

Paradoxy nekonečna

Arnošt Kolman

Předmluva k českému vydání

In: Bernard Bolzano (author); Arnošt Kolman (other); Otakar Zich (translator); Václav Vilon (editor): Paradoxy nekonečna. (Czech). Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1963. pp. 5–[8].

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/400252>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

PŘEDMLUVA K ČESKÉMU VYDÁNÍ

Konečně se zásluhou prof. dr. Otakara Zicha, jenž pořídil překlad a vědecký komentář tohoto spisu, dostává do rukou našich čtenářů jedno z nejnámennějších filosoficky-matematických děl velikého pražského myslitele Bernarda Bolzana. Prvé (německé) vydání vyšlo v Lipsku 1851, tedy tři roky po Bolzanově smrti, druhé v Berlíně 1889, další (ruské) v Oděse 1911, třetí německé, s poznámkami matematika Hahna, v Lipsku 1920, a posléze anglické v Londýně 1950.

Přesto, že od sepsání „Paradoxů nekonečna“ uběhlo 115 let, jež byly roky bouřlivého, revolučního vývoje matematiky a logiky, přesto, že filosofické východisko Bolzanovo bylo mylné, jeho dílo nepatří k těm, jež mají dnes pouze historickou cenu, nýbrž je stále ještě živé, aktuální, podnětné. Navíc, bez jakékoliv nadsázky můžeme tvrdit, že nakolik mnohé v „Paradoxech“ s odstupem času ztratilo svůj význam, jiné zase teprve dnes se nám jeví ve své pravé hloubce.

Bolzano, jehož veškeré matematické a logické spisy byly zaměřeny na odstranění psychologicky-subjektivních a hrubě smyslově názorných prvků z těchto věd, chtěl v „Paradoxech“ ujasnit a ospravedlnit pojem nekonečna, zejména matematického nekonečna, dokázat, že vlastně žádné paradoxy nekonečna neexistují. Ovšem, když Bolzano vyvrací názory subjektivistických odpůrců nekonečna, vychází sám z objektivně idealistických pozic. Tak, když dokazuje, že jeho definice nekonečna neobsahuje rozpory, uvádí, že skutečně existují objekty, jež této definici vyhovují, jsou to však objekty ideální, jako „množina pravd o sobě“, „množina čísel“ atd., nemluvě již o „atributech božích“.

Moderní vědecký přístup k pojmu matematického nekonečna, vědomě či nevědomě materialisticko-dialektický, uznává, že stejně jako jiné matematické pojmy i tento pojem vyvěrá z materiální praxe lidstva, že je abstrakcí — přičemž extrapolační abstrakcí — která v zjednodušeném a zevšeobecněném obraze odráží jisté stránky skutečného světa. Proto je matematické nekonečno — nejen potenciální, ale též aktuální — stejně oprávněný pojem jako například je oprávněný pojem „jednotky“ přesto, že tento pojem předpokládá existenci absolutně stejných objektů, což v materiálním světě uskutečněno není. Avšak z téhož důvodu je matematické nekonečno — a to nejen aktuální, ale i potenciální — „neoprávněné“, to znamená má pouze omezenou, dočasnou platnost, je vlastně substitutem pro „neurčité ohromně velké (nebo ohromně malé)“. Gigantické úspěchy jichž dosáhla matematika, a jejím prostřednictvím přírodní vědy a technika, fascinují nás natolik, že nám zastírají tuto skutečnost. Avšak vývoj matematiky, která po smrti Bolzana

završila etapu „proměnných vztahů“ a z poloviny našeho století vešla do etapy „strojové matematiky“ je zaměřen na překonání nekonečna, na utvrzení finitních metod.

Největší zásluhou Bolzanových „Paradoxů“ je stanovení nutné a postačující charakteristiky nekonečných množin; totiž pro ně a jedině pro ně vždy platí, že vlastní podmnožina může být ekvivalentní samé množině, jinak řečeno, pro nekonečné množiny neplatí, že „celek je větší než jeho část“. Ačkoliv Bolzano nevyjádřil tuto základní ideu v podobě definice nekonečné množiny (což učinil 40 let po něm Dedekind), postihl ji zcela se vši jasností a zřetelností jako první po Galileovi, jenž 1638 na ni obrátil pozornost. Tato základní vlastnost nekonečných množin má nejen matematické, ale i závažné logické důsledky. Protože elementární (čili formální) logika je logika konečných objektů, nemohou její zákony být obecně aplikovány na nekonečné množiny. To platí obzvláště o zákonu vyloučeného třetího, neboť ten — jak se to dá názorně vidět pomocí Eulerova diagramu — mlčky předpokládá platnost zásady „celek je větší než jeho část“. Jak známo, postupně se tento nesoulad projevil v matematických a logických antinomiích.

V „Paradoxech“, o čemž se čtenář sám přesvědčí, Bolzano se úspěšně zabývá potenciálním nekonečnem, jež v matematice vystupuje v podobě diferenciálů a nekonečných řad, tím nekonečnem, jehož se matematika vlastně zbavuje pomocí pojmu limity (a v antické matematice pomocí procesu vyčerpání). Zde jsou Bolzanovy úvahy i z dnešního hlediska vcelku přijatelné. Pokud jde o aktuální nekonečno, to znamená nekonečno chápáné nikoli jako neomezený proces, jak je tomu, když uvažujeme o nekonečnu potenciálním, nýbrž jako hotový, ustavivší se výsledek tohoto procesu, nepodařilo se Bolzanovi zachovat tu logickou strohost, kterou sám požadoval. Teprve 30 let poté, když v Liběchově u Mělníka, vyštvaný do samoty a chřadnoucí smrtelnou chorobou, Bolzano sepsal své „Paradoxy“, profesor university v Halle Georg Cantor soustavně rozpracoval teorii aktuálního nekonečna, dodal těm pojmům, které Bolzano geniálně vytušil, k nimž došel, aniž byl s to je přesně zformulovat, — jako mohutnost množiny, kvantita prvků nekonečné množiny, transfinitní čísla, kontinuum, — pro svou dobu logicky dokonalé a ucelené vyjádření, což ovšem nemohlo zabránit tomu, že v jejich základech zůstaly skryty hluboké rozpornosti.

V Zichových poznámkách k „Paradoxům“ čtenář najde nejen vysvětlení obtížnějších míst a upozornění na omyly, jichž se Bolzano dopustil, nýbrž i poukazy na spojitosti s dnešním stavem matematického a logického myšlení, jakož i na gnoseologickou problematiku.

Bolzanovo „skvělé a obsažné dílo“ (tak ho hodnotil Cantor v pojednání „Ueber unendliche lineare Puktmannigfaltigkeiten“, Math. Ann., sv. XXI, str. 560, 1883) patří k těm klasickým spisům, které se nečtou, nýbrž studují, které znovu a znovu dávají popud k plodným myšlenkám, mnohonásobně tím uhrazující úsilí, potřebné pro jich pochopení. Doufáme, že tím, že se „Paradoxy nekonečna“ staly v českém překladě přístupnými pro širší vrstvy čtenářů, kteří mají zájem o otázku filosofie,

matematiky a logiky, přispějí k tomu, aby matematické a logické myšlení se u nás šířilo a upevnilo. Bude to na prospěch budování socialismu v naší vlasti, a v intencích osvíceného vlastence a utopického socialisty Bernarda Bolzano.

Praha, 21. září 1962.

akademik Arnošt Kolman

