Rozhledy matematicko-fyzikální

Matyáš Pokorný

Měření Machova čísla v okrajovém plazmatu tokamaku GOLEM

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 97 (2022), No. 3, 37–44

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/151282

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2022

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://dml.cz

Měření Machova čísla v okrajovém plazmatu tokamaku GOLEM

Matyáš Pokorný, Gymnázium Jana Nerudy, Praha

Abstrakt. Článek vychází z práce SOČ ročníku 2022 z oboru č.2 Fyzika, která byla provedena na tokamaku GOLEM FJFI ČVUT. Jeho cílem je čtenáři představit problematiku sondového měření okrajového plazmatu a přiblížit, jakým způsobem je možné jej zkoumat pomocí Machova čísla. Představené metody jsou poté demonstrovány vlastním experimentem.

1. Termojaderná fúze a tokamaky

Termojaderná fúze (TF) je fyzikální proces, při kterém se za vysoké teploty slučují jádra lehčích prvků na těžší za uvolňování velkého množství energie, což je proces opačný jadernému štěpení. Hmotnost vzniklého jádra je menší než celková hmotnost sloučených jader a tento rozdíl v hmotnosti je uvolněn jako energie podle známého vztahu $\Delta E = \Delta m c^2$. Pro navození tohoto procesu se momentálně plánuje využít reakce mezi jádrem deuteria a tritia, tj. deuteronem a tritonem:

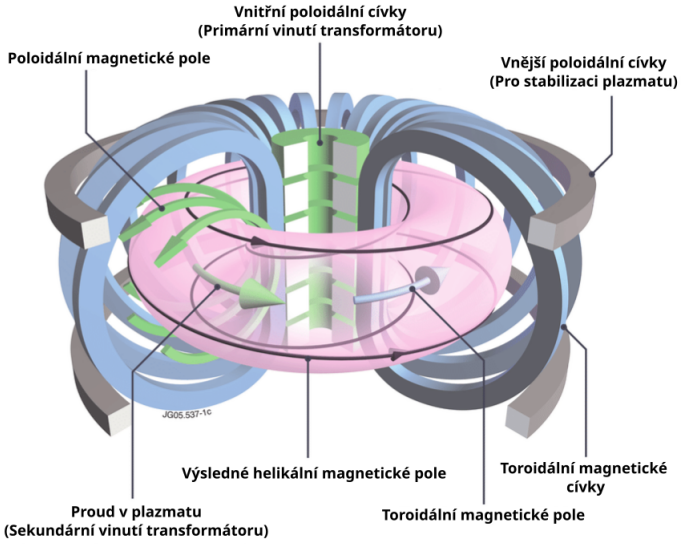
$$ {}^{2}_{1}\mathrm{D} + {}^{3}_{1}\mathrm{T} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} + 17,59\ \mathrm{MeV}. $$

Tritium ${}^{3}_{1}\mathrm{T}$ je možné tvořit přímo při TF pomocí uvolněných neutronů ${}^{1}_{0}\mathrm{n}$ a lithia a deuterium ${}^{2}_{1}\mathrm{D}$ se vyskytuje přírodně v oceánech.[1)] Paliva pro tuto reakci je na Zemi tedy dostatek. Produktem reakce je prostředí neškodné helium, neutron a 17,59 MeV energie ($1\ \mathrm{eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J). Energie uvolněná s ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ udržuje chod reakce a energie ${}^{1}_{0}\mathrm{n}$ je zpracovaná pro distribuci.

TF tedy poskytuje efektivní zdroj energie, který je udržitelný, jeho palivo je dostupné a odpadní látky prakticky neškodné. Problém TF je ten, že je velice obtížné jí dosáhnout (a udržet) v takových podmínkách, že energii produkuje, nikoli spotřebovává. Za pozemských podmínek musí být teplota látek vstupujících do reakce $T \approx 160 \cdot 10^6$ K, aby reakce produkovala energii a jakákoliv látka je při této teplotě v plazmatickém skupenství. Nejslibnější cestou k vytvoření, zažehnutí a udržení zažehnutého plazmatu pro TF se zdá být využití tzv. tokamaku.

[1)] V poměru atom deuteria ku atomu lehkého vodíku 1 : 6420.

Plazma v tokamaku můžeme popsat jako ionizovaný plyn. Částice mezi sebou nemají žádné nebo velmi slabé vazby, ale na rozdíl od plynu se v plazmatu nepohybují atomy či molekuly, ale ionty a elektrony. Tokamak pro spoutání plazmatu využívá magnetických cívek, jelikož ionty a elektrony jsou elektricky nabité částice. Jeho hlavními komponentami jsou toroidální komora, transformátorové jádro, centrální cívka a cívky toroidálního a poloidálního magnetického pole. Plazma je zažehnuto v komoře, kde je ohříváno pomocí elektrického proudu indukovaného centrální cívkou a udrženo magnetickým polem ve tvaru šroubovice. Tokamak je schématicky zobrazen na obr. 1.



Obr. 1: Schéma magnetického systému tokamaku

2. Sondové měření okrajového plazmatu

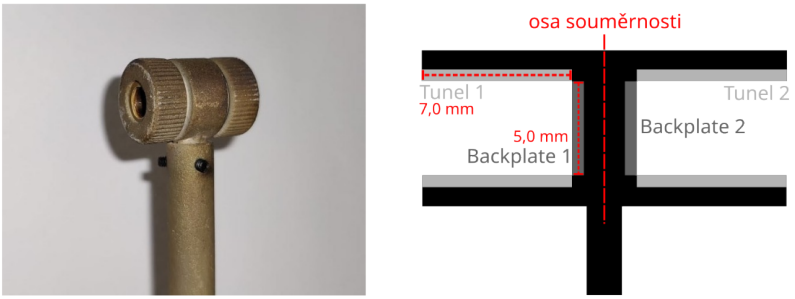
Zkoumat, jakým způsobem se při výboji[2)] chová plazma, můžeme různými způsoby a my se konkrétně zaměříme na zkoumání okrajového plazmatu pomocí elektrických sond. Sonda je relativně malý vodivý předmět, který se v průběhu výboje nachází na okraji plazmatu. Podle proudu částic, který na sondu dopadá v průběhu výboje, můžeme zjistit mnoho o charakteru plazmatu.

[2)] Výbojem nazýváme navození a udržení plazmatu v tokamaku.

Konkrétním využitím sond je zkoumání tvoření a rychlosti vírů či jiných toků částic v okrajovém plazmatu. Takovýto výzkum je důležitý, jelikož rychlost rotace plazmatu napomáhá jeho stabilitě a víry „trhají“ různé nežádoucí plazmatické struktury, jako např. turbulence. Pro zkoumání rychlosti toků částic v okrajovém plazmatu můžeme využít tzv. dvojité tunelové sondy, se kterou se nyní seznámíme.

2.1 Dvojitá tunelová sonda

Dvojitá tunelová sonda obsahuje čtyři elektrody, dvě elektrody „tunel“ (TN) a dvě elektrody „backplate“ (BP). Je osově symetrická a na každé její straně se v dutině nachází elektroda TN a BP. Všechny elektrody jsou od sebe vzájemně izolovány. Samotná sonda je zobrazena na obr. 2.a a její schématický průřez je na obr. 2.b.



Obr. 2: a) Dvojitá tunelová sonda b) Schéma průřezu dvojité tunelové sondy

Tato specifická konstrukce sondy nám umožňuje zkoumat lokální rychlost toků částic v okrajovém plazmatu. Při výboji na sondu pomocí externího zdroje přikládáme dostatečně vysoké záporné napětí tak, aby veškeré elektrony v plazmatu byly odpuzeny a na sondu dopadaly pouze ionty. Takovýto proud částic nazýváme iontový saturovaný proud I_{sat}^{+}. Díky faktu, že se elektrody nachází v dutinách těla sondy, je zde obsaženo i jejich elektrické pole. Proto při zvyšování záporného napětí na sondě se proud částic v jeden moment stane „saturovaným ionty“, jelikož na sondu dopadá maximální počet iontů. Se znalostí principu dvojité tunelové sondy nyní přejděme ke způsobu, jakým s její pomocí provádíme měření a výpočty.

2.2 Měření pomocí dvojité tunelové sondy

Nejprve se seznamme s pojmem „úhlový profil“, který je pro následující výpočty zásadní. Úhlový profil je závislost parametru okrajového

plazmatu na úhlu sondy vůči magnetickým siločárám. Zaveďme úhel α, který svírá normála sondy vůči magnetickým siločárám (sonda je orientovaná rovnoběžně s magnetickými siločárami, když $\alpha = 90°$). Pro nás je poté důležitý úhlový profil $I_{sat}^{+}(\alpha)$ pro $\alpha \in [0°, 360°]$.

V rámci následujících výpočtů a metod se budeme snažit zjistit rychlost toků částic v okrajovém plazmatu v okolí sondy. Tuto rychlost zkoumáme pomocí tzv. Machova čísla M, které je definováno jako:

$$M = \frac{v_i}{c_i},$$

kde v_i značí rychlost objektu v určitém prostředí a c_i značí rychlost zvuku ve stejném prostředí. V kontextu TF se M nechová stejně, jako v jiných oborech. Pro nás bude popisovat rychlost plazmatu v okolí sondy v prostředí okrajového plazmatu, tedy u okraje komory tokamaku. Standardně M dělíme na jeho složku rovnoběžnou s magnetickými siločárami $M_{\parallel}$ a složku kolmou na magnetické siločáry $M_{\perp}$.

Podle výzkumu indického tokamaku ADITYA [1] můžeme využít následující rovnici, která udává vztah mezi oběma složkami M:

$$M_{\parallel} = K \cdot \ln(R_\alpha) + M_{\perp} \operatorname{cotg} \alpha, \tag{1}$$

kde K je kalibrační konstanta, kterou je nutné zjistit experimentálně a R_α je poměr I_{sat}^{+} na opačných stranách dvojité tunelové sondy:

$$R_\alpha = \frac{I_{sat}^{+}(\alpha)}{I_{sat}^{+}(\alpha + 180°)}. \tag{2}$$

Člen R_α známe pro libovolný úhel α, pokud jsme změřili úhlový profil I_{sat}^{+}. Nicméně v rovnici (1) jsou tři neznámé K, $M_{\parallel}$ a $M_{\perp}$ a nemůžeme tedy žádnou složku M spočítat přímo. V rámci SOČ byly využity dvě metody výpočtu M inspirované článkem [1], se kterými se nyní teoreticky seznámíme a poté uvedeme výsledky konkrétního měření.

2.3 První metoda výpočtu M

V rámci první metody budeme nuceni provést dvě zjednodušení. Všimněme si nejprve, že v rovnici (1) člen $M_{\perp} \operatorname{cotg} \alpha = 0$, pokud $\alpha = 90°$, tedy při orientaci sondy rovnoběžně s magnetickými siločárami. V této orientaci tedy můžeme využít vztahu:

$$M_{\parallel} = K \cdot \ln(R_{90°}). \tag{3}$$

Pro dopočítání $M_\parallel$ pro tento případ musíme převzít kalibrační konstantu K z předešlého měření či měření na jiném tokamaku. Poté, za silného (až nerealistického) předpokladu, že $M_\parallel$ zůstává konstantní pro každý další úhel α, můžeme pomocí rovnice (1) dopočítat $M_\perp$ pro libovolný úhel. Nakonec provedeme průměr hodnot $M_\perp$ a získáme průměrnou hodnotu M pro rychlost plazmatu v okolí sondy.

2.4 Druhá metoda výpočtu M

Druhá metoda výpočtu Machova čísla nám umožňuje provést menší či žádné zjednodušení, ale vyžaduje vyšší počet měření v rámci úhlového profilu I_{sat}^+. Nejprve vyjádříme z rovnice (1) známý člen $\ln(R_\alpha)$:

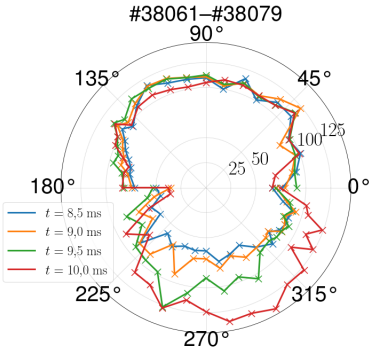
$$\ln(R_\alpha) = \frac{M_\parallel - M_\perp \operatorname{cotg} \alpha}{K}. \tag{4}$$

Nyní se dívejme na levou část rovnice jako na funkci $f_L(\alpha)$ a na pravou jako funkci $f_R(\alpha)$. Pokud změříme úhlový profil I_{sat}^+, známe tím průběh $f_L(\alpha)$ (viz (2)). Aby byla poté splněna uvedená rovnost, musí si průběhy obou funkcí být co nejpodobnější. Takové hodnoty K, $M_\parallel$, $M_\perp$, při kterých je splněna rovnost, určíme pomocí počítačového programu.

3. Výsledky měření

3.1 Úhlový profil I_{sat}^+

Hlavním cílem tohoto měření, při kterém byly využity výše popsané metody, bylo poprvé stanovit hodnotu M v okrajovém plazmatu tokamaku GOLEM. Výsledkem měření je úhlový profil I_{sat}^+, pomocí něhož jsou poté provedeny výpočty M. Nejvydařenější profil je znázorněn na obr. 3.



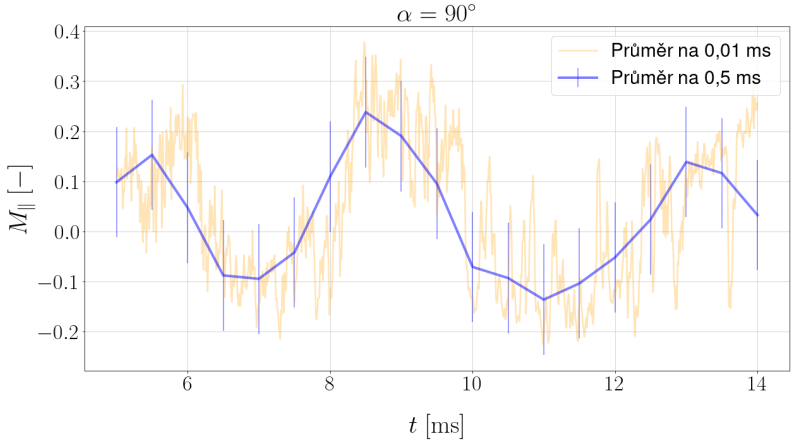
Obr. 3: Úhlový profil I_{sat}^+ v polárních souřadnicích

Radiální souřadnice ukazuje hodnotu I^+_{sat} [mA] a úhlová souřadnice znázorňuje úhel α. Interval úhlu α mezi jednotlivými hodnotami I^+_{sat} je max. 10°. Pomocí čísel nad grafem můžeme provedené výboje najít v internetové databázi tokamaku GOLEM. Jednotlivé hodnoty t znázorňují čas uběhlý od začátku výboje[3)], při kterém je zaznamenaná hodnota I^+_{sat}.

Všimněme si například, že průměrná hodnota I^+_{sat} je nejvyšší při $\alpha = 90°$ a nejnižší při $\alpha = 0°$ nebo 180°. Zároveň si všimněme charakteristického tvaru křivky úhlového profilu I^+_{sat}, který se shoduje např. s profilem z výzkumu [2], který byl vykonán na předchozí verzi tokamaku GOLEM, tokamaku CASTOR. Tento tvar je způsoben faktem, že I^+_{sat} je minimální, když je sonda kolmá na magnetické siločáry a lokální maximum je i na straně sondy odvrácené od rotace plazmatu při orientaci sondy rovnoběžně s plazmatem.

3.2 Výsledek první metody

Výpočet M první metodou přinesl nečekané výsledky. Při prvním kroku, tedy určení $M_\parallel$ podle rovnice (3), bylo zjištěno, že v rámci výboje, kdy $\alpha = 90°$, se hodnota $M_\parallel$ pohybovala na poměrně širokém intervalu. Časový vývoj $M_\parallel$ při tomto výboji vypadá následovně:



Obr. 4: Časový vývoj $M_\parallel$ při výboji, kdy $\alpha = 90°$

Proto nemůžeme pouze vzít průměrnou hodnotu $M_\parallel$ z určitého časového intervalu, jelikož bychom se tím dopustili vysoké nepřesnosti. Roz-

[3)] Jeden výboj na tokamaku GOLEM trvá přibližně 15 ms.

dělme tedy výsledek výpočtu první metodou na dva, jeden při minimální hodnotě

$$M_{\parallel} = -0{,}08 \pm 0{,}01$$

a druhý při maximální hodnotě

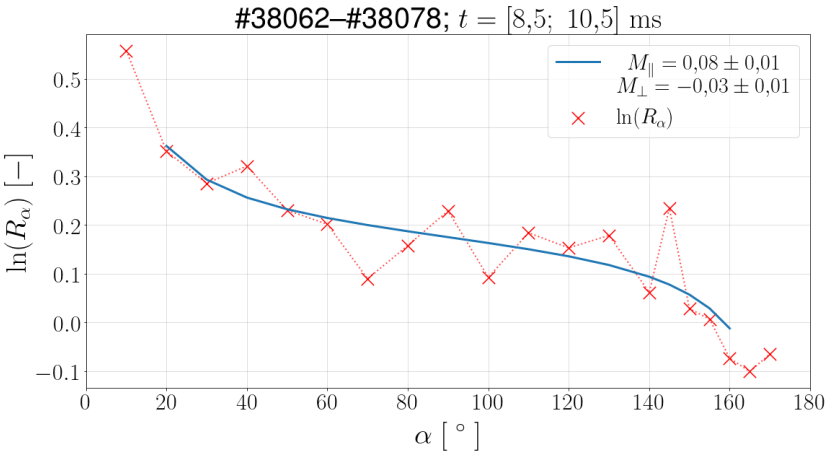
$$M_{\parallel} = 0{,}18 \pm 0{,}05.$$

Hodnotu kalibrační konstanty $K = 0{,}43$ převezmeme z článku [1]. Nyní můžeme pro obě hodnoty $M_{\parallel}$ dopočítat hodnotu $M_{\perp}$ pomocí rovnice (1) pro různé úhly α. Pokud provedeme průměr hodnot $M_{\perp}$ na hodnotách α, pro které jsme vypočítali dvě $M_{\parallel}$, získáme následující M:

$$M_{\parallel} = 0{,}18 \pm 0{,}05; \quad M_{\perp} = -0{,}04 \pm 0{,}18,$$
$$M_{\parallel} = -0{,}08 \pm 0{,}01; \quad M_{\perp} = -0{,}02 \pm 0{,}10.$$

3.3 Výsledek druhé metody

Od druhé metody očekáváme přibližný průměr hodnot M získaných pomocí první metody. Úhlový profil $\ln(R_\alpha)$ vychází z profilu viz obr. 3. Aproximace pravé strany rovnice (4) podle profilu $\ln(R_\alpha)$ byla provedena v jazyku Python a vypadá následujícím způsobem:



Obr. 5: Aproximace Machova čísla podle úhlového profilu $\ln(R_\alpha)$

Modrá křivka znázorňuje funkci pravé strany rovnice (4) a je vyznačena pouze na platném intervalu $\alpha \in [20°; 160°]$, jelikož zde člen $\operatorname{cotg} \alpha$

v rovnici (4) nediverguje. Aproximace stanovila hodnotu konstanty na $K = 2{,}3$. Toto je pozitivní výsledek, jelikož v rovnici využité pro druhou metodu konstanta K figuruje jako dělitel a $\frac{1}{2{,}3} \doteq 0{,}43$, což je hodnota K použitá při první metodě. Hodnotu M určila aproximace jako:

$$M_{\parallel} = 0{,}08 \pm 0{,}01; \quad M_{\perp} = -0{,}03 \pm 0{,}01, \tag{5}$$

což je přibližně rovno průměru hodnot získaných pomocí první metody a potvrzuje se tím správnost našich výsledků.

3.4 Shrnutí výsledků

Závěrem shrňme hlavní výsledky práce a porovnejme dvě využité metody. Na tokamaku GOLEM je přibližná hodnota složek Machova čísla v okrajovém plazmatu $M_{\parallel} = 0{,}08 \pm 0{,}01$ a $M_{\perp} = -0{,}03 \pm 0{,}01$. Přesnost výsledků druhé metody je znatelně vyšší než té první, ale vzhledem k relativně malému počtu hodnot $\ln(\mathrm{R}_{\alpha})$ je hodnota odchylky pravděpodobně podhodnocená. První metoda v tomto případě nebyla zatížena nepřesnou hodnotou K, každopádně stále zůstává nepřesnost v předpokladu, že $M_{\parallel}$ zůstává konstantní pro všechny hodnoty α. Z principu první metody však vždy získáme více či méně přesný výsledek, zatímco druhá metoda při menším počtu naměřených dat nezaručuje poskytnutí výsledku vůbec. Proto činíme závěr, že v případě menšího počtu naměřených dat (krok méně než 10° mezi hodnotami I^{+}_{sat} v úhlovém profilu) je optimální využít první metody, zatímco při průměrném až vyšším počtu naměřených dat (krok 10° a více) je optimální využít metody druhé.

Literatura

[1] Sangwan, D., Jha, R., Tanna, R.: Multidirectional plasma flow measurement by Gundestrup Probe in scrape-off layer of ADITYA tokamak. *Physics of Plasmas*, 22 (2015), č. 11 DOI: 10.1063/1.4935292.

[2] Stockel, J., Adámek, J., Balan, P., Bilyk, O., Brotánková, J., Dejarnac, R., Devynck, P., Ďuran, I., Gunn, J. P., Hron, M., Horáček, J., Ionita, C., Kocán, M., Martines, E., Pánek, R., Peleman, P., Schrittwieser, R., Van Oost, G., Žáček, F.: : Advanced probes for edge plasma diagnostics on the CASTOR tokamak. *Journal of Physics: Conference Series*, 63 (2007), č. 1 DOI: 10.1088/1742-6596/63/1/012001.