

# Učitel matematiky

---

František Kuřina

Heronův vzorec a kosinová věta

*Učitel matematiky*, Vol. 6 (1998), No. 1, 16–17

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/151333>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1998

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## HERONŮV VZOREC A KOSINOVÁ VĚTA

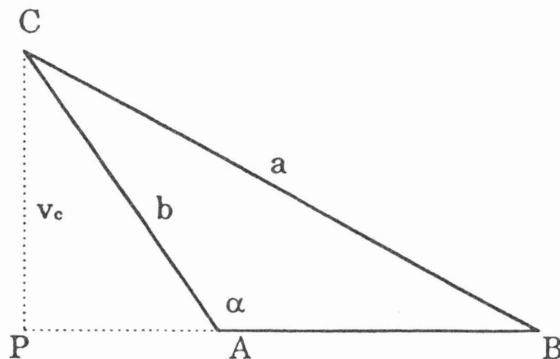
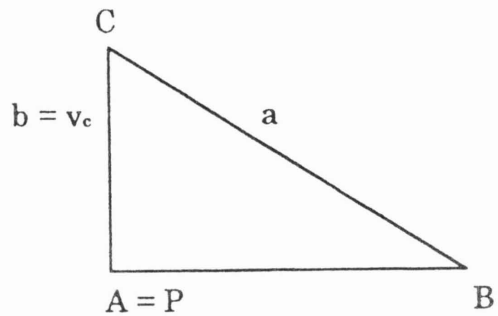
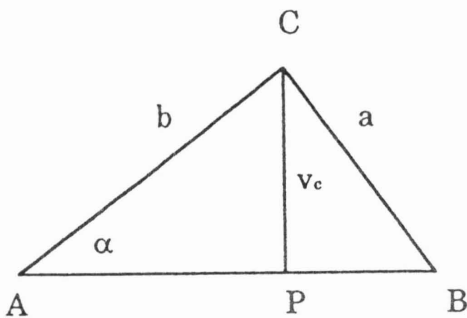
Caldovská inspirace

FRANTIŠEK KUŘINA

Zdá se mi, že následující odvození Heronova vzorce nezabere příliš mnoho času a navíc je lze považovat za úlohu, kterou se procvičuje pouze kosinová věta a úpravy algebraických výrazů. Máme-li vypočítat obsah trojúhelníku se stranami  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , můžeme vyjít ze vzorce

$$S = \frac{1}{2} c \cdot v_c .$$

Podarí-li se nám vyjádřit výšku  $v_c$  pomocí délek stran  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , bude úloha vyřešena.



Z kosinové věty vypočítáme (v označení podle obrázku)

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} .$$

Z obrázků dále vidíme, že platí  $v_c = b \cdot \sin \alpha$  . Dosadíme-li do tohoto vztahu

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left( \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right)^2} ,$$

dostáváme

$$v_c = \frac{1}{2c} \cdot \sqrt{(2bc)^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2} .$$

Tento výsledek můžeme upravit na tvar

$$v_c = \frac{1}{2c} \cdot \sqrt{(a + b + c) \cdot (a + b - c) \cdot (b + c - a) \cdot (a + c - b)} ,$$

z něhož již bezprostředně plyne

$$S = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)} ,$$

kde

$$s = \frac{1}{2} (a + b + c) .$$

Závěrem si ještě dovolím krátkou poznámku týkající se dalších možných odvození Heronova vzorce.

Uvedené řešení bylo poněkud pracné v úpravách algebraických výrazů, ale nevyžadovalo žádnou hlubší teorii ani umělý obrat. Jiné způsoby odvození Heronova vzorce mohou být méně pracné, ale zato vyžadují „dobré“ nápady.

Kdo ze čtenářů zná nějaké takové odvození?

#### LITERATURA

- [1] Calda, E.: *Heronův vzorec a kosinová věta*, Učitel matematiky 5(1997), 157–159.