

Grundlagen der Gruppoid- und Gruppentheorie

Inhaltsverzeichnis

In: Otakar Borůvka (author): Grundlagen der Gruppoid- und Gruppentheorie. (German). Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1960. pp. [VII]--XII.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/401492>

Terms of use:

© VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

INHALTSVERZEICHNIS

I. Mengen

§ 1. Grundbegriffe über Mengen

1. Begriff einer Menge	1
2. Bezeichnungen von Mengen	1
3. Weitere Begriffe	2
4. Untermenge und Obermenge	2
5. Summe von Mengen	3
6. Durchschnitt von Mengen. Inzidente und disjunkte Mengen	3
7. Folgen	4
8. Kartesisches Produkt von Mengen. Kartesische Potenzen	5
9. α -Mengengebilde	6
10. Übungsaufgaben	6

§ 2. Zerlegungen in Mengen

1. Zerlegung in einer Menge	6
2. Zerlegung auf einer Menge	7
3. Hülle und Durchdringung	7
4. Überdeckung und Verfeinerung einer Zerlegung	9
5. Ketten von Zerlegungen	9
6. Übungsaufgaben	11

§ 3. Zerlegungen auf Mengen

1. Bindungen in einer Zerlegung	12
2. Überdeckungen und Verfeinerungen von Zerlegungen auf Mengen	13
3. Gemeinsame Überdeckung und gemeinsame Verfeinerung zweier Zerlegungen	14
4. Die kleinste gemeinsame Überdeckung zweier Zerlegungen	14
5. Die größte gemeinsame Verfeinerung zweier Zerlegungen	17
6. Beziehungen zwischen der kleinsten gemeinsamen Überdeckung und der größten gemeinsamen Verfeinerung zweier Zerlegungen	19
7. Übungsaufgaben	19

§ 4. Spezielle Zerlegungen

1. Halbverknüpfte und verknüpfte Zerlegungen	20
2. Adjungierte Zerlegungen	22
3. Modulare Zerlegungen	24
4. Übungsaufgaben	25

§ 5. *Komplementäre Zerlegungen*

1. Der Begriff der komplementären Zerlegungen.....	26
2. Charakteristische Eigenschaften	27
3. Weitere Eigenschaften	27
4. Modularität	28
5. Lokale Eigenschaften	29
6. Übungsaufgaben	30

§ 6. *Abbildungen von Mengen*

1. Abbildung in eine Menge	31
2. Abbildung auf eine Menge	32
3. Schlichte Abbildungen	32
4. Inverse Abbildung. Äquivalente Mengen. Endliche geordnete Mengen ...	33
5. Die Abbildungszersetzung	34
6. Abbildungen von Mengen in und auf sich	34
7. Zusammensetzung von Abbildungen	34
8. Die Äquivalenzsätze	36
9. Abbildungen von Folgen und von α -Mengenengebilden	37
10. Übungsaufgaben	39

§ 7. *Abbildungen von Zerlegungen*

1. Erweiterte Abbildungen	41
2. Sätze über Abbildungen von Zerlegungen	42
3. Übungsaufgaben	44

§ 8. *Permutationen*

1. Definition	44
2. Beispiele von Permutationen	45
3. Anzahl der Permutationen	46
4. Eigenschaften der Permutationen	47
5. Erzeugung von Permutationen durch echte zyklische Permutationen ...	50
6. Methode zur Bestimmung der erzeugenden echten zyklischen Permutationen	51
7. Zusammensetzung von Permutationen	52
8. Übungsaufgaben	53

§ 9. *Mehrdeutige (allgemeine) Abbildungen*

1. Grundlegende Begriffe und Eigenschaften	54
2. Kongruenzen	55
3. Symmetrische Kongruenzen	* 56
4. Antisymmetrische Kongruenzen	57
5. Übungsaufgaben	58

§ 10. *Reihen von Zerlegungen auf Mengen*

1. Grundbegriffe	59
2. Lokale Ketten	60
3. Verfeinerungen von Reihen von Zerlegungen	61

4. Lokalkettengebilde	62
5. Kettenäquivalente Reihen von Zerlegungen	63
6. Halbverkettete und verkettete Reihen von Zerlegungen	64
7. Modulare Reihen von Zerlegungen	65
8. Komplementäre Reihen von Zerlegungen	68
9. Beispiel von gleichbasig verketteten Reihen von Zerlegungen	69
10. Zusammenhang mit der Abbildungstheorie	69
11. Bemerkungen über eine Anwendung der obigen Theorie auf dem Gebiet der wissenschaftlichen Klassifikationen	72
12. Übungsaufgaben	73

II. Gruppoide

§ 11. Multiplikation in Mengen

1. Grundbegriffe	75
2. Kommutative (abelsche) Multiplikation	75
3. Beispiele von Multiplikationen in Mengen	76
4. Multiplikationstabellen	76
5. Übungsaufgaben	78

§ 12. Grundbegriffe über Gruppoide

1. Definition	79
2. Weitere Grundbegriffe. Die Gruppoide \mathfrak{Z} , \mathfrak{Z}_n , \mathfrak{E}_n	79
3. Vertauschbare (kommutative) Teilmengen	80
4. Unter- und Obergruppe. Ideale	81
5. Weitere Begriffe	81
6. Durchschnitt von Untergruppoiden	82
7. Produkt einer endlichen Folge von Elementen	82
8. Produkt einer endlichen Folge von Teilmengen	84
9. Übungsaufgaben	84

§ 13. Homomorphe Abbildungen (Deformationen) von Gruppoiden

1. Definition	85
2. Beispiel einer Deformation	86
3. Eigenschaften von Deformationen	86
4. Isomorphe Abbildungen	87
5. Operatoren. Meromorphe und automorphe Abbildungen	88
6. Übungsaufgaben	88

§ 14. Erzeugende Zerlegungen

1. Grundbegriffe	89
2. Deformationszerlegung	89
3. Erzeugende Zerlegungen in Gruppoiden	90
4. Erzeugende Zerlegungen auf Gruppoiden	91
5. Übungsaufgaben	93

§ 15. <i>Faktoroid</i>	
1. Grundbegriffe	93
2. Beispiel eines Faktoroids	94
3. Faktoroid in Gruppoiden	94
4. Faktoroid auf Gruppoiden	97
5. α -Gruppoidgebilde	102
6. Übungsaufgaben	102
§ 16. <i>Deformationen von Faktoroiden</i>	
1. Die Isomorphiesätze	103
2. Erweiterte Deformationen	105
3. Deformationen von Gruppoidfolgen und von α -Gruppoidgebilden	106
4. Übungsaufgaben	109
§ 17. <i>Reihen von Faktoroiden</i>	
1. Grundbegriffe	110
2. Lokale Ketten	110
3. Lokalkettengruppoid	111
4. Kettenisomorphe Reihen von Faktoroiden	112
5. Halbverkettete und verkettete Reihen von Faktoroiden	113
6. Modulare und komplementäre Reihen von Faktoroiden	114
7. Übungsaufgaben	115
§ 18. <i>Spezielle Gruppoide</i>	
1. Assoziative Gruppoide (Halbgruppen)	115
2. Gruppoide mit Kürzungsregeln	118
3. Divisionsgrupoide	118
4. Gruppoide mit Einselement	120
5. Weitere ausgezeichnete Arten von Gruppoiden. Gruppen	120
6. Verbände	123
7. Übungsaufgaben	128
III. Gruppen	
§ 19. <i>Grundbegriffe der Gruppentheorie</i>	
1. Die Gruppenaxiome	131
2. Inverse Elemente. Die Inversion	131
3. Potenzen von Elementen	132
4. Untergruppen und Obergruppen	134
5. Durchschnitt und Produkt von Untergruppen	135
6. Bemerkungen über Multiplikationstabellen endlicher Gruppen	136
7. Übungsaufgaben	139
§ 20. <i>Nebenklassen in Gruppen</i>	
1. Definition	140
2. Eigenschaften der Nebenklassen	140
3. Übungsaufgaben	142

§ 21. Nebenklassenzerlegungen in Gruppen	
1. Der Begriff von Nebenklassenzerlegung auf Gruppen	142
2. Durchdringungen und Hüllen im Zusammenhang mit Nebenklassenzerlegungen	143
3. Überdeckungen und Verfeinerungen von Nebenklassenzerlegungen	145
4. Die größte gemeinsame Verfeinerung zweier Nebenklassenzerlegungen	145
5. Die kleinste gemeinsame Überdeckung zweier Nebenklassenzerlegungen	145
6. Komplementäre Nebenklassenzerlegungen	146
7. Beziehungen zwischen linksseitigen und rechtsseitigen Nebenklassenzerlegungen	147
8. Übungsaufgaben	148
§ 22. Folgerungen aus den Eigenschaften der Nebenklassenzerlegungen von Gruppen	
1. Der Satz von LAGRANGE	149
2. Beziehungen zwischen miteinander vertauschbaren Untergruppen einer Gruppe	150
3. Modulare Verbände von Untergruppen und von Nebenklassenzerlegungen einer Gruppe	151
4. Übungsaufgaben	153
§ 23. Spezielle Nebenklassenzerlegungen von Gruppen	
1. Halbverknüpfte und verknüpfte Nebenklassenzerlegungen	153
2. Der allgemeine Fünfgruppensatz	154
3. Adjungierte Nebenklassenzerlegungen	155
4. Reihen von Untergruppen	156
5. Übungsaufgaben	162
§ 24. Invariante Untergruppen (Normalteiler)	
1. Definition	163
2. Grundlegende Eigenschaften invarianter Untergruppen	163
3. Erzeugende Zerlegungen auf Gruppen	164
4. Eigenschaften der erzeugenden Zerlegungen auf Gruppen	167
5. Weitere Eigenschaften invarianter Untergruppen	167
6. Reihen von invarianten Untergruppen	169
7. Übungsaufgaben	170
§ 25. Faktorgruppen	
1. Definition	171
2. Faktoroide auf Gruppen	171
3. Eigenschaften der Faktorgruppen	171
4. Faktorgruppen in Gruppen	172
5. Weitere Eigenschaften der Faktorgruppen	173
6. Übungsaufgaben	175
§ 26. Deformationen und die Isomorphiesätze	
1. Deformationen von Gruppen	175
2. Der Satz von CAYLEY Realisierung abstrakter Gruppen	176

3. Die Isomorphiesätze für Gruppen	178
4. Deformationen von Faktorgruppen	180
5. Übungsaufgaben	181
§ 27. <i>Zyklische Gruppen</i>	
1. Definition	182
2. Ordnung einer zyklischen Gruppe	182
3. Untergruppen in zyklischen Gruppen	183
4. Erzeugende Elemente	184
5. Bestimmung aller zyklischen Gruppen	185
6. Der FERMATSche Satz für Gruppen	186
7. Erzeugung der Translationen auf endlichen Gruppen mit Hilfe echter zyklischer Permutationen	186
8. Übungsaufgaben	187
Literatur über Zerlegungen in Mengen und Äquivalenzen	188
Neuere Bücher über Gruppentheorie	193
Namen- und Sachverzeichnis	195