

# Učitel matematiky

---

Martina Bečvářová  
Maturitní zkoušky (2)

*Učitel matematiky*, Vol. 7 (1999), No. 2, 81–89

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150975>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1999

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## MATURITNÍ ZKOUŠKY (2)

MARTINA BEČVÁŘOVÁ<sup>7</sup>

V minulém čísle *Učitele matematiky* jsme načrtli vývoj maturitních zkoušek ve druhé polovině minulého století na jednotlivých typech rakouských středních škol. Podívejme se nyní na některá témata maturitních prací z matematiky, která byla zadána na klasickém gymnáziu, reálce a reálném gymnáziu. Vybrány byly c. k. akademické gymnasium v Praze I, c. k. česká státní vyšší reální škola v Karlíně (Praha VIII) a c. k. české gymnasium reální v Praze II (ve Spálené a později Křemencové ulici). Zadání maturitních příkladů bylo vytaženo z výročních zpráv jednotlivých škol; byly vybrány školní roky, ve kterých bylo možno porovnat všechny tři školy. V maturitních příkladech se nejčastěji objevovaly úpravy algebraických výrazů, výpočty iracionalit, aritmetika komplexních čísel, finanční a pojistná matematika, úlohy ze stereometrie a analytické geometrie. Do poloviny osmdesátých let měla písemná práce z matematiky tři příklady, později se jejich počet zvýšil na čtyři. Pro zajímavost též uvádíme informace o počtu žáků, kteří se podrobili maturitní zkoušce, o počtu úspěšných studentů a jejich další profesní orientaci.

### Školní rok 1878–1879

#### Klasické gymnázium

1. *Někdo uloží 2 578 zl. do spořitelny na 5% a vybírá každoročně jen 100 zl., jak velký bude kapitál na konci 10. roku, když úroky celoroční se připočítají ku kapitálu?*
2. *Celý povrch segmentu koule (vrchlíku) rovná se obsahu největšího kruhu koule, jak vysoký jest vrchlík?*
3. *Má se nalézt rovnice přímky procházející bodem  $x = +3$ ,*

<sup>7</sup>Pokud by se čtenář domníval, že se změnila autorka tohoto seriálu, jde o prokazatelný omyl. Změnilo se pouze její příjmení, jehož podobnost s příjmením jednoho z členů redakční rady není náhodná. Redakce upřímně přeje do společného života manželům Bečvářům všechno nejlepší.

$y = +12$ , jejíž vzdálenost od počátku koordinát obnáší 6.

Písemné zkoušky se účastnilo 48 veřejných žáků, 2 externisté a 2 privatisté. Ústní zkoušce se v letním termínu podrobilo 43 veřejných žáků, 2 privatisté a 5 externistů. 44 studentů uspělo (8 žáků a 1 privatista s vyznamenáním), 3 studenti měli stanovenou opravu z jednoho předmětu, 2 byli reprobováni na půl roku a 1 na dobu neurčitou.

Studenti, kteří uspěli u maturitní zkoušky, se hodlali věnovat studiu teologie (11), práv (19), medicíny (5), filologie (2), dějepisu (3), přírodních věd (3). Jeden student nebyl rozhodnut.

## Reálka

1. Z arithmetické řady známé 2., 3. a 6. člen a sice  $a_2 = 3$ ,  $a_3 = 8$ ,  $a_6 = 41$ . Mnoho-li obnáší 10 členů té řady (aneb jaký jest 10. člen první řady součtové) a jaký jest 20. člen první řady rozdílové?
2. Obsah přímého jehlance s kvadratickou základnou jest  $O = 58.778^{c.dm.}$ , hrany jsou k základně nakloněny pod  $\sphericalangle \alpha = 68^\circ 9' 24''$ . — Jaké jsou hrany a jaký povrch jeho?
3.  $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 25 = 0$ . Jakou křivku znamená tato rovnice, sestrojiti ji a najíti rovnici tečen, jakož i úhel jimi uzavřený, které z počátku souřadnic k této křivce vedeme.

Písemné zkoušky se účastnilo 31 veřejných žáků. Ústní zkoušce se v letním termínu podrobilo 30 veřejných žáků. 27 studentů uspělo (10 s vyznamenáním, 10 vyhovělo náležitě a 7 dostatečně), 2 studenti měli stanovenou opravu z jednoho předmětu, 1 byl reprobován na půl roku.

Studenti, kteří uspěli u maturitní zkoušky, se hodlali věnovat tomuto studiu: středoškolská profesura (3), inženýrství (6), stavitelství (5), strojnictví (1), učitelství (2), vojenství (1), hornictví (2), lesnictví (1), chemie (5) a hospodářství (1).

## Reálné gymnázium

1. Kdosi má 12 000 zl. ve spořitelně, která mu je po 5% pro anno zúročuje, kapitalisujíc úroky polouletně. Koncem každého roku

vybírání odtud vkladatel ku své potřebě 400 zl.; kolik bude mu zbývati koncem 10. roku?

2. V  $\triangle ABC$  jsou známy strany  $a = 527.8$  m,  $b = 709.4$  m a úhel sevřený  $C = 105^\circ 36' 20''$ ; jak dlouhá je strana třetí a jak velikou plochu svírá  $\Delta$ ?
3. Vyšetřiti vztah přímky  $y = 2x + 3$  ke kruhu  $x^2 - 10x = 66 + 6y - y^2$ : dotýká-li se přímka kruhu, budiž určen bod dotyčný; protíná-li kruh, budiž vypočtena délka tětivy.

Jeden z abiturientů jsa příbuzný s učitelem toho předmětu dostal tento úkol:

1. Vypočítati logaritmicky hodnotu:

$$x = \frac{2\sqrt[8]{0,6561^5 \cdot \sqrt[5]{243^3}}}{3\sqrt[7]{0,128^3 \cdot \sqrt[3]{0,001331^2}}}$$

2. Určiti obsah elliptického kužele zkomoleného 10 m vysokého, jsou-li osy spodní podstavy 21 m a 9 m dlouhé a osy svrchní podstavy s nimi v poměru jako 1 : 3.
3. Stanoviti rovnici přímky procházející bodem  $M_1 \begin{pmatrix} x_1 = 3 \\ y_1 = 4 \end{pmatrix}$ , jenž úsečku její mezi osami souřadnic rozděluje v poměru jako 1 : 2.

Písemné zkoušky se účastnilo 25 veřejných žáků. Ústní zkoušce se v letním termínu podrobili všichni. 24 studentů uspělo (8 s vyznamenáním), 1 student měl stanovenou opravu z jednoho předmětu.

Studenti, kteří uspěli u maturitní zkoušky, se hodlali věnovat studiu teologie (3), práv (9), medicíny (2), filozofie (10).

## Školní rok 1888–1889

### Klasické gymnázium

Oddělení A:

1.  $3^y \cdot \sqrt[3]{64} = 36$   
 $5^y \cdot \sqrt[3]{1728} = 300.$

2. Zvětšíme-li v trojčlenné řadě arithmetické první člen o 8, promění se tato řada v řadu geometrickou, jejíž součet = 26; která jest ta řada?
3. Dutá měděná koule ponořila se ve vodě právě do polovice; jak velký jest vnitřní poloměr, je-li vnější  $k = 100$  mm a měrná váha  $Cu = 8.97$ ?
4. Jak velká jest plocha omezená obloukem paraboly  $y^2 = 4x$  a přímkou procházející body  $(4, -4)$  a  $(9, -6)$ ?

#### Oddělení B:

1. Otec zanechal dvěma synům, desítiletému a patnáctiletému 10.000 zl. s ustanovením, aby každý ve 24. roce svého věku obdržel rovný díl; kolik obdrží každý při 4% a púlletním úrokování?
2.  $\sqrt{\left(\frac{1}{x}\right) - 4\{1 + \lg \sqrt[4]{x}\}} = 10$ .
3. V trojúhelníku jsou dány všechny tři strany  $a = 13$  dm,  $b = 14$  dm,  $c = 15$  dm. Jak veliký jest obsah, výšky a poloměry opsaného i vepsaného kruhu?
4. Jak veliká jest strana čtyřstěnu, jehož povrch má tolik jedniček čtverečných, jako obsah krychlových.

Písemné zkoušky se účastnilo 62 veřejných žáků (31 z oddělení A a 31 z oddělení B) a 1 externista. Ústní zkoušky se účastnilo 59 žáků, 1 privatista a 1 externista. Všichni uspěli (25 žáků a 1 privatista s vyznamenáním).

Studenti, kteří uspěli u maturitní zkoušky, se hodlali věnovat studiu teologie (11), práv (22), medicíny (21), filologie (2), učitelství na měšťanské škole (1). Praktická povolání si vybrali tato: poštovní služba (2) a úředník (1). Dva studenti nebyli rozhodnuti.

#### Reálka

1. Součet prvních  $n$  členů jisté řady arithmetické jest  $n(n - 1)$ . Vypočítati jest součet prvních  $n$  a součet nekonečného množství členů řady geometrické, z jejíchž členů povstaly členy oné řady arithmetické logaritmováním.
2. Uvnitř kružnice o poloměru  $r$  a středu  $O$  zvolen jest bod  $A$  ve vzdálenosti  $a$  od středu  $O$ . Tímto bodem sestrojeny jsou dvě

- tětivy  $t$  a  $t'$  na sobě kolmé. Jak velký úhel  $x$  musí tvořiti tětiva  $t$  s přímkou  $OA$ , aby poměr  $\frac{t}{t'} = \frac{r}{a}$ ? Které podmínce při určitém  $r$  musí vyhovovati  $a$ , aby tato úloha byla možná? Vypočtete úhel  $x$ , je-li  $a = 2/3 r \sqrt{2}$ .
3. V prímém rovnoběžnostěnu plocha základny =  $a^2$ ; úhlopříčny základny svírají spolu  $\sphericalangle \alpha = 62^\circ 44'$ , úhlopříčny jednoho k základně kolmého úhlopříčného řezu úhel  $\beta$ , druhého  $(180 - \beta)$ . Vypočisti jest krychlový obsah tohoto rovnoběžnostěnu.
  4. Dokázati jest, že průsečík přímek  $-bx + any = ab$ ;  $bnx - ay = abn$  jest na hyperbole  $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$  a vypočítati jest délku příslušné subtangenty a subnormaly.

Písenné zkoušky se účastnilo 14 veřejných žáků. Ústní zkoušce se v letním termínu podrobili všichni a všichni také uspěli (2 chvalitebný prospěch, 7 dobrý a 5 dostatečný). Budoucí povolání studentů nebyla uvedena.

### Reálné gymnázium

1. Součet čtyř čísel, tvořících arithmetickou řadu jest 4, jich součin jest 105. Která čísla jsou to?
2. Do koule o poloměru  $r = 8$  cm jest vepsán rovnostranný kužel. Rovina  $N$  s jeho podstavou rovnoběžná protíná kouli i kužel v kruzích  $K$  a  $k$ , jichž plošné obsahy se k sobě mají jako 3 : 1. Jak vzdálená jest rovina  $N$  od vrcholu kužele?
3. Řešte rovnoramenný trojúhelník, jestli úhel při podstavě  $\alpha = 78^\circ 15' 24''$  a součet výšek na rameno i podstavu  $v_a + v_c = 12$  cm.
4. Stanovte osovou rovnici hyperboly z podmínky, že tečna vedená k bodu  $A(\frac{20}{3}, 4)$  protíná osu úsečkovou v bodě  $B(2.4, 0)$ .

Písenné zkoušky se účastnilo 27 veřejných žáků. Ústní zkoušce se v letním termínu podrobili všichni; uspělo 24 žáků (9 s vyznamenáním), 3 žáci měli stanovenou opravu z jednoho předmětu. Budoucí povolání studentů nebyla uvedena.

## Školní rok 1899–1900

## Klasické gymnázium

1.  $8x^2 - xy + 3y^2 = 18$  ,  
 $5x^2 + xy + 2y^2 = 15$  .
2. *Má se vypočítati osa a krychlový obsah šikmého kruhového kužele, jsou-li dány: poloměr podstavy  $r = 7$  cm, nejdelší a nejkratší strany  $s_1 = 15$  cm,  $s_2 = 12$  cm.*
3. *Najděte obvod trojúhelníka, jehož úhly vyhovují podmínkám  $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ ,  $\tan \beta = \frac{15}{13}$ ,  $\tan \gamma = \frac{84}{13}$  a jehož plocha  $\Delta = 210$  cm<sup>2</sup>.*
4. *Který úhel svírají tečné ellipsy  $16x^2 + 25y^2 = 400$ , k nimž přísluší tětiva tečných  $3x + 5y = 7$ ?*

Písemné zkoušky se účastnilo 34 veřejných žáků a 1 externista (podruhé). Ústní zkoušce se v letním termínu podrobilo 33 veřejných žáků a 1 externista. 29 studentů uspělo (4 žáci s vyznamenáním), 4 žáci a 1 externista měli stanovenou opravu z jednoho předmětu, 1 žák byl reprobován na jeden rok.

Studenti, kteří uspěli u maturitní zkoušky, se hodlali věnovat studiu teologie (5), práv (17 + 1 externista), medicíny (1), filozofie (4), techniky (1), hornické akademie (1). Praktická povolání si vybrali tato: služba při dráze (2), služba na městském úřadě (1).

## Reálka

1. *Řešiti soustavu rovnic*  $x^2 - y^2 + x - y = 28$  ,  
 $(x - y)^2(x + y) = 96$  .
2. *Otec zanechal svým dětem a K; činilo-li jeho jmění před 15 lety A a bylo-li 4% úrokováno ročně složeně, kolik (x) potřeboval ročně na své potřeby, jestliže si tuto částku vybíral na konci každého roku? Vyčísleti pro  $a = 29\,204$  K,  $A = 24\,000$  K.*
3. *Najíti úhel osové výseče koule o poloměru r, jejíž povrch vrchlíku rovná se povrchu pláště příslušného kužele. Která jest výška vrchlíku?*
4. *Najíti jest rovnici ellipsy osovou, jež se dotýká přímky  $P \equiv 2x + 3y = 25$  a probíhá bodem  $m(-6, 4)$ .*

Písemné zkoušky se účastnilo 31 veřejných žáků a 1 externista. Ústní zkoušce se v letním termínu podrobilo 25 veřejných žáků

(3 nebyli připuštěni vůbec a 3 byli odkázáni na podzimní termín) a 1 externista. V letním termínu a po podzimních opravách uspělo 24 žáků (4 s vyznamenáním, 1 prospěch chvalitebný, 8 dobrý a 11 dostatečný). 4 veřejní žáci a 1 externista byli reprobováni na jeden rok.

Studenti, kteří uspěli u maturitní zkoušky, se hodlali věnovat studiu techniky (14) a učitelství (1). Praktická povolání si vybrali tato: služba při dráze (4), služba na poště (3), berní úřad (1) a blíže nespecifikováno (1).

### Reálné gymnázium

1. *Které úhly duté vyhovují rovnici*

$$\frac{3\sin^3 x + 13 \sin x \cos^2 x}{\cos^3 x} = 13\sec^2 x - 10 ?$$

2. *Složí-li někdo ihned 8 000 K, kolik musí po sedm let koncem každého roku dopláceti, aby si pojistil při 4% složitém úrokování roční důchod 1 600 K, po osmi létech počínající a dvacet let trvající?*
3. *Hrana pobočná osmibokého jehlanu pravidelného svírá s výškou jeho úhel  $\alpha = 32^\circ 18' 10''$ . Je-li obsah tohoto jehlanu  $J = 8\,696.6 \text{ cm}^3$ , jest stanoviti poloměr kruhu kolem základny opsaného, jakož i obsah kužele, danému jehlanu opsaného?*
4. *Dána jest rovnice ellipsy  $9x^2 + 15y^2 = 144$ . V první čtvrti má se vésti k ellipse tečna, jež by na obou osách stejné úseky tvořila. Najděte bod dotyčný, rovnici tečny a dle výpočtu sestrojte tečnu.*

Písemné zkoušky se účastnilo 37 veřejných žáků a 2 externisté. Ústní zkoušce se v letním termínu podrobili všichni. Uspělo 28 žáků a 1 externista (10 žáků s vyznamenáním). 8 žáků mělo stanovenou opravu z jednoho předmětu, 2 žáci a 1 externista od ústní zkoušky odstoupili. Budoucí povolání studentů nebyla uvedena.



## Školní rok 1906–1907

## Klasické gymnázium

1. *Součet tří členů geometrické řady obnáší 105; odečteme-li od posledního členu 15, tvoří ona čísla arithmetickou řadu. Která jsou ta čísla?*
2. *V pravoúhlém trojúhelníku obnáší součet tří stran 80 cm, poloměr vepsaného kruhu  $\rho = 6$  cm; jest určiti strany a úhly tohoto trojúhelníka.*
3. *Trojúhelník, v němž strana  $c = 9$  cm,  $\alpha - \beta = 15^\circ$  a  $\cos \alpha + \cos \beta = 1.57313$ , otočí se kolem strany  $c$  jako kolem osy; jak veliký jest krychlový obsah vzniklého tělesa?*
4. *V koncovém bodě parametru ellipsy  $E \equiv \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} - 1 = 0$  v prvním kvadrantu jest vedena tečna a s obou ohnisek jsou na ni spuštěny kolmice. Jak dlouhé jsou tyto kolmice, jaké jsou jejich rovnice a jak veliká jest plocha lichoběžníka omezeného těmito kolmicemi, tečnou a částí velké osy mezi oběma ohnisky?*

Písenné zkoušky se účastnilo 20 veřejných žáků a 1 privatista. Ústní zkoušce se v letním termínu podrobili všichni. 19 studentů uspělo (8 žáků s vyznamenáním), 2 žáci dostali opravu z jednoho předmětu (uspěli v podzimním termínu). Jeden absolvent reálky se účastnil doplňovací zkoušky a byl reprobován na jeden rok.

Studenti, kteří uspěli u maturitní zkoušky, se hodlali věnovat studiu teologie (3), práv (4 + 1 privatista), medicíny (3), filozofie (3). Tři studenti byli nerozhodnuti. Praktická povolání si vybrali tato: úředník dráhy (4).

## Reálka

## Oddělení VIIa

1. *Řešiti jest rovnici  $5 \cdot 4^{x+1} - 240 = 4^{x+2} + 4^{x-1}$ .*
2. *V trojúhelníku znám jest poměr dvou stran ( $a : b = 5 : 12$ ) a poměr protilehlých úhlů ( $\alpha : \beta = 1 : 3$ ); určiti jest úhly tohoto trojúhelníka.*
3. *Jest určiti průsečíky a úhel křivky  $x^2 + 4y^2 = 32$  s kružnicí, mající střed  $s(0, 5)$  a poloměr 5.*

4. *Kdosi ukládá do spořitelny po 24 roky vždy na počátku roku 40K; nač vzrostou tyto vklady do konce 24. roku při 7% úrokování?*

Oddělení VIIb

1. *Řešiti rovnice* 
$$3^{2x+1} + \frac{1}{2}4^{y-1} - 9^x = 8 ,$$
$$3^{2x-1} = 2^{y-2} .$$
2. *Jak veliký byl dluh, který 10 letým ročním úmorem 250 K se zmenšil při pololetním složeném 4% úrokování na 1000 K?*
3. *V kuželi zkomoleném je vepsána koule. Plášť komole je třikrát větší než rozdíl obsahu obou podstav. Jest vypočítati poloměr vepsané koule, je-li poloměr styčného kruhu  $\rho = 4$  cm.*
4. *Z ohniska paraboly  $y^2 = 8x$  je opsána kružnice procházející bodem  $m(0, 2\sqrt{3})$ . Jest stanoviti úhel, ve kterém se obě křivky protínají, a velikost plochy jim společné.*

Písemné zkoušky se účastnilo 57 veřejných žáků, 1 privatista, 1 loňský reprobovaný žák, 2 externisté a 1 absolvent státní průmyslové školy. Další informace bohužel chybějí.

### Reálné gymnázium

1. *Řešiti rovnice* 
$$y^x = 64 ,$$
$$y^{\frac{x+1}{x-1}} = 16 .$$
2. *Obsah desítibokého pravidelného jehlanu činí  $5.210 \text{ cm}^3$ , hrana pobočná svírá se základnou úhel  $36^\circ$ . Najděte délku hrany pobočné a poloměr kruhu kolem základny opsaného.*
3. *V trojúhelníku kosoúhlém dána jest plocha  $\Delta = 694.18 \text{ cm}^2$ , jedna strana  $c = 45 \text{ cm}$  a poloměr vepsaného kruhu  $r = 11.38 \text{ cm}$ . Má se řešiti!*
4. *Najíti rovnici kruhu, jenž by procházel bodem  $M(-2, 5)$ , dotýkal se osy  $x$ -ové a jehož střed by ležel na přímce  $x - 2y + 7 = 0$ . Výpočet doložte výkresem!*

Písemné zkoušky se účastnilo 31 veřejných žáků, 2 privatisté a 3 externisté. V letním semestru a po podzimních opravách uspělo 31 žáků (10 s vyznamenáním), 2 privatisté a 2 externisté. 1 externista byl reprobován na jeden rok. Další informace bohužel chybějí.