce 1825 vyšetřil počet normál z bodu a jejich realitu. Bohužel je téměř zapomenuto, že do této problematiky významně zasáhl v roce 1887 český rodák K. Pelc, když nalezl dvě přímky, pro jejichž body se obecně bikvadratický problém rozpadá na dvě kvadratické úlohy.

V připravovaném svazku edice Dějiny matematiky *Moji učitelé geometrie* píši o problému v části věnované knížce L. Seiferta: *Kubické a bikvadratické problémy*, sv. 60, edice Cesta k vědění, Praha, 1951.

4.

Sobotkova práce v deskriptivní geometrii vrcholí jeho knihou *Deskriptivní geometrie promítání parallelního*, Praha, 1906, XVIII + 643 stran. Kdyby tato učebnice byla vyšla i v překladu, byla by se mohla postavit vedle francouzských a německých knih, které o deskriptivní geometrii vycházely kolem přelomu 19. a 20. století.

Sobotkovu dílu věnuji v tomto svazku rozsáhlejší studii v následující kapitole. Také můj druhý příspěvek souvisí se Sobotkovou učebnicí. V ní je velmi důkladně probráno několik způsobů, jak ze sdružených průměrů elipsy sestrojit její osy. O těchto konstrukcích jedná můj druhý článek v páté kapitole.