

# Otakar Borůvka a diferenciální rovnice

---

Seminář v letech 1951–1960

In: Petra Šarmanová (author): Otakar Borůvka a diferenciální rovnice. (Czech). Brno: Masarykova univerzita, Přírodovědecká fakulta, 1998. pp. 87--110.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/401475>

## Terms of use:

© Masarykova univerzita

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library*  
<http://project.dml.cz>

o Sturmových oscilačních větách, o lineárních operátorech a jejich použití v teorii Sturmovy rovnice a o vlastních funkcích Sturmova problému. Mimo to přednášel M. Novotný o svých výsledcích zobecňujících Weyrovu teorii charakteristických čísel matice, V. Richter o diferenciálních rovnicích v Banachově prostoru, M. Zlámal o oscilačních kritériích pro Sturmovu rovnici a F. Šik o vytvářejících rozkladech na kvasigrupách.

V tomto roce v rámci činnosti sekce pracovaly dva kroužky. První, pod vedením M. Zlámala, vypracoval kartotéku literatury o obyčejných diferenciálních rovnicích z let 1930 – 1945 obsahující asi 1000 položek. Druhý kroužek, pod vedením J. Škráška, studoval knihu G. Birkhoffa, *Lattice Theory*.

Rukopisy nových prací předložili: M. Novotný, Rozklady topologických prostorů; F. Šik, O vytvářejících rozkladech na kvasigrupách; M. Zlámal, Asymptotické vlastnosti řešení diferenciální rovnice 3. řádu. Kromě toho M. Zlámal publikoval práci *Oscillation Criteria* (Čas. pěst. mat. fyz. 75, 1950, 213–218).

V přehledu o publikační a vědecké činnosti za období do roku 1950 O. Borůvka uvádí:

*Pracuji na obsáhlé knize o diferenciálních rovnicích a v souvislosti s tím na některých dílčích problémech (spojitost peanovských funkcí, rozdělení konjugovaných čísel lineární dif. rovnice 2. řádu).*

## 4 Seminář v letech 1951 – 1960

Připomeňme, že na základě vládního nařízení z 20. 6. 1950 o nové organizaci vědeckého výzkumu a zřízení ústředních vědecko-výzkumných ústavů se stal Ústav pro matematiku při České akademii věd a umění základem nového Ústředního ústavu matematického (ÚÚM). Dále tedy spadá sekce pro klasickou analýzu pod ÚÚM. V rámci ÚÚM začala sekce pro klasickou analýzu pod vedením O. Borůvky plnit od 1. 1. 1951 výzkumný úkol s evidenčním číslem 01 s názvem *Studium obtížnějších kapitol o diferenciálních rovnicích*. Tento úkol, jenž přešel v průběhu roku 1951 pod Ministerstvo školství, věd a umění, byl k 31. 12. 1951 splněn a ukončen. V poznámce v plánovacím listu tohoto výzkumného úkolu se uvádí:

*Pokračování v úspěšné činnosti konané po 3 roky v rámci Matematického ústavu České akademie. Převzetí této činnosti je v zájmu zamezení duplicity a je nezbytným předpokladem žádoucí likvidace Matematického ústavu České akademie.*

Od roku 1952 začal O. Borůvka plnit v rámci své činnosti na Přírodovědecké fakultě MU dlouhodobý vědecko-výzkumný úkol z matematiky, zařazený do resortního plánu Ministerstva školství a kultury (MŠK) pod názvem *Studium speciálních vlastností diferenciálních rovnic obyčejných se zřetelem k aplikacím*. Tento úkol byl v roce 1952 a 1953 veden pod evidenčním číslem 01/16 a od roku 1954 pod číslem Ma-6.

V rámci reorganizace vědecko-výzkumných úkolů na léta 1961 – 1965 v souvislosti se zařazením matematiky do státního plánu vědecko-výzkumných prací ve III. pětiletce byl úkol Ma-6 pro příští léta z resortního plánu MŠK vyčleněn a další práce v tomto směru byly od 1. 1. 1961 pojety do státního plánu výzkumu. Vzhledem k tomu byl zmíněný resortní úkol Ma-6 ke dni 31. 12. 1960 ukončen.

O. Borůvka si byl od počátku vedení semináře vědom důležitosti oboru diferenciálních rovnic pro soudobou i budoucí matematiku a tím pro budoucí matematickou generaci.

*Diferenciální rovnice (obyčejné) jsou jedním z nejvýznamnějších oborů matematiky s hlediska aplikací ve fyzice a v technických problémech. Z obsáhlé látky, která v tomto směru přichází zvláště v úvahu, jsou to otázky týkající se dif. rovnic lineárních 2. řádu. Řada skvělých matematických teorií, na př. v souvislosti s okrajovými problémy 2. řádu nebo s proslulou Hillovou rovnicí, mají svůj původ právě v problémech fyzikálních nebo astronomických.*

*Je velmi žádoucí, aby náš vědecký dorost, ať již se zaměřením k průmyslu nebo k učitelské činnosti, byl s těmito otázkami a s příslušnými teoriemi dobře obeznámen. Toho nelze docílit již v době univerzitního studia, protože jde většinou o obtížnější kapitoly vyžadující širokých základů a k tomu čas v povinných přednáškách nestačí. Proto jsem považoval za potřebné studovati s naším vědeckým dorostem právě otázky tohoto druhu. Praktický význam tohoto úkolu vidím v rozšíření a v prohloubení odborných znalostí posluchačů, v usnadnění studia podobných otázek, s nimiž se v budoucnu setkají, a ve vzbuzení jejich zájmu o aplikace matematiky ve fyzice a v technických problémech. [Předávací protokol za rok 1951]*

Zpočátku se semináře konaly ve čtrnáctidenních intervalech a byly dvouhodinové. V pozdějších letech byly intervaly spíše třítydenní.

Ve schůzích nejčastěji přednášel O. Borůvka, ale nebyly výjimkou ani referáty ostatních členů semináře, kteří většinou přednášeli o svých vlastních vědeckých výsledcích. Po přednáškách vždy následovaly diskuse o probrané látce.

Schůzí se zúčastňovali především asistenti matematických ústavů brněnských vysokých škol. Z mimobrněnských se od počátku zúčastňovali M. Švec a M. Greguš z Bratislavy a M. Laitoch z Olomouce. Později začali dojíždět také V. Šeda z Bratislavy, B. Věchtová a J. Palát z Olomouce a K. Stach z Ostravy.

Více se o členech semináře dozvíme z následující tabulky, v níž jsou uvedeni ti členové semináře, kteří se v rozmezí let 1951 – 1960 zúčastnili přednášek více než pětkrát. U každého jména je zaznamenán počet účastí v semináři v daném roce. Údaje pro vytvoření tabulky jsou čerpány z prezenčních listin jednotlivých seminářů, jež jsou uloženy v archivu O. Borůvky. Pro úplnost poznamenejme, že chybí prezenční listiny ze seminářů konaných ve dnech 25. 4. 1952, 26. 11. 1957 a 23. 5. 1958.

Dále se v odstavcích 4.1 – 4.10 podrobněji zaměříme na činnost semináře v jednotlivých letech, konkrétněji v jednotlivých pololetích. Jak již bylo řečeno v úvodu k této části, zaměříme se především na tu činnost semináře, která souvisí s Borůvkovou teorií dispersí a transformací. Informace o obsahu seminářů jsou čerpány převážně ze zpráv o činnosti těchto seminářů. Také většina citací zde uvedených pochází z těchto zpráv. Jestliže citace vychází z jiného zdroje, tak je tento zdroj uveden.

Jméno	Rok (počet seminářů v daném roce)									
	1951 (17)	1952 (17)	1953 (14)	1954 (9)	1955 (8)	1956 (9)	1957 (9)	1958 (8)	1959 (8)	1960 (5)
Barot J.	5	11	6	4	7	4	1	1		
Bartoněk					7	6	2		3	1
Barvínek E.	1	5	9	5	5	7	5	7	6	4
Březina J.	6	1	4	1	2			1	1	
Cejpek J.			2	5						
Čermák J.	16	10	5	3	3	1				
Čulík K.			5	2						
Frank L.	13	11	10	6	2	1			1	
Greguš M.	5	11	9	9	7	8	4	7	4	4
Hustý Z.	3			1	6	7	7	7	5	2
Chrastina J.						4	7	4	4	5
Janová V.				2	4					
Krejzlík J.					6	6				
Kudláček V.	7		1							
Laitoch M.		4	12	6	4	4	2	4	4	1
Litzman O.	7	6								
Mastný E.	9									
Mikulík M.	9	7	8	4	6	3		1		
Neuman F.						3				4
Novotný M.	15	12	9	4			1			
Opluštil K.	2	8	2							
Peňáz J.	9	4								
Pichanová V.		6	5	2	6	7	4	7	7	3
Ráb M.	8	3	12	2	8	6	8	7	6	4
Radochová V.	7	12	4		8	7	5	6	5	2
Radochová – Řehůrková D.				2	8	6	6	2	7	4
Rozenský		1		1	5					
Sekanina M.				2	7	8	8	5	6	3
Stach K.								3	5	5
Šabacký J.	6		1							
Šantavá – Krohová S.	11	12	5	7	6	7	6	6	7	3
Šantavý I.		7	7	4						
Šeda V.						6	5	6	8	5
Šik F.	3	7	11				1			
Široký J.		16	11	3	7	5		1		
Škrášek J.	15	16	9	5	3	5		2	3	1
Švec M.	17	13	11	9	8	6	6	6	8	4
Vala J.	4	2								
Věchtová B.							1	2	3	
Vosmanský J.						5	4	2	5	4
Zlámal M.	2	7	11	7	8	5	6	6	7	3

## 4.1 Činnost semináře v roce 1951

### I. pololetí 1951:

V I. pololetí se konalo 12 schůzí semináře (23. 1., 20. 2., 27. 2., 14. 3., 27. 3., 18. 4., 2. 5., 15. 5., 5. 6., 12. 6., 21. 6., 28. 6.), jichž se průměrně zúčastňovalo 14 členů.

V semináři konaném dne 18. 4. přednášel M. Novotný o svých výsledcích o zaměnitelných zobrazeních. Jedná se o řešení problému konstrukce všech zobrazení na množině zaměnitelných s daným zobrazením. Tato látka s diferenciálními rovnicemi nesouvisí, avšak vzešla z rozhovorů a konzultací s O. Borůvkou.

Ve dnech 5. 6. a 12. 6. referoval L. Frank o některých výsledcích práce G. Sansone *Studi sulle equazioni differenziali lineari omogenee di terzo ordine nel campo reale* (Revista, 1948). Zejména probral normální tvar lineární homogenní diferenciální rovnice 3. řádu a tzv. první srovnávací a první oscilační větu.

Ve všech ostatních seminářích referoval O. Borůvka. Uvedme stručně hlavní témata přednášek:

1. Lineární operátory, zejména 2. řádu. Rozklad lineárních operátorů 2. řádu na operátory 1. řádu reálné a komplexní. (23. 1.)
2. Základní vlastnosti lineárních diferenciálních rovnic 2. řádu. Kanonický tvar řešení těchto rovnic a jeho derivace.

*Dále jsem odvodil několik (pravděpodobně nových) výsledků založených na tom, že hodnoty podílu dvou řešení lin. dif. rovnice 2. řádu v kořenech třetího řešení jsou stejné, a na obdobných větách o derivacích řešení. (20. 2.)*

3. Definice dispersí 1., 2., 3. a 4. druhu pro diferenciální rovnici

$$y'' - Q(x)y = 0. \quad (a)$$

Odvození vzorců pro derivace dispersí 1. a 2. druhu

$$\varphi'(x) = \frac{z^2(\varphi(x))}{z^2(x)}, \quad \psi'(x) = \frac{Q(x)}{Q(\psi(x))} \frac{z'^2(\psi(x))}{z'^2(x)},$$

kde  $z$  značí libovolné řešení rovnice (a), které v čísle  $x$  není nulové (pro první vzorec), příp. jehož derivace v čísle  $x$  není nulová (pro druhý vzorec).

Odvození diferenciální rovnice, kterou splňují disperse 1. druhu

$$\sqrt{|\varphi'|} \left( \frac{1}{\sqrt{|\varphi'|}} \right)'' + \varphi'^2 Q(\varphi) = Q(x). \quad (b)$$

Aplikace na případ, že disperse 1. druhu je lineární:  $\varphi(x) = x + \omega$ .

Poznámka o růstu dispersí, zejména třetího a čtvrtého druhu. (20. 2., 27. 2., 14. 3.)

4. Sturmův oscilační teorém pro diferenciální rovnici  $(Q(x, \lambda)y')' - Q(x, \lambda)y = 0$  a jeho zvláštní případ, kdy funkce  $Q$  závisí na  $\lambda$  lineárně. Dále byl vyložen pojem Sturmových a Sturm-Liouvilleových systémů a předvedeno řešení Sturmova okrajového problému ve zvláštním případě nulových okrajových hodnot řešení nebo jeho derivace. (27. 2., 14. 3., 2. 5., 15. 5., 21. 6., 28. 6.)

## II. pololetí 1951:

Ve II. pololetí bylo vykonáno 5 schůzí semináře (30. 10., 21. 11., 30. 11., 10. 12., 19. 12.), jichž se průměrně zúčastňovalo 10 členů.

Ve dnech 30. 11. a 10. 12. přednášel J. Čermák o základních vlastnostech systémů lineárních diferenciálních rovnic s periodickými koeficienty.

V ostatních seminářích přednášel O. Borůvka. Probral transformaci Sturm-Liouvilleova okrajového problému na tvar  $U'' + [\lambda^2 - B(x)]U = 0$ ;  $U'(0) - hU(0) = 0$ ,  $U'(\pi) + HU(\pi) = 0$ , asymptotické vyjádření vlastních hodnot a vlastních funkcí a řešení téhož problému v případě  $U(0) = 0$ ,  $U(\pi) = 0$ . Dále probral pojem Fourierových řad vzhledem k normovaným ortogonálním posloupnostem funkcí a Walshovy výsledky o ekvikonvergenci Fourierových řad, zejména pokud jde o řady vzhledem k normovaným ortogonálním posloupnostem vlastních funkcí a řady trigonometrické.

Rokem 1951 byl předložený úkol ukončen a podle plánu zcela splněn. Navíc proti plánu byly probrány nové výsledky z tzv. teorie dispersí. Uvedme citaci O. Borůvky z předávacího protokolu z roku 1951:

*Domnívám se, že jde o výsledky, které podstatně rozšiřují klasickou teorii dif. lineárních rovnic 2. řádu a podnítí vznik dalších prací zejména též v souvislosti s významnými speciálními dif. rovnicemi 2. řádu (Besselova dif. rovnice, Mathieuova dif. rovnice a j.). Řadu výsledků, k nimž jsem dospěl, jsem zatím v přednáškách neuvedl, protože je dále doplňuji a nevystačil bych s časem k splnění původního plánu.*

Publikační činnost členů semináře:

- M. Zlámal: *Asymptotic Properties of the Solutions of the Third Order Linear Differential Equations*. Publ. Fac. Sci. Univ. Masaryk, Brno, No 329, 1951, 159–167.

*Řada členů kolektivu pracovala na samostatných tématech (asistenti: J. Čermák, D. Jelínková, S. Krohová, O. Litzman, M. Mikulík, K. Opluštil). Některé z těchto prací jsou již ukončeny a byly předloženy na zdejší fakultě jako disertace (S. Krohová, Vlastnosti integrálů systému dvou diferenciálních lineárních rovnic 1. řádu; J. Čermák, O použití Weyrovy teorie matic k řešení homogenních systémů lineárních diferenciálních a diferenčních rovnic; O. Litzman, Diferenciální rovnice závislé na parametru a otázky o stabilitě integrálů; M. Mikulík, Svazy s metrikou; K. Opluštil, O-systémy). [Zpráva za III. čtvrtletí 1951]*

## 4.2 Činnost semináře v roce 1952

### I. pololetí 1952:

V I. pololetí bylo vykonáno 11 schůzí semináře (23. 1., 1. 2., 15. 2., 13. 3., 21. 3., 25. 4., 29. 4., 30. 5., 3. 6., 24. 6., 30. 6.), jichž se průměrně zúčastňovalo 12 členů.

Ve všech seminářích přednášel O. Borůvka. Uvedme stručně hlavní témata přednášek:

1. Oscilační kritéria pro diferenciální rovnice 2. řádu

$$y'' = Q(x)y \quad (a)$$

- (Sturmova porovnávací věta, kritéria Kneserova a Wintnerova). (23. 1., 1. 2.)
2. Studium extrémních hodnot oscilujících integrálů a jejich derivací rovnice (a) v případech různých předpokladů pro funkci  $Q$  ( $Q$  je ohraničená zápornými čísly,  $Q$  neroste,  $Q$  neklesá,  $Q$  je pro dosti velká  $x$  monotonní aj.). (15. 2.)
  3. Věta o ohraničenosti integrálů rovnice  $y'' = [Q(x) + \nu(x)]y$  a její aplikace. (13. 3.)
  4. Asymptotické vyjádření integrálů rovnice  $y'' = [-1 + Q(x)]y$  se zřetelem na použití v případě Besselových funkcí (Besselova diferenciální rovnice, přehled o základních vlastnostech Besselových funkcí  $J_n$  ( $n$  celé), transformace Besselovy diferenciální rovnice na normální tvar, asymptotické vzorce prvního a druhého řádu pro Besselovy funkce  $J_n(x)$ ,  $J'_n(x)$  ( $n$  celé) a základní vlastnosti těchto funkcí). (21. 3., 25. 4., 29. 4., 30. 5.)
  5. Asymptotické vlastnosti integrálů rovnice (a) v případě  $\lim_{x \rightarrow \infty} Q(x) = 0$ , v případě  $Q(x) > 0$ , v případě, že počáteční hodnoty  $y(x_0)$ ,  $y'(x_0)$  jsou téhož znaménka aj. (3. 6., 24. 6.)
  6. Předložení problému určení takových oscilatorických rovnic (a), jejichž integrály mají ekvidistantní kořeny.

*Diferenciální rovnice  $y'' = -m^2 \cdot y$ , v níž  $m$  značí kladnou konstantu, se vyznačuje tím, že dva sousední kořeny každého jejího integrálu mají vzdálenost  $\pi : m$ . Tuto vlastnost vyjadřujeme tím, že kořeny integrálů oné d. rovnice jsou ekvidistantní se vzdáleností  $\pi : m$ . Jest otázka, zda existují i jiné oscilující d. rovnice*

$$y'' = Q(x)y, \quad (a)$$

*jejichž kořeny jsou ekvidistantní a v případě, že existují, mají se určit všechny příslušné funkce  $Q$ .*

*Připusťme, že se d. rovnice (a) vyznačuje tím, že kořeny jejích integrálů jsou ekvidistantní se vzdáleností  $d$  ( $> 0$ ). Pak základní disperse prvního druhu je dána vzorcem:*

$$\varphi(x) = x + d$$

a z diferenciální rovnice dispersí prvního druhu

$$\sqrt{\varphi'}\left(\frac{1}{\sqrt{\varphi'}}\right)'' + \varphi'^2 Q(\varphi) = Q(x)$$

máme

$$Q(x+d) = Q(x),$$

takže funkce  $Q$  je periodická s periodou  $d$ .

O. Borůvka dále odvozuje tvrzení, že funkce  $Q$  se dá vyjádřit pomocí vhodných periodických funkcí  $Y_1, Y_2$ , majících periodu  $d$  a splňujících rovnici

$$Y_1 Y_2' - Y_2 Y_1' + \frac{\pi}{d}(Y_1^2 + Y_2^2) = d.$$

Jak uvádí O. Borůvka ve zprávě za rok 1952, nějaké předběžné výsledky v řešení tohoto problému předložil L. Frank. Zejména sestrojil na základě jiných úvah několik příkladů rovnice (a) s ekvidistantními kořeny integrálů. Jedním z jeho příkladů je rovnice

$$y'' = \frac{5 - 9 \sin^2 x}{1 + \sin^2 x} y,$$

kteřá má lineárně nezávislé integrály, jejichž každé dva sousední kořeny mají vzdálenost  $\pi$ .

## II. pololetí 1952:

Ve II. pololetí se konalo 6 schůzí semináře (21. 10., 30. 10., 27. 11., 1. 12., 5. 12., 12. 12.), jichž se průměrně zúčastňovalo 15 členů.

Ve všech seminářích přednášel O. Borůvka a nových výsledcích z teorie dispersí rovnice (a):

1. Řešení rovnic  $U^{(i)}(x)v^{(k)}(y) - V^{(i)}(x)u^{(k)}(y) = 0$ , přičemž  $U, V$  a  $u, v$  značí integrály rovnice (a) a indexy  $i, k (= 0, 1)$  řády derivací. (21. 10.)
2. Vlastnosti regulárních projektivností v systému integrálů rovnice (a). Základní čísla a intervaly. (30. 10.)
3. Definice dispersí, disperse 1. druhu přímé a nepřímé, vlastní a nevlastní, monotonie a spojitost dispersí (1. druhu) vlastních a nevlastních. Existence derivací, diferenciální rovnice dispersí 1. druhu. (27. 11., 1. 12.)
4. Vlastnosti vlastních dispersí:

Funkce  $y(\xi) : \sqrt{|\xi'|}$ , složená z libovolného integrálu  $y$  d. rovnice  $y'' = Q(x)y$  a z vlastní disperse  $\xi$ , jest opět integrálem oné d. rovnice.

Důkaz věty, že vlastní disperse tvoří spojitou grupu o 3 parametrech. Reprezentace této grupy a její struktura. (5. 12., 12. 12.)



Původní plán semináře na tento rok nebyl z důvodu zařazení nových výsledků z teorie dispersí zcela splněn. Citujme z předávacího protokolu za rok 1952:

*Probraná látka vyčerpává původní plán asi na 90%, avšak naproti tomu jej podstatně překračuje v jiném směru. V rámci tohoto výzkumného úkolu jsem našel mnoho nových výsledků, které jsem sepsal v práci s názvem: „O oscilujících integrálech diferenciálních lineárních rovnic 2. řádu“ a rukopis (56 stran) jsem předložil Ústřednímu ústavu matematickému v Praze. Podle mého mínění jde o podstatný přínos ke klasické teorii a o výsledky užitečné pro aplikace. Proto jsem považoval za účelné seznámit své spolupracovníky s nalezenými výsledky co nejdříve a upozornit je na možnosti dalších výzkumů v tomto směru. Skutečně již na tomto základě některé vědecké práce vznikly a připravují se k publikaci (Dr. Švec, Nové vlastnosti integrálů diferenciálních rovnic lineárních 4. řádu; Dr. Greguš, Aplikace teorie dispersí na řešení okrajových problémů 2. řádu). Vzhledem k zařazení těchto nových výkladů do plánu jsem považoval za účelné odložit do příštího roku původně plánované studium diferenciální rovnice Thomas-Fermiovy a rovnice Schrödingery (asi 1/10 celkového plánu).*

Publikační činnost členů semináře:

- M. Švec, *K problému jednoznačnosti integrálů systému lineárních diferenciálních rovnic*. Mat.-fyz. sborník SAV, 1952, 3–22.

Poznámka:

Kromě vědecko-výzkumného úkolu Ma-6 *Studium speciálních vlastností diferenciálních rovnic obyčejných se zřetelem k aplikacím* začal O. Borůvka pracovat také na úkolu *Příprava kritického vydání některých spisů Matyáše Lercha*. Tento úkol byl také plněn formou seminářů, jichž se zúčastňovali mnohdy stejní členové jako semináře o diferenciálních rovnicích. Jmenujme například J. Čermáka, V. Radochovou nebo L. Franka. Tento úkol byl splněn a definitivně ukončen v roce 1956 (viz činnost semináře v roce 1956).

### 4.3 Činnost semináře v roce 1953

#### I. pololetí 1953:

V I. pololetí bylo vykonáno 10 schůzí semináře (30. 1., 5. 2., 27. 2., 13. 3., 31. 3., 30. 4., 14. 5., 4. 6., 12. 6., 24. 6.), jichž se průměrně zúčastňovalo 12 členů.

Dne 12. 6. přednášel M. Zlámal o podmínkách postačujících k tomu, aby nelineární diferenciální rovnice

$$x'' + f(x)x' + g(x) = p(t),$$

v níž  $p$  značí periodickou funkci, měla jedno periodické řešení a všechna ostatní k němu konvergovala pro  $t \rightarrow \infty$ . Důkaz uvedl ve speciálním případě, kdy je funkce  $f(x)$  konstantní.

Ve všech ostatních seminářích přednášel O. Borůvka. Uvedme stručně hlavní témata přednášek:

1. Přehled o probrané části teorie dispersí 1. druhu rovnice

$$y'' = Q(x)y. \quad (a)$$

Studium diferenciální rovnice dispersí 1. druhu

$$\sqrt{|\xi'|} \left( \frac{1}{\sqrt{|\xi'|}} \right)'' + \xi'^2 Q(\xi) = Q(x). \quad (b)$$

Transformace rovnice (b) na symetrický tvar

$$Q(\xi)\xi'(x) + \frac{1}{4} \left( \frac{1}{\xi'(x)} \right)'' = Q(x)x'(\xi) + \frac{1}{4} \left( \frac{1}{x'(\xi)} \right)'' ,$$

přičemž  $x(\xi)$  je funkce inverzní k  $\xi(x)$  a argumenty  $x, \xi$  jsou vázány vztahy  $\xi = \xi(x)$ ,  $x = x(\xi)$ . Dále byla podána věta vyjadřující souvislost mezi řešeními rovnic (a) a (b) a důkaz věty o existenci integrálů rovnice (b). (30. 1., 5. 2.)

2. Explicitní vyjádření dispersí 1. druhu ve tvaru  $\xi(x) = \alpha^{-1}[A(x)]$ . Popis základních vlastností funkcí  $\alpha, \beta$ . Poznámky a náměty ke studiu funkcí  $\alpha, \beta$  a funkce  $\varphi = \alpha - \beta$ , například odvození integrální rovnice pro funkci  $\cotg\varphi(x)$ . (27. 2., 13. 3.)
3. Studium asymptotických vlastností integrálů rovnice (a) v případě, že pro  $k, \tau > 0$  a pro dosti velká  $x$  a  $t \in [x, x + \frac{k}{-Q(x)}]$  platí první a případně i druhá nerovnost:

$$\left| \frac{Q(t)}{Q(x)} - 1 \right| < \tau; \quad \left| \frac{Q'(t)}{Q'(x)} - 1 \right| < \tau.$$

Odvození mnoha nerovností, jež platí za výše uvedených předpokladů, například nerovnosti

$$\frac{\pi}{(1 + \tau)\sqrt{-Q(x)}} < \varphi(x) - x < \frac{\pi}{(1 - \tau)\sqrt{-Q(x)}},$$

přičemž  $\varphi$  značí základní centrální dispersi 1. druhu. (31. 3., 30. 4., 14. 5.)

4. Pojem hustoty posloupnosti intervalů; regulární konvergence funkce do  $\infty$ . Armelliniova věta o stabilitě integrálu  $y(x) = 0$  rovnice (a). (4. 6.)
5. Asymptotické vlastnosti integrálů nehomogenní lineární diferenciální rovnice 1. řádu v případě, že její koeficienty mají vlastní limity. Rozšíření výsledků na diferenciální rovnici  $n$ -tého řádu

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_n y = \varphi(x),$$

v níž  $a_1, \dots, a_n$  značí konstanty,  $a_n \neq 0$  a  $\varphi$  spojitou funkci mající pro  $x \rightarrow \infty$  vlastní limitu. (24. 6.)

## II. pololetí 1953:

Ve II. pololetí byly vykonány celkem 4 schůze semináře (21. 10., 4. 11., 25. 11., 16. 12.), jichž se průměrně zúčastňovalo 12 členů. Původně byly plánovány ještě dvě schůze, avšak nekonaly se jednak pro nemoc O. Borůvky a jednak proto, že byly na vysokých školách vyhlášeny dodatečně prázdniny.

Dne 25. 11. přednášel M. Švec o teorii dispersí integrálů diferenciální rovnice  $y^{(4)} + Q(x)y = 0$ . O. Borůvka k této práci poznamenává: *Dr. Švec našel důležité souvislosti mezi dif. rovnicí  $y^{(4)} + Q(x)y = 0$  a dif. lineárními rovnicemi 2. řádu. Pomocí těchto souvislostí zejména rozšířil moji teorii dispersí na dif. rovnici  $y^{(4)} + Q(x)y = 0$ .*

V ostatních seminářích přednášel O. Borůvka. Hlavním tématem bylo studium asymptotických vlastností integrálů systémů lineárních diferenciálních rovnic. Látka byla probírána podle Perronovy práce *Über lineare Differentialgleichungen, bei denen die unabhängig Variable reell ist. I., II.* (Journal für die reine und angewandte Mathematik, Bd. 142 (1913), Bd. 143 (1913)).

Publikační činnost členů semináře:

- O. Borůvka, *О колеблющихся интегралах дифференциальных линейных уравнений 2-ого порядка.* Czech. Math. J. 3 (78), 1953, 199–255.
- M. Zlámal, *Über die Eigenwertaufgabe bei der Differentialgleichung  $y^{(n)} + \lambda A(x)y = 0$ .* Publ. Fac. Sci. Univ. Masaryk, Brno, No 345, 1953.
- M. Zlámal, *Об одном критерии устойчивости Ляпунова.* Czech. Math. J. 3 (78) (1953), 257–264.
- M. Zlámal, *Asymptotische Eigenschaften der Lösungen linearer Differentialgleichungen.* Math. Nachrichten 10. Band, 1953, 169–174.

Poznámka:

V roce 1953 se O. Borůvka zúčastnil VIII. sjezdu polských matematiků ve Varšavě, kde přednesl referát s názvem *Propriétés nouvelles des intégrales des équations différentielles ordinaires linéaires du second ordre* (viz 7. kapitola *Zahraniční cesty a mezinárodní konference*).

#### 4.4 Činnost semináře v roce 1954

##### I. pololetí 1954:

V I. pololetí se konalo 7 schůzí semináře (17. 2., 3. 3., 17. 3., 31. 3., 4. 5., 20. 5., 23. 6.), jichž se průměrně zúčastňovalo 9 členů.

Hlavním tématem přednášek bylo pokračování ve studiu asymptotických vlastností integrálů systémů lineárních diferenciálních rovnic podle Perronovy práce v sv. 143 (1913) a dále studium některých vlastností nelineárních diferenciálních rovnic 2. řádu.

##### II. pololetí 1954:

Ve II. pololetí byly vykonány celkem 2 schůze semináře (25. 10., 8. 11.), jichž se průměrně zúčastňovalo 14 členů. Další schůze se z důvodu nemoci O. Borůvky nekonaly.

V těchto seminářích byly probírány vlastnosti nelineárních diferenciálních rovnic 2. řádu. Byla probrána věta o oddělování kořenů integrálů diferenciální rovnice  $f(x, y, y', y'') = 0$ , porovnávací teoremy, věty o jednoznačnosti a okrajové problémy pro diferenciální rovnici  $y'' = f(x, y, y')$ .

Publikační činnost členů semináře:

- M. Greguš, *Aplikácia disperzií na okrajový problém druhého rádu*. Mat.-fyz. Čas. SAV, 1 (1954), 27–37.
- M. Švec, *Über einige neue Eigenschaften der oszillatorischen Lösungen der linearen homogenen Differentialgleichung vierter Ordnung*. Czech. Math. J. 4 (79) (1954), 75–94.
- M. Zlámal, *Über die Stabilität der nichtlinearen erzwungenen Schwingungen*. Czech. Math. J. 4 (79) (1954), 95–103.

V souvislosti s plněním těchto úkolů vzniklo v posledním čase pod mým vedením několik vědeckých prací, které byly již předloženy k uveřejnění, zejména: *O rozšíření teorie dispersí na dif. lineární rovnice 4. řádu* (M. Švec), *O zobecnění Floquetovy teorie k určení tvaru integrálů dif. lineárních rovnic 2. řádu* (M. Laitoch), *O oscilačních kritériích pro dif. lineární rovnice 2. řádu* (M. Laitoch), *O splynutí n-tých centrálních dispersí 1. a 2. druhu příslušných k dif. rovnici  $y'' = Q(x)y$*  (M. Laitoch), *O kořenových vlastnostech integrálů systému dvou dif. lineárních rovnic 1. řádu* (S. Krohová-Šantavá), *O asymptotickém chování integrálů d. lineární rovnice 3. řádu* (M. Ráb). Mimo těchto hotových prací je několik pojednání mých spolupracovníků blízko ukončení.

Poznámky:

1. O. Borůvka proslovil referát na III. valném shromáždění ČSAV v Praze ve dnech 12. – 15. 4. 1954 s názvem *Teorie dispersí a její aplikace*. Referát obsahoval některé výsledky o dispersích z práce z roku 1953. Dále zde uvedl některé aplikace teorie dispersí týkající se řešení okrajových problémů 2. řádu, rozšíření Floquetovy metody k určení fundamentálního systému na diferenciální rovnice tvaru  $y'' = Q(x)y$ , a poukázal na pokrok v teorii lineárních diferenciálních rovnic 4. řádu v souvislosti se zmíněnou teorií.
2. V roce 1954 vyšla Borůvkova práce *Poznámka k použití Weyrovy teorie matic k integraci systémů diferenciálních lineárních rovnic s konstantními koeficienty*. (Čas. pěst. mat. fys. 79, 1954, 151–155).

*Práce se týká systému lineárních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty. Obvykle se v učebnicích tento případ řeší tak, že transformací se systém převede na nový, kde místo původní matice koeficientů vystupuje Weierstrassův kanonický tvar této matice. Vedle Weierstrassovy teorie matic existuje však Weyrova teorie. Prof. Borůvka ukazuje, jak lze na řešení systému lineárních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty aplikovat Weyrovu teorii. Tento způsob má tu výhodu, že vede k přehledným explicitním vzorcům pro integrály, vyjadřujícím algebraickou povahu problému. [A1]*

## 4.5 Činnost semináře v roce 1955

### I. pololetí 1955:

V I. pololetí se konalo celkem 5 schůzí semináře (28. 2., 14. 3., 28. 3., 14. 4., 25. 4.), jichž se průměrně zúčastňovalo 18 členů.

Ve všech seminářích přednášel O. Borůvka. V prvních dvou dokončil důkaz věty (Scorza-Dragoni) o řešení okrajového problému pro nelineární diferenciální rovnici  $y'' = f(x, y, y')$  a dále se věnoval novým výsledkům ve své teorii transformací.

*Hlavní tématem však bylo studium vlastností dif. lineárních rovnic 2. řádu v souvislosti s transformacemi integrálů. Obecná teorie transformace integrálů dif. lineárních rovnic 2. řádu vznikla před 120 lety (E. E. Kummer), avšak od té doby podstatně nepokročila. V novějších učebnicích o dif. rovnicích se neuvádí, pravděpodobně proto, že dosavadní teorie potřebuje revisi. V seminářích jsem probral hlavní rysy svojí teorie, která zejména obsahuje existenční teorémy a věty o unicitě „ve velkém“. Tato teorie umožňuje nový přístup ke studiu nulových a extrémních hodnot integrálů, asymptotických vlastností, okrajových problémů aj.*

Hlavní výsledky je možno shrnout do následujících bodů:

1. Jsou dány dvě diferenciální rovnice 2. řádu

$$(a) \quad y'' = q(t)y, \quad \ddot{Y} = Q(T)Y \quad (A),$$

jejichž koeficienty  $q, Q$  jsou spojité funkce v otevřených intervalech  $j, J$ . K těmto rovnicím přiřadíme dvě nelineární diferenciální rovnice 3. řádu

$$(b) \quad -\{X, t\} + Q(X)X'^2 = q(t), \quad -\{x, T\} + Q(x)\dot{x}^2 = Q(T). \quad (B)$$

Každá dvě čísla  $t \in j, T \in J$ , která jsou vzorem a obrazem v nějakém prostém zobrazení intervalu  $j$  na interval  $J$ , nazýváme *sdužená* (vzhledem k tomuto zobrazení).

*Když  $X$  je řešením dif. rovnice (b), definovaným v nějakém intervalu  $i \subset j$ , pak inverzní funkce  $x$ , definovaná v intervalu  $I = X(i) \subset J$ , je řešením dif. rovnice (B). Každá dvě vzájemně inverzní řešení  $X, x$  dif. rovnic (b), (B) splňují v každých dvou (vzhledem k tomuto zobrazení) sdužených číslech  $t, T$  rovnici:*

$$Q(X)X' + \frac{1}{4} \left( \frac{1}{X'} \right)'' = q(x)\dot{x} + \frac{1}{4} \left( \frac{1}{\dot{x}} \right)''.$$

2. Je-li  $U$  integrál rovnice (A) a  $X$  integrál rovnice (b), definovaný v intervalu  $i \subset j$ , pak funkce

$$u(t) = \frac{U(X(t))}{\sqrt{|X'(t)|}}$$

je integrálem rovnice (a), který je určen příslušnými cauchyovskými počátečními podmínkami. Analogicky pro opačnou transformaci.

Dále je uveden vztah mezi hodnotami integrálů  $u, U$  v každých dvou sdružených bodech  $t \in i, T \in I$

$$\frac{U(X)}{\sqrt[4]{|X'|}} = \frac{u(x)}{\sqrt[4]{|\dot{x}|}}$$

a vztah mezi hodnotami derivací  $u', U'$ .

3. Existenční věta o integrálech rovnic (b), (B) a věta o jednoznačnosti řešení.

*Vcelku lze říci, že o integrálech dif. rovnice (b) platí existenční theorem „ve velkém“ s cauchyovskými počátečními podmínkami a věta o unicítě. Jsou-li známa řešení dif. rovnice (a), (A), redukuje se integrace dif. rovnice (b) na integraci jediné dif. rovnice 1. řádu se separovanými proměnnými. Až na jisté jednoduché výjimky, existuje ke každým dvěma integrálům  $u, U$  dif. rovnic (a), (A), integrál  $X$  dif. rovnice (b), který je vzájemně transformuje podle vzorce*

$$u(t) = \frac{U(X(t))}{\sqrt{|X'(t)|}}.$$

## II. pololetí 1955:

Ve II. pololetí byly vykonány 3 schůze semináře (14. 11., 29. 11., 13. 12.), jichž se průměrně zúčastňovalo 18 členů.

Hlavním tématem bylo studium vlastností lineárních diferenciálních rovnic 2. řádu v souvislosti s transformacemi integrálů. Bylo pokračováno ve výkladu analytické části teorie transformací integrálů lineárních diferenciálních rovnic 2. řádu, jejíž základy byly předmětem studia v I. pololetí. Uvedme hlavní výsledky:

1. *Budiž  $i \subset j$  definiční interval nejširšího řešení<sup>6</sup>  $X$  splňujícího dané počáteční podmínky  $t_0, X_0, X'_0, X''_0$  a  $I \subset J$  interval jeho hodnot. Intervaly  $i, I$  se dají určit pomocí hodnot prvních fází  $\alpha, \mathcal{A}$  vhodných uspořádaných dvojic integrálů dif. rovnic (a), (A); obsahují též počet čísel konjugovaných s čísly  $t_0, X_0$  a sahají (v jistém smyslu) až ke koncům intervalů  $j, J$ . Současně platí explicitní vzorce vyjadřující v intervalech  $i, I$  řešení  $X$  a inverzní funkci  $x$ :*

$$X(t) = \mathcal{A}^{-1}(\alpha(t)), \quad x(T) = \alpha^{-1}(\mathcal{A}(T)).$$

2. *Dva dané integrály  $u, U$  dif. rovnic (a), (A) lze vždy vzájemně transformovat podle vzorců*

$$u(t) = \eta \frac{U(X(t))}{\sqrt{|X'(t)|}}, \quad U(T) = \eta \frac{u(x(T))}{\sqrt{|\dot{x}(T)|}},$$

*při čemž  $X$  značí vhodné nejširší řešení dif. rovnice (b),  $x$  funkci inverzní a  $\eta + 1$  nebo  $-1$ . Dokonce lze se širokou libovůlí předepsat počáteční hodnotu  $X_0$  nejširšího řešení  $X$ . Obecně jsou právě dvě taková nejširší řešení, jedno rostoucí a druhé klesající.*

3. Odvození transformací prvních derivací integrálů rovnic (a), (A).

<sup>6</sup>Pojem *nejširšího řešení* se zde užívá pro dnešní terminologii vyjádřený pojem *maximální řešení*.

Publikační činnost členů semináře:

- M. Greguš, *O niektorých vlastnostiach riešení lineárnej diferenciálnej rovnice homogénnej tretieho rádu*. Mat.-fyz. Čas. SAV, 5 (1955), 73–85.
- M. Greguš, *O niektorých nových vlastnostiach riešení diferenciálnej rovnice  $y''' + Qy' + Q'y = 0$* . Publ. Fac. Sci. Univ. Masaryk, Brno, No 365 (1955), 1–18.
- M. Laitoch, *Расширение метода Флоке для определения вида фундаментальной системы решений дифференциального уравнения второго порядка  $y'' = Q(x)y$* . Czech. Math. J. 5 (80) (1955), 164–174.
- M. Laitoch, *Sur une théorie des critères comparatifs sur l'oscillation des intégrales de l'équation différentielle  $u'' = P(x)u$* . Publ. Fac. Sci. Univ. Masaryk, Brno, No 365 (1955), 255–266.
- M. Ráb, *Oscilační vlastnosti integrálů diferenciální lineární rovnice 3. řádu*. Práce brněnské základny ČSAV, 27 (1955), 349–360.
- S. Šantavá, *Об основных свойствах интегралов систем двух дифференциальных уравнений первого порядка*. Publ. Fac. Sci. Univ. Masaryk, Brno, No 369 (1955), 1–21.
- J. Škrášek, *Fundamentální systém řešení zobecněné homogenní Eulerovy diferenciální rovnice  $n$ -tého řádu*. Práce brněnské základny ČSAV, 27 (1955), 361–367.
- M. Švec, *Sur les dispersions des intégrales de l'équation  $y^{(4)} + Q(x)y = 0$* . Czech. Math. J. 5 (80) (1955), 26–60.
- M. Zlámal, *Eine Bemerkung über die charakteristische Determinante einer Eigenwertaufgabe*. Czech. Math. J. 5 (80) (1955), 175–179.
- M. Zlámal, *Studium oscilačních a asymptotických vlastností řešení lineárních diferenciálních rovnic*. (Kandidátská práce, schválena 27. 4. 1955)

Poznámka:

V roce 1955 O. Borůvka vykonal přednáškový zájezd do Polska, kde proslovil několik referátů o teorii dispersí, teorii transformací, o jednoznačnosti řešení diferenciální rovnice  $y' = f(x, y)$  a o teorii grup (viz 7. kapitola *Zahraniční cesty a mezinárodní konference*).

V témže roce se také zúčastnil IV. sjezdu československých matematiků v Praze, kde proslovil sdělení na téma *Transformace integrálů diferenciálních lineárních rovnic 2. řádu*.

## 4.6 Činnost semináře v roce 1956

### I. pololetí 1956:

V I. pololetí se konalo 5 schůzí semináře (20. 3., 3. 4., 18. 4., 4. 5., 22. 5.), jichž se průměrně zúčastňovalo 13 členů.

Ve dnech 20. 3. a 3. 4. přednesl M. Greguš některé svoje výsledky týkající se vztahů mezi integrály lineární diferenciální rovnice 3. řádu a rovnice k ní adjungované a odvození lineární rovnice 3. řádu se všemi integrály oscilatorickými.

Ve dnech 3. 4. a 18. 4. přednesl M. Švec referát o článku G. Sansone (Ann. R. Scu. Norm. Sup., Pisa, (2), 11, 1942) v souvislosti se svými výsledky o lineárních diferenciálních rovnicích 4. řádu.

V dalších dvou seminářích pokračoval O. Borůvka v teorii transformací integrálů lineárních diferenciálních rovnic 2. řádu. Uvedl aplikace týkající se určení struktury koeficientu  $q(t)$  v diferenciální rovnici

$$y'' = q(t)y, \quad t \in j \quad (a)$$

ve všech případech, kdy je předepsán oscilatorický charakter integrálů.

*Jde o výsledky nové a definitivní, které byly též předmětem mojí přednášky v plenární schůzi konané v rámci sjezdu rumunských matematiků v Bukurešti t. r. Na př. platí tyto věty:*

1. Každý integrál dif. rovnice (a) má v intervalu  $j$  nejvýše jeden kořen tehdy a jen tehdy, když funkce  $q$  je zápornou schwarzovskou derivací nějaké funkce  $X$ , která v intervalu  $j$  roste a v daném čísle  $t_0 \in j$  splňuje relace  $X(t_0) = 0$ ,  $X'(t_0) = 1$ .
2. Integrály dif. rovnice (a) oscilují, t.j. mají v intervalu  $j$  nekonečně mnoho kořenů, když a jen když funkce  $q$  je tvaru  $q(t) = -\{X, t\} - X'^2(t)$ , přičemž funkce  $X$  roste od  $-\infty$  do  $+\infty$ .

*Další věty se týkají struktury funkce  $q$  v případech, že každý integrál dif. rovnice (a) má vpravo nebo vlevo od daného čísla  $t_0 \in j$  daný počet  $m$  nebo  $m + 1$  kořenů.*

## II. pololetí 1956:

Ve II. pololetí byly vykonány 4 schůze semináře (30. 10., 13. 11., 4. 12., 18. 12.), jichž se průměrně zúčastňovalo 19 členů.

Ve všech seminářích přednášel O. Borůvka.

Hlavním tématem bylo studium vlastností lineárních diferenciálních rovnic 2. řádu v souvislosti s teorií transformací integrálů. Především byly dokončeny aplikace této teorie na určení struktury (spojitého) koeficientu  $q(t)$  v rovnici (a) ve všech případech, kdy je předepsán oscilatorický charakter integrálů.

*Dalším předmětem studia byly úvahy směřující k určení topologických zobrazení dvou otevřených intervalů, která zachovávají konjugovaná čísla. Podrobněji řečeno jde o tento problém: Jsou dány dif. rovnice*

$$(a) \quad y'' = q(t)y, \quad Y'' = Q(T)Y \quad (A),$$

*v nichž  $q, Q$  jsou spojité funkce v otevřených intervalech  $j, J$ . Mají se určit topologická zobrazení intervalu  $j$  na interval  $J$  vyznačující se tím, že obrazy každých dvou konjugovaných čísel v intervalu  $j$  vzhledem k dif. rovnici (a) jsou konjugovaná čísla v intervalu  $J$  vzhledem k dif. rovnici (A). Řešení tohoto problému je v souvislosti s určením nejširších řešení dif. rovnice*

$$(b) \quad -\{X, t\} + Q(X)X'^2 = q(t),$$

*kteř jsou definována v intervalu  $j$  a jejichž hodnoty tvoří interval  $J$ .*



Řešení uvedeného problému vyžaduje řadu předběžných úvah o dif. rovnicích ( $a$ ), které jsou daného typu ( $m$ ) ( $m$  přirozené,  $\geq 2$ ), tj. které mají integrály s maximálním počtem  $m$  kořenů. O dif. rovnicích typu ( $m$ ) jsem zavedl několik nových pojmů, které jsou pro teorii těchto dif. rovnic nutné (např. pojem levého hlavního čísla, což je dolní hranice všech čísel v intervalu  $j$ , k nimž existují zleva konjugovaná čísla, pojem pravého hlavního čísla, pojem speciální dif. rovnice ( $a$ ), aj.) V našich schůzích byly studovány vlastnosti těchto pojmů, přičemž se podstatně uplatnily vlastnosti centrálních dispersí 1. druhu. Celkově lze říci, že v II. pololetí 1956 byly získány potřebné poznatky, aby bylo možno přistoupit k řešení uvedeného problému, což je v plánu naší práce pro příští rok.

Publikační činnost členů semináře:

- O. Borůvka, *Замечания к рецензии М. И. Еблшина моеой статви „О колеблющихся интегралах дифференциальных линейных уравнений 2-ого порядка“*. Czech. Math. J. 6 (81), 1956, 431–433.
- O. Borůvka, *Sur la transformation des intégrales des équations différentielles linéaires ordinaires du second ordre*. Ann. Mat. Pura Appl., S. IV, T. XLI, 1956, 325–342.
- M. Greguš, *Diferenciálna rovnica tretieho rádu tvaru  $y''' + 2Ay' + (A' + b)y = 0$  so všetkými integrálmi oscilatorickými*. Acta F. R. N. Univ. Comen. Math. 1 (1956), 41–47.
- M. Greguš, *O niektorých vzťahoch medzi integrálmi navzájom adjungovaných lineárnych diferenciálnych rovnic tretieho rádu a o jednom okrajovom probléme*. Acta F. R. N. Univ. Comen. Math. 1 (1956), 265–272.
- Z. Hustý, *O iteraci homogenních lineárních diferenciálních rovnic*. Sborník VŠZ Brno, 4, 1956, 1–16.
- M. Laitoch, *Совпадение центральных дисперсий 1-го и 2-го рода, соответствующих дифференциальному уравнению второго порядка  $y'' = Q(x)y$* . Czech. Math. J. 6 (81) (1956), 365–380.
- M. Laitoch, *Aplikace dispersí v oboru lineárních diferenciálních rovnic druhého řádu*. Čas. pěst. mat. 81, 1956, č.1, 111–112.
- M. Laitoch, *O jistých řešeních funkční rovnice  $F[\varphi(x)] - F(x) = 1$* . Čas. pěst. mat. 81 (1956), 420–425.
- M. Laitoch, *Aplikace teorie dispersí v oboru homogenních lineárních diferenciálních rovnic 2. řádu*. (Kandidátská práce, schválena 6. 6. 1956)
- M. Ráb, *Asymptotische Eigenschaften der Lösungen linearer Differentialgleichung dritter Ordnung*. Spisy přír. fak. MU, 374 (1956), 177–184.
- M. Ráb, *Asymptotické vlastnosti integrálů diferenciální rovnice 3. řádu*. Spisy přír. fak. MU, 379 (1956), 441–454.
- M. Švec, *Eine Eigenwertaufgabe der Differentialgleichung  $y^{(n)} + Q(x, \lambda)y = 0$* . Czech. Math. J. 6 (81) (1956), 46–71.
- M. Zlámal, *Über asymptotische Eigenschaften der Lösungen der linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung*. Czech. Math. J. 6 (81), 1956, 75–93.

Poznámky:

1. V roce 1956 vyšla Borůvkova práce *Über eine Verallgemeinerung der Eindeutigkeitsätze für Integrale der Differentialgleichung  $y' = f(x, y)$*  (Acta F. R. N. Univ. Comenianae, Mathematica, 1956, 155–167). V ní se O. Borůvka vrací k problematice, které se věnoval v prvních letech činnosti semináře i ve svých univerzitních přednáškách. Jde o otázku jednoznačnosti řešení rovnice  $y' = f(x, y)$  (nebo systému, značí-li  $y$  a  $f$  vektory). O. Borůvka nalézá velmi obecné kritérium, které zahrnuje v sobě řadu známých kritérií jako podmínku Montelovu, Peanovu, Bompianiho a Nagumovu. Ukázalo se také, že podmínka O. Borůvky je obecnější než známé kritérium Kamkeho uvedené v jeho knize *Differentialgleichungen reeller Funktionen*.
2. V tomto roce se O. Borůvka zúčastnil matematických sjezdů v Bukurešti a ve Vídni. V Bukurešti proslovil přednášku s názvem *Théorie analytique et constructive des transformations différentielles linéaires du 2<sup>nd</sup> ordre* a ve Vídni přednášel o výsledcích své nové práce *Über eine Verallgemeinerung der Eindeutigkeitsätze für Integrale der Differentialgleichung  $y' = f(x, y)$*  (viz 7. kapitola *Zahraniční cesty a mezinárodní konference*).
3. V roce 1956 ukončil O. Borůvka dlouhodobý úkol *Příprava kritického vydání některých spisů Matyáše Lercha*, který byl plněn od roku 1952 v rámci činnosti ÚÚM (později MÚ ČSAV, Matematické komise ČSAV) a MŠK.

Výsledkem splnění předloženého úkolu je článek L. Franka, *O životě Matyáše Lercha* (Čas. pěst. mat. 78 (1953), 119–137), stať J. Škráška, *Seznam prací prof. Matyáše Lercha* (Čas. pěst. mat. 78 (1953), 139–148) a obsáhlá souborná práce, která se skládá ze šesti článků, jež se týkají jednotlivých úseků Lerchovy činnosti v oboru matematické analýzy: J. Čermák, *Lerchův přínos k obecné teorii funkcí*; J. Čermák, *Lerchův příspěvek k teorii nekonečných řad*; O. Borůvka, *Dílo Matyáše Lercha v teorii funkce gamma*; V. Radochová, *Lerchův přínos k teorii funkcí eliptických*; V. Radochová, *Lerchův přínos k integrálnímu počtu*; L. Frank, *Spor Matyáše Lercha s Alfredem Pringsheimem*. Tato souborná práce vyšla pod názvem *Dílo Matyáše Lercha v oboru matematické analýzy* (Práce Brněnské základny ČSAV, XXIX (1957), 417–540).

## 4.7 Činnost semináře v roce 1957

### I. pololetí 1957:

V I. pololetí se konalo 5 schůzí semináře (9. 4., 23. 4., 14. 5., 21. 5., 18. 6.), jichž se průměrně zúčastňovalo 14 členů.

Dne 21. 5. přednášel host prof. A. Bielecki z Lublina o rovnicích paratingentních.

Ve dnech 9. 4. a 23. 4. přednášel V. Šeda o svých výsledcích, které se týkají přenesení teorie transformací integrálů lineárních diferenciálních rovnic 2. řádu do komplexního oboru. V podstatě jde o studium diferenciální rovnice  $- \{z, x\} + Q(z)z'^2 = q(x)$  za předpokladu, že  $Q, q$  jsou holomorfní funkce v jednoduše souvislých oblastech. Autorovy výsledky tvoří obsah jeho kandidátské práce, která byla v tomto roce předložena na Přírodovědecké fakultě MU.

Ve zbývajících dvou seminářích přednášel O. Borůvka o své teorii transformací. Pokračoval v řešení problému, který spočívá v určení topologických zobrazení dvou otevřených intervalů, která zachovávají konjugovaná čísla vzhledem k daným lineárním diferenciálním rovnicím 2. řádu.

*Řešení tohoto problému velmi úzce souvisí s vlastnostmi prvních fází uspořádaných dvojic integrálů dif. rovnice  $y'' = q(t)y$  (a). Pro první fáze jsem zavedl pojem tzv. okrajové charakteristiky, což jest uspořádaná trojice čísel  $(t, c_1, c_2)$ , která v jistém smyslu popisuje chování první fáze na koncích intervalu. Dokázal jsem, že každá uspořádaná trojice čísel, jejíž čísla vyhovují jistým podmínkám, jest okrajovou charakteristikou vhodné první fáze dif. rovnice (a). Tato věta má pro řešení výše zmíněného problému, které bude ukončeno v II. pololetí, základní důležitost.*

## II. pololetí 1957:

Ve II. pololetí byly vykonány 4 schůze semináře (26. 11., 3. 12., 10. 12., 17. 12.), jichž se průměrně zúčastňovalo 13 členů.

Schůze byly věnovány podání přehledu o nových výsledcích v oboru obyčejných lineárních diferenciálních rovnic, kterých v poslední době dosáhli účastníci semináře. Výsledky se týkají asymptotických vlastností rovnic 2. a 4. řádu a některých otázek v souvislosti s teorií transformací lineárních diferenciálních rovnic 2. řádu. Přednášeli:

M. Zlámal (26. 11.) o asymptotickém chování integrálů rovnice  $y'' + a(t)y' + y = 0$  v případě, že  $a(t) \rightarrow \infty$  pro  $t \rightarrow \infty$ .

E. Barvínek (3. 12.) o zaměnitelnosti dispersí a integrálů rovnice  $-\{X, t\} + Q_1(X)X'^2 = Q_2(t)$ .

M. Švec (10. 12.) o asymptotickém chování integrálů rovnice  $y^{(4)} + Q(t)y = 0$ .

M. Ráb (17. 12.) o asymptotických vlastnostech integrálů rovnice  $y'' + Q(t)y = 0$ .

Publikační činnost členů semináře:

- O. Borůvka, *Théorie analytique et constructive des transformations différentielles linéaires du second ordre*. Bulletin Math. de la Soc. Sci. Math. Phys. de la R. P. R. 1 (49), 1957, 125–130.
- M. Greguš, *O lineárnej diferenciálnej rovnici tretieho rádu s konštantnými koeficientami*. Acta F. R. N. Univ. Comen. Math. 2 (1957), 61–66.
- M. Greguš, *O некоторых новых краевых проблемах дифференциального уравнения третьего порядка*. Czech. Math. J. 7 (82) (1957), 41–47.
- M. Greguš, *Homogénny okrajový problém pre integrály lineárnej diferenciálnej rovnice tretieho rádu*. Acta F. R. N. Univ. Comen. Math. 2 (1957), 219–228.
- M. Greguš, *O některých vlastnostech řešení lineární diferenciální rovnice 3. řádu*. (Kandidátská práce, schválena 14. 6. 1957)
- M. Ráb, *Poznámka k otázce o oscilačních vlastnostech řešení diferenciální rovnice  $y'' + A(x)y = 0$* . Čas. pěst. mat. 82 (1957), 342–348.
- M. Ráb, *Oscilační a asymptotické vlastnosti integrálů lineární diferenciální rovnice 3. řádu*. (Kandidátská práce, schválena 27. 11. 1957)

- M. Šeda, *Transformácia integrálov obyčajných lineárnych diferenciálnych rovníc 2. rádu v komplexnom obore*. Acta F. R. N. Univ. Comen. 5–6, Math. (1957), 229–254.
- V. Šeda, *Transformácia integrálov obyčajných lineárnych diferenciálnych rovníc 2. rádu v komplexnom obore*. (Kandidátská práca, schválena 18. 12. 1957)
- M. Švec, *Sur une propriété des intégrales de l'équation  $y^{(n)} + Q(x)y = 0$ ,  $n = 3, 4$* . Czech. Math. J. 77 (82), 1957, 450–461.
- M. Švec, *O niektorých vlastnostiach integrálov diferenciálnych rovníc typu  $y^{(n)} + Q(xy) = Q''$* . (Kandidátská práca, schválena 27. 11. 1957)
- M. Zlámal, *Über die Differentialgleichung  $\dot{y} + y = \dot{y}^2$* . Czech. Math. J. 7 (82) (1957), 26–40.

Poznámka:

V tomto roce se O. Borůvka zúčastnil matematického sjezdu v Berlíně a konference Spolku německých matematiků v Drážďanech.

Matematický sjezd v Berlíně se konal 21. 3. 1957 při příležitosti 250. výročí narození L. Eulera. O. Borůvka, jež byl jediným delegátem z Československa, přednášel na téma *Matyáš Lerch jako pokračovatel klasiků v teorii funkce gamma*.

Konference Spolku německých matematiků (DMV) se konala ve dnech 9. – 14. září a z Československa se jí zúčastnilo šest delegátů. O. Borůvka zde proslovil příspěvek týkající se řad rozkladů na množinách a jejich aplikací *Über Reihen von Zerlegungen auf Mengen und einige Anwendungen derselben*.

## 4.8 Činnost semináře v roce 1958

### I. pololetí 1958:

V I. pololetí bylo vykonáno 5 schůzí semináře (18. 3., 1. 4., 15. 4., 6. 5., 23. 5.), jichž se průměrně zúčastňovalo 13 členů.

Schůze byly věnovány podání přehledu o nových výsledcích v oboru obyčejných lineárních diferenciálních rovnic, kterých v poslední době docílili účastníci semináře. Výsledky se týkají rovnic  $n$ -tého řádu a oscilačních vlastností rovnic 2. a 3. řádu. Přednášeli:

M. Greguš (18. 3.) o vlastnostech řešení lineární diferenciální rovnice 3. řádu  $y''' + 2A(x)y' + (A'(x) + b(x))y = 0$  v případě  $A(x) < 0$ .

Z. Hustý (1. 4. a 15. 4.) o lineárních diferenciálních rovnicích  $n$ -tého řádu. Vložil pojmy lineárních invariantů, iterované rovnice a iterovaných semiinvariantů rovnice  $n$ -tého řádu

$$y^{(n)} + \sum_{i=2}^n \binom{n}{i} A_i(x)y^{(n-i)} = 0,$$

uvedl jejich vzájemné souvislosti a oscilační vlastnosti integrálů iterované rovnice.

M. Ráb (6. 5. a 23. 5.) o kritériích pro oscilaci integrálů rovnice  $[p(x)y']' + q(x)y = 0$ .

## II. pololetí 1958:

Ve II. pololetí byly vykonány 3 schůze semináře (11. 11., 9. 12., 17. 12.), jichž se průměrně zúčastňovalo 17 členů.

V seminářích konaných ve dnech 11. 11. a 9. 12. přednášel M. Zlámal o svých výsledcích o smíšeném problému pro hyperbolické rovnice s malým parametrem.

Dne 17. 12. přednášel J. Kurzweil z MÚ ČSAV v Praze o své teorii zobecněných diferenciálních rovnic. Nastínil také některé problémy v souvislosti s dřívějšími výsledky docílenými v teorii dispersí.

Publikační činnost členů semináře:

- E. Barvínek, *O свойстве заменительности дисперсий и решений дифференциального уравнения  $\sqrt{(|X'|)}(1/\sqrt{|X'|})'' + q(X)X'^2 = Q(t)$* . Publ. Fac. Sci. Univ. Masaryk, Brno, No 393 (1958), 141–155.
- L. Frank, *O diferenciální rovnici  $y'' = Q(x)y$ , jejíž integrály mají ekvidistantní nulové body*. Sborník VUT v Brně, 1958, 91–96.
- M. Greguš, *Poznámka k oscilatorickým vlastnostiam řešení lineární diferenciální rovnice třetího řádu*. Acta F. R. N. Univ. Comen. Math. 3 (1958), 23–28.
- Z. Hustý, *O některých vlastnostech homogenní lineární diferenciální rovnice pátého řádu*. Sborník VŠZ Brno, 1, 1958, 1–20.
- Z. Hustý, *Asymptotické vlastnosti integrálů homogenní lineární diferenciální rovnice čtvrtého řádu*. Čas. přest. mat. 83 (1958), 60–69.
- Z. Hustý, *O některých vlastnostech homogenní lineární diferenciální rovnice čtvrtého řádu*. Čas. přest. mat. 83 (1958), 202–213.
- Z. Hustý, *Коллебателъные свойства однородного дифференциального уравнения четвертого порядка*. Czech. Math. J. 8 (83) (1958), 62–75.
- M. Ráb, *Über lineare Perturbation eines Systems von linearen Differentialgleichungen*. Czech. Math. J. 8 (83) (1958), 222–229.
- M. Ráb, *Asymptotische Eigenschaften der Lösungen der Differentialgleichung  $y'' + A(x)y = 0$* . Czech. Math. J. 8 (83) (1958), 513–519.
- M. Ráb, *O diferenciální rovnici  $y''' + 2A(x)y' + [A'(x) + w(x)]y = 0$* . Mat.-fyz. Čas. SAV, 2, 8 (1958), 115–122.
- M. Švec, *Sur le comportement asymptotique des intégrales de l'équation  $y^{(4)} + q(x)y = 0$* . Czech. Math. J. 8 (83), 1958, 243–244.

## 4.9 Činnost semináře v roce 1959

### I. pololetí 1959:

V I. pololetí bylo vykonáno 5 schůzí semináře (7. 4., 21. 4., 5. 5., 16. 6., 30. 6.), jichž se průměrně zúčastňovalo 14 členů.

V seminářích konaných ve dnech 7. 4. a 21. 4. přenášel J. Chrastina o geometrických metodách v teorii disperzí. Zabýval se otázkou určení všech lineárních diferenciálních rovnic 2. řádu  $y'' = q(t)y$  ( $-\infty < t < \infty$ ) se splývajícími centrálními dispersemi 3. a 4. druhu.

V ostatních seminářích přednášel O. Borůvka na téma *Úplné transformace lineárních diferenciálních rovnic 2. řádu*.

Zabýval jsem se tzv. úplnými transformacemi dif. lin. rovnic 2. řádu:

$$(a) \quad y'' = q(t)y, \quad Y'' = Q(T)Y \quad (A)$$

při čemž  $q, Q$  značí spojité funkce v nějakých otevřených intervalech  $j = (a, b)$ ,  $J = (A, B)$ . V podstatě jde o tento problém: Mají se nalézt nutné a dostatečné podmínky, aby nelineární dif. rovnice 3. řádu:

$$(b) \quad -\{X, t\} + Q(X)X'^2 = q(t), \quad -\{x, T\} + Q(x)\dot{x}^2 = Q(T) \quad (B)$$

měly úplná řešení a v případě, že tyto podmínky jsou splněny, mají se všechny úplné řešení určit. Úplným řešením dif. rovnice (b) nebo (B) se rozumí řešení definované v intervalu  $j$  popř.  $J$  a zobrazující tento interval na interval  $J$  popř.  $j$ . Přípravu k řešení tohoto problému jsem zčásti provedl již v letech 1956 a 1957. Letos jsem řešení ukončil, při čemž jsem se omezil na obecný případ, tj. na rovnice (a), (A) konečného typu s konjugovanými body. Výsledky svých úvah jsem předložil v květnu t. r. k uveřejnění v časopisu *Ann. di mat. pura ed appl.* v slavnostním svazku věnovaném prof. G. Sansoneovi.

## II. pololetí 1959:

Ve II. pololetí byly vykonány 3 schůze semináře (25. 11., 10. 12., 22. 12.), jichž se průměrně zúčastňovalo 21 členů.

Ve všech seminářích pokračoval O. Borůvka ve výkladu své teorie úplných transformací lineárních diferenciálních rovnic 2. řádu.

Nyní jsem ukázal, že všechna rostoucí a rovněž všechna klesající úplná řešení rovnice (b) procházejí jistými pevnými body a vyplňují obory skládající se z vnitřků několika obdélníků. Množina všech rostoucích a rovněž klesajících úplných řešení dif. rovnice (b) je ekvivalentní s množinou všech reálných kladných čísel a dá se uvést řada vlastností zobrazení realizujících tuto ekvivalenci. To pak vede k četným důsledkům umožňujícím popis struktury množiny úplných řešení dif. rovnice (b). V případě, že dif. rovnice (a), (A) splývají, tvoří úplná řešení dif. rovnice (b) jednoparametrickou abelovskou grupu. V těchto úvahách míním pokračovat v I. pololetí 1960.

Publikační činnost členů semináře:

Řada spolupracovníků se zabývala tématy z oboru dif. lin. rovnic 2. řádu a vyšších řádů v reálném a komplexním oboru. Odb. asist. J. Chrastina došel k významným výsledkům týkajícím se porovnání dosahu dvou velmi obecných kritérií jednoznačnosti dif. rovnice  $y' = f(x, y)$  (jedno z nich je obecné kritérium Kamkeovo, které se ukazuje jako slabší).

- E. Barvínek, *Aplikace teorie transformací diferenciálních rovnic 2. řádu*. (Kandidátská práce, schválena 18. 2. 1959)
- L. Frank, *Příspěvek k otázce jednoznačnosti řešení diferenciální rovnice  $y' = f(x, y)$* . Sborník VUT v Brně, 1959, 31–35.
- M. Greguš, *Poznámka o disperziích a transformáciích diferenciální rovnice třetího řádu*. Acta F. R. N. Univ. Comen. Math. 4 (1959), 205–211.
- M. Greguš, *Oscillatorische Eigenschaften der Lösungen der linearen Differentialgleichung dritter Ordnung  $y''' + 2Ay' + (A' + b)y = 0$ , wo  $A = A(x) \leq 0$  ist*. Czech. Math. J. 84 (1959), 416–428.
- Z. Hustý, *Homogenní lineární diferenciální rovnice vyšších řádů*. (Kandidátská práce, schválena 18. 2. 1959)
- Z. Hustý, *O ekvivalenci a iteraci homogenních lineárních diferenciálních rovnic*. Čas. pěst. mat. 84 (1959), 475–476.
- Z. Hustý, *Některé vlastnosti homogenní lineární diferenciální rovnice  $n$ -tého řádu*. Čas. pěst. mat. 84 (1959), 476–478.
- M. Laitoch, *O ortogonalitě řešení lineární diferenciální rovnice druhého řádu  $y'' = q(x)y$* . Sborník Vys. školy Pedagog. Olomouc, VI, 3 (1959), 7–22.
- M. Ráb, *Kriterien für die Oscillation der Lösungen der Differentialgleichung  $[p(x)y']' + q(x)y = 0$* . Čas. pěst. mat. 84 (1959), 335–370.
- S. Šantavá, *Transformace integrálů systému dvou diferenciálních lineárních rovnic 1. řádu*. Sbor. Voj. Akad. A. Z. Brno, 8 (50) (1959), 3–14.
- V. Šeda, *O niektorých vlastnostiach riešení diferenciálnej rovnice  $y'' = Q(x)y$ ,  $Q(x) \neq 0$  je celá funkcia*. Acta. F. R. N. Univ. Comeniana, Mathematica, 1959, 223–253.

Poznámka:

O. Borůvka se zúčastnil jako delegát ČSAV oslav, které upořádala Německá akademie věd v Berlíně na počest J. P. G. Lejeune-Dirichleta a proslovil při této příležitosti přednášku s názvem *Über einige Ergebnisse der Theorie der linearen Differentialtransformationen 2. Ordnung* (viz 7. kapitola *Zahraníční cesty a mezinárodní konference*).

#### 4.10 Činnost semináře v roce 1960

##### I. pololetí 1960:

V I. pololetí bylo vykonáno 5 schůzí semináře (6. 4., 20. 4., 4. 5., 16. 5., 30. 5.), jichž se průměrně zúčastňovalo 16 členů.

V prvním semináři dokončil O. Borůvka přednášky o teorii úplných transformací lineárních diferenciálních rovnic 2. řádu. Navázal na výsledky, které byly probrány ve II. pololetí 1959. V nich šlo o úplné transformace rovnic

$$(a) \quad y'' = q(t)y, \quad Y'' = Q(T)Y \quad (A)$$

za předpokladu, že rovnice (a), (A) jsou konečného typu ( $m$ ),  $m \geq 2$ , obecného druhu.

Nyní jsem popsal strukturu množiny  $\mathfrak{M}$  všech úplných rostoucích (klesajících) řešení dif. rovnice (b):

$$-\{X, t\} + Q(X)X'^2 = q(t). \quad (b)$$

Zejména jsem ukázal, že v množině  $\mathfrak{M}$  existují spočetné husté podmnožiny  $\mathfrak{M}^*$ , které se v případě ohraničenosti integrálů dif. rovnic (a), (A) vyznačují tím, že každé úplné řešení  $X \in \mathfrak{M}$  se dá s libovolnou přesností stejnoměrně aproximovat vhodným rostoucím (klesajícím) řešením z množiny  $\mathfrak{M}^*$ .

V dalších seminářích přednášeli o svých výsledcích tito členové:

M. Ráb (20. 4.) o asymptotických vzorcích pro řešení rovnice  $y'' + q(x)y = 0$ .

J. Chrastina (4. 5.) o vzájemném vztahu obecných kritérií K (Kamke) a B (Borůvka) pro lokální jednoznačnost řešení diferenciální rovnice  $y' = f(x, y)$ .

V. Šeda (16. 5.) o nulových bodech řešení rovnice  $v'' = G(z)v$  v komplexním oboru.

M. Švec (30. 5.) o asymptotických vzorcích pro řešení diferenciálních rovnic 3. a 4. řádu.

## II. pololetí 1960:

Ve II. pololetí se v souvislosti s reorganizací vědeckovýzkumných úkolů v oboru matematiky na léta 1961 – 1965 schůze semináře nekonaly.

Publikační činnost členů semináře:

- O. Borůvka, *Sur les transformations différentielles linéaires complètes du second ordre*. Ann. Mat. Pura Appl., XLIX, 1960, 229–252.
- J. Chrastina, *Speciální vlastnosti integrálních křivek některých diferenciálních rovnic*. (Kandidátská práce, schválena 24. 10. 1960)
- M. Laitoch, *О преобразованиях решений линейных дифференциальных уравнений*. Czech. Math. J. 10 (85) (1960), 258–270.
- M. Laitoch, *Über die Nullstellenanzahl der Lösungen der Differentialgleichung  $y'' = Q(t)y$* . Acta. Univ. Palackianae Olomucensis, 3 (1960), 5–9.
- M. Laitoch, *К проблеме ортогональных систем функций с весом*. Acta Univ. Palackianae Olomucensis, 3 (1960), 11–28.
- J. Mařík, M. Ráb, *Asymptotische Eigenschaften von Lösungen der Differentialgleichung  $y'' = A(x)y$  im nichtoszillatorischen Fall*. Czech. Math. J. 10 (85) (1960), 501–521.
- J. Moravčík, *Poznámka k transformácii riešení lineárnych diferenciálních rovnic*. Acta F. R. N. Univ. Comenianae, Math. 6, 1960, 327–339.
- M. Ráb, *O jistém zobecnění Sansonovy věty o neoscilaci integrálů diferenciální rovnice  $y''' + 2A(x)y' + [A'(x) + w(x)]y = 0$* . Mat.-fyz. Čas. 1, 10 (1960), 3–8.
- S. Šantavá – Krohová, *Transformace integrálů systémů dvou lineárních diferenciálních rovnic I. řádu*. (Kandidátská práce, schválena 24. 10. 1960)



Poznámka:

V srpnu 1960 se O. Borůvka zúčastnil II. Maďarského matematického sjezdu v Budapešti a v listopadu 1960 oslav 150. výročí založení Humboldtovy univerzity a 250. výročí založení Charité v Berlíně.

V Budapešti proslovil přednášku s názvem *Neuere Ergebnisse auf dem Gebiet der linearen Differentialgleichungen 2. Ordnung* a v Berlíně na matematickém sjezdu, jenž se konal v rámci výše zmíněných oslav proslovil přednášku *Über die Bedeutung und Anwendungen von Zerlegungen in Mengen in der Gruppoid- und Gruppentheorie* (viz 7. kapitola *Zahraniční cesty a mezinárodní konference*).

## 5 O vzniku transformační teorie (do roku 1960)

V úvodu celé práce jsme se zmínili o tom, že koncem války se mezi matematiky začínaly vést diskuse o zaměření a vývoji vědecké práce po válce. Těmito otázkami se zabývala především skupina pražských matematiků kolem F. Vyčichla, za nimiž se koncem války vypravil i O. Borůvka. Citujme jeho vlastní úvahy z [B17]:

*Tehdy nebyla vědecká činnost žádným způsobem řízena, odpovědnost za svou práci nesl každý profesor osobně, a já jsem neměl dobrý přehled o tom, jak to vcelku u nás vypadá a v jakém směru by měla vědecká práce v matematice u nás pokračovat.*

Poznamenejme, že před válkou se O. Borůvka zabýval kromě prvních prací z matematické analýzy a práce z teorie grafů hlavně diferenciální geometrií a později algebrou, teorií grup a grupoidů. Je možné, že mu tato témata připadala z jeho pohledu již vyčerpaná. K tomu jistě přispělo i to, že v oblasti algebry působil V. Kořínek, který sepisoval rozsáhlé *Základy algebry* a diferenciální geometrie měla také svého představitele, jímž byl Václav Hlavatý. I některá další témata byla zastoupena významnými matematiky jako byli V. Jarník, E. Čech, M. Kössler nebo M. Katětov. A tak O. Borůvka hledal nové téma svého budoucího vědeckého bádání.

*Mluvil jsem hlavně s profesorem, tehdy snad ještě docentem – to si nevzpomínám – Františkem Vyčichlem, kterého jsem si velice vážil. Věc jsme dokonale probrali a došli jsme zejména k závěru, že je naprosto nutné, aby se u nás začala pěstovat teorie diferenciálních rovnic, která je důležitá po stránce aplikační a která u nás byla před válkou dost zanedbávána. [B17]*

V části *Pedagogická činnost* byla hlavní pozornost věnována činnosti matematického semináře (pro studenty), neboť ho lze považovat za prvopočátek semináře pro studium diferenciálních rovnic.

Ve školním roce 1945/46 byla v tomto v semináři (pro studenty) probírána teorie grup podle knihy O. Borůvky *Úvod do teorie grup*. Ve školním roce 1946/47 zde byly probírány vybrané statě z teorie diferenciálních rovnic. V každém z těchto seminářů referoval některý z posluchačů na zadané téma, jímž byla nejčastěji určitá část z prací E. Kamkeho, G. Sansoneho nebo F. Montela. V roce 1947/48 byla probírána opět teorie grup a v roce 1948/49 teorie diferenciálních rovnic.

Od počátku školního roku 1948/49 začaly svoji činnost pod vedením O. Borůvky semináře sekce pro klasickou analýzu zaměřené výhradně na studium diferenciálních rovnic.