

# Učitel matematiky

---

Helena Binterová; Marek Dvorožňák  
Matematika s počítačem a svobodný software

*Učitel matematiky*, Vol. 17 (2009), No. 2, 86–98

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150576>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2009

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## MATEMATIKA S POČÍTAČEM A SVOBODNÝ SOFTWARE

HELENA BINTEROVÁ, MAREK DVOROŽŇÁK

Vyučování pomocí počítače je nový fenomén, pro velké množství učitelů (zejména starších) však představuje určitý problém. Podstatná část populace používá počítače jako výrobní nástroj, používáme je v běžném občanském i soukromém životě. Pro studenty jsou přirozeným pomocníkem i nástrojem. Jednou z klíčových kompetencí v RVP je kompetence k práci s informacemi (vyhledávání a třídění dat, práce s databázemi aj.) a k vizuální a grafické komunikaci.

V článku proto představíme jedno z možných řešení problému, jak vybudovat počítačovou učebnu ve škole s nízkým rozpočtem financí a jak ji následně vybavit matematickými programy, dobře využitelnými pro výuku matematiky. Článek je rozdělen do dvou částí. V první části popíšeme výstavbu počítačové učebny založené na svobodném softwaru<sup>1</sup>. Ve druhé části představíme a porovnáme svobodný software použitelný v oblasti matematiky, abychom ukázali způsob výuky matematiky s pomocí počítače, s vynaložením minimálních nákladů.

Softwarové pirátství je špatná věc, to si již mnozí uživatelé počítače uvědomují. Mnozí z nich si však ještě pořád neuvědomují, že k legalizaci běžného software nejsou potřeba peníze. Existuje totiž software, který nabízí podobné služby jako placený software a navíc uživateli poskytuje základní práva, mezi něž patří například možnost redistribuovat kopie dle svobodné vůle, studovat, jak program pracuje nebo i program vylepšovat a tato vylepšení zveřejňovat [5]. Takovýto software se nazývá svobodný. Možná

---

<sup>1</sup> *Svobodný software* (z angl. Free Software) je pojem vymezený Nadací pro svobodný software (FSF), založenou R. Stallmanem v roce 1985. Někdy je též překládán jako *volný software*.

vzhledem ke zmíněným výhodám nebo kvůli tomu, že je velká většina svobodného softwaru k dispozici zdarma<sup>2</sup>, se svobodný software čím dál tím více rozšiřuje mezi veřejnost. Navíc k tomu, aby si člověk mohl do svého počítače nainstalovat svobodný operační systém a využívat jeho výhod, již není potřeba, aby byl programátorem nebo expertem na výpočetní techniku. Dnes si již takovýto operační systém zvládne nainstalovat takřka každý počítačově gramotný člověk. Nutno dodat, že to vždy nemusí být tak bezproblémové, jako u placeného softwaru, ale cíle dříve nebo později dosáhneme. Jedním ze svobodných operačních systémů je GNU/Linux, respektive některé distribuce z něho vycházející.

## Počítačová učebna vystavěná na technologii tenkých klientů

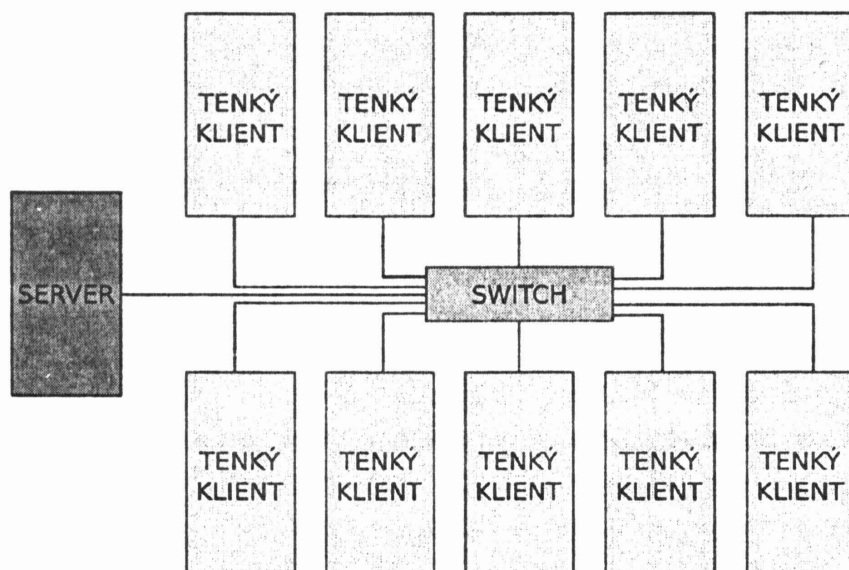
Školy, které nemají dostatek finančních prostředků pro vybavení nebo rozšíření svých počítačových učeben se s tímto problémem mohou smířit nebo se mohou poohlédnout po nějakém alternativním řešení. Jedno z takovýchto řešení je řešení pomocí tenkých klientů a OS GNU/Linux. Toto řešení v praxi vyzkoušela například Základní škola v Postřelmově.

Tenký klient je „očesaný“ počítač. Takovýto počítač nepotřebuje harddisk ani výkonný procesor a může mít i relativně malou paměť. Toto je možné díky tomu, že takový počítač slouží zejména jako zobrazovací prostředek. Všechny výpočty probíhají na hlavní počítači – serveru. Z toho vyplývá, že je nutno mít výkonný server. Jako každé řešení, má i toto řešení své výhody a nevýhody. Podle ZŠ Postřelmov lze toto řešení ve školách, s ohledem na typy obvykle používaných programů (kancelář, internet), velmi levně a spolehlivě provozovat.

Podle ZŠ Postřelmov je pro obsluhu 10 klientů s rezervou výkonu nutný server o přibližné konfiguraci – procesor 1,8 GHz, 2 GB RAM, což v dnešní době představuje konfigurace běžného kancelářského PC za méně než 7 000 Kč. Pro spolehlivý provoz

---

<sup>2</sup>Svobodný software nemusí být vždy zdarma. Placený svobodný software musí ovšem dodržet podmínky licence, pod kterou byl vydán.



*Schéma zapojení počítačové učebny*

serveru je však nutné, aby byl server sestaven z kvalitnějších komponent. Proto je lepší do serveru investovat o něco více.

Konfigurace tenkých klientů připojených k tomuto serveru může obsahovat např. 400 MHz procesor, 64 MB RAM. Jako tenké klienty lze použít i starší repasované počítače.

### **Výhody:**

- jednotlivé pracovní stanice mají nízkou spotřebu, tichý chod a zbytečně se nezahřívají
- možnost rozšířit počítačové učebny díky ušetření za software i hardware (možnost využít starší počítače jako klienty)
- bezplatné svobodné licence (možnost poskytnout žákům software i domů)
- stabilita a bezpečnost provozu stanic (odolnost GNU/Linux vůči virům; zaseknutí aplikace je většinou způsobeno chybou v aplikaci a tato nezasekne celý počítač)
- snadnější správa (aplikace se instalují pouze na server, konfiguruje se pouze server), snadná záloha dat
- upgraduje se pouze server

**Nevýhody:**

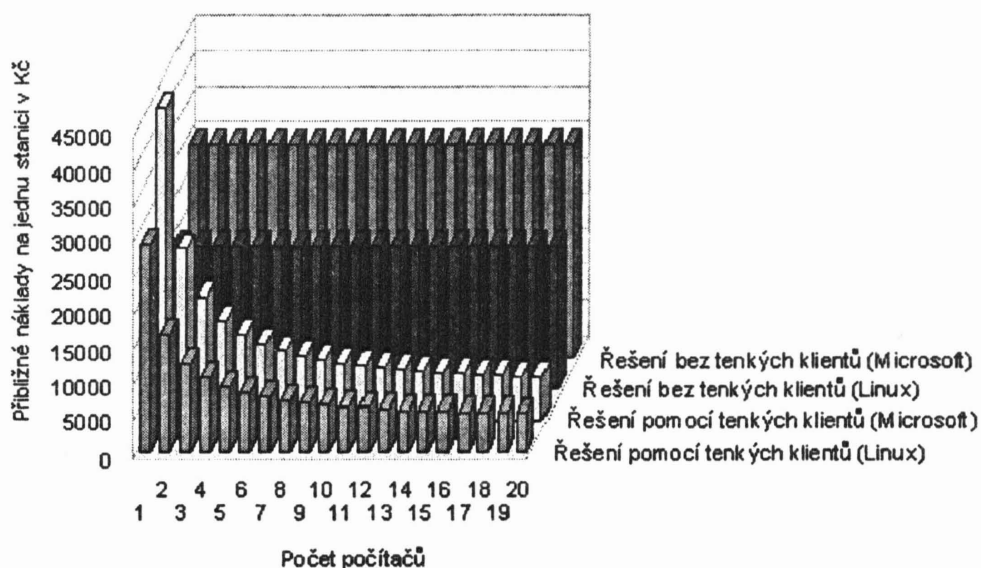
- mezi tenkým klientem a serverem je nutno mít vybudovanou kvalitní síť (při výpadku sítě stanice připojené k serveru nefungují)
- pro nakonfigurování serveru je potřeba zkušeného správce
- nemultiplatformní aplikace ne vždy fungují pod Linuxem

**Náklady:**

Roli serveru zvládne pro učebnu s 10 – 20 stanicemi počítač v ceně cca 15 000 Kč. Roli tenkých klientů mohou plnit nové stanice, jejichž pořizovací cena se pohybuje kolem 3 až 4 tisíc korun nebo i repasované počítače.

Podle ZŠ Postřelmov se ušetřené náklady na učebnu s 20 počítači za licence (Windows, MS Office, antivir, síťové aplikace ...) v roce 2005 pohybovaly kolem 150 až 180 000 Kč.

**Přibližné náklady na jeden počítač v závislosti na počtu počítačů v učebně při různých řešeních**



## Svobodný matematický software

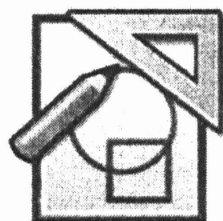
V nabídce svobodného softwaru je možno nalézt různé matematické programy. Představíme programy, které jsou alternativou k matematickým programům nebo programům pro výuku matematiky, které existují většinou pouze pro Windows. Zaměřili jsme se na aplikace dvou typů – dynamickou geometrii (DGS) a systémy počítačové algebry (CAS). Všechny alternativní aplikace, které zde prezentujeme, jsou multiplatformní, tzn., že fungují jak pod OS GNU/Linux tak pod OS Windows.

Placené aplikace (Windows)	Svobodné aplikace (multiplatformní)
Cabri	Kig, GEONExT, GeoGebra
Maple, Mathematica, Derive 6, MS Office	wxMaxima OpenOffice.org

### Kig

První program typu DGS, který zde popíšeme, je program Kig. Snažili jsme se nalézt pro nás podstatné shody, výhody a nevýhody těchto aplikací v porovnání s Cabri, tj. aplikací, která je dnes na školách hojně užívána.

Kig je součástí desktopového prostředí KDE a je závislý na některých knihovnách tohoto prostředí. Nejnovější stabilní verze, kterou jsme testovali, je verze 1.0.



### *Shody s Cabri:*

- nástroje, které nabízí, se s Cabri víceméně shodují
- vytváření různých objektů, aplikování různých transformací
- umožňuje definovat nabídku nástrojů, avšak pouze v „nástrojových“ oknech; v hlavním menu toto možné není
- nabízí možnost jednoduše vytvářet makra

- umí zobrazit mřížku i osy
- možnost krokovat konstrukci.

### *Výhody oproti Cabri:*

- možnost zobrazit polární souřadnice a polární rovnice
- umožňuje změnu vlastností objektu pomocí kontextové nabídky
- možnost definovat klávesové zkratky pro vytváření objektů, aplikování transformací apod.
- možnost přibližovat a oddalovat nákresnu
- export vytvořené konstrukce do různých rastrových i vektorových grafických formátů a LaTeXu s použitím balíčku pstricks a pst-plot
- je k dispozici zdarma.

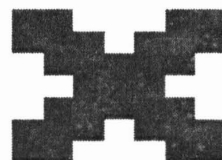
### *Nevýhody oproti Cabri:*

- neumí vkládat obrázkové soubory do nákresny
- ovládání je někdy krkolomné – např. některé objekty nelze přesunovat „chytnutím“ za hranu objektu, je potřeba objekt „chytit“ za body, které ho určují
- chybí možnost zapnout zanechávání stopy objektu, vykreslit množinu však umí
- neumí výpočty
- chybí možnost vložit tlačítko pro zobrazení nebo skrytí určeného objektu
- neumí vytvořit aplet
- neumožňuje vytvořit animaci
- neobsahuje možnost zobrazit zápis konstrukce
- překlad do češtiny je stále ještě nekompletní.

Aplikace Kig je vyvíjena od roku 2002 a od té doby se toho spoustu „naučila“. Práce v ní je příjemná a rychlá, a to zejména kvůli možnosti použít kontextovou nabídku při úpravách vlastností objektů, jejich transformacích, a také kvůli možnosti přibližovat a oddalovat nákresnu nebo jednoduchým způsobem vytvářet makra. Kladný dojem z práce však snižuje skutečnost, že například při přesouvání elipsy, která je určena třemi body, je nutné elipsu „uchopit“ za tyto tři určující body a nelze s ní pohybovat jednoduše „uchopením“ za obrys. Myslíme si však, že neduhy, kterými Kig v dnešní době trpí, budou časem odstraněny a k užitečným funkcím, které nyní Kig nabízí, jistě přibudou i další.

## GEONExT

GEONExT je další z programů typu dynamická geometrie. Je vytvářen na univerzitě Bayreuth v Německu od roku 2002. Nejnovější stabilní verze, kterou jsme testovali, je verze 1.71.



### *Shody s Cabri:*

- nástroje, které nabízí, se s Cabri částečně shodují; obsahuje pouze některé transformace
- umožňuje vytvořit uživatelem definovanou nabídku nástrojů, což je výhodné v případech, kdy chceme, aby děti používaly pouze určité nástroje
- vytváření apletů
- možnost zapnout zanechávání stopy objektu, vykreslení množiny
- umí zobrazit mřížku i osy (ale pouze kartézské soustavy souřadnic)
- možnost vložit obrázkové soubory do pozadí
- umožňuje vytvořit animaci
- možnost zobrazit zápis konstrukce



- je lokalizovaný.

### *Výhody oproti Cabri:*

- umožňuje vykreslit graf funkce (i zadané parametricky)
- umožňuje export nákresny do rastrového grafického formátu PNG i vektorového grafického formátu SVG; umožňuje také vytvořit slideshow
- možnost přibližovat a oddalovat nákresnu
- je k dispozici zdarma.

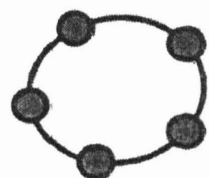
### *Nevýhody oproti Cabri:*

- nenabízí kontextovou nabídku, rušení objektu nebo úpravu vlastností objektu je nutno provádět pomocí nástrojů z nabídky
- z transformací umí pouze středovou a osovou souměrnost
- neumí vytvářet makra
- nemožnost posunu více objektů najednou
- chybí možnost vložit tlačítko pro zobrazení nebo skrytí určeného objektu.

GEONExT automaticky pojmenovává objekty, což nemusí být vždy chtěná vlastnost. Naštěstí je však možno název objektu skrýt. Tato aplikace neoplývá takovým počtem nástrojů jako další dvě zmíněné alternativy, v některých případech však i tyto nástroje postačí. Mínusem této aplikace je nepříliš pohodlné ovládání, kdy je například pro úpravu vlastností objektu potřeba klepnout na tlačítko pro zobrazení vlastností objektu a poté vybrat bod.

## **GeoGebra**

Třetím představovaným programem typu DGS je GeoGebra. Spojuje v sobě geometrii a algebru, odtud také pochází její název. GeoGebra byla vytvořena na univerzitě v Salzburgu (vývoj aplikace začal v roce 2001) a je používána v mnoha školách v Evropě.



GeoGebra

Je dostupná ve třiceti devíti jazycích, mezi kterými je i čeština. Nejnovější stabilní verze, kterou jsme testovali, je verze 3.0.

### *Shody s Cabri:*

- nástroje, které nabízí, se s Cabri víceméně shodují
- možnost upravovat nabídku nástrojů
- vytváření apletů
- možnost zapnout zanechávání stopy objektu, vykreslení množiny
- možnost vložit obrázkové soubory do nákresny
- obsahuje „zaškrťovací“ políčko pro zobrazení nebo skrytí objektu
- nabízí možnost vytváření maker
- umí zobrazit mřížku i osy, avšak pouze v kartézské soustavě souřadnic
- možnost zobrazit zápis konstrukce i konstrukci krokovat.

### *Výhody oproti Cabri:*

- možnost použít kontextovou nabídku při změnách vlastností objektu
- obsahuje hotové posuvníky
- umožňuje vykreslit graf funkce (pomocí příkazového řádku)
- umožňuje vyexportovat nákresnu do PNG, PDF, EPS, SVG, EMF i do LaTeXu s použitím balíčku pstricks
- umožňuje zobrazit derivaci funkce, integrál, vypočítat integrál atp.
- obsahuje algebraické okno, ve kterém zobrazuje všechny zkonstruované objekty i jejich rovnice, pokud jdou vyjádřit rovnicí
- možnost vložit do textu LaTeXovský vzorec
- možnost přibližovat a oddalovat nákresnu

- je zdarma.

### *Nevýhody oproti Cabri:*

- nenabízí možnost nanést délku na objekt
- aktuální stabilní verze neobsahuje nástroj kružítka
- neobsahuje nástroj na provedení kruhové inverze

Díky intuitivnímu ovládní se nám s aplikací GeoGebra pracovalo velmi dobře. Stejně jako Kig, umožňuje i GeoGebra měnit vlastnosti objektů pomocí kontextové nabídky. V nabídce „Nastavení“ v hlavním menu je možno zvolit, zda se mají nově vytvořené objekty automaticky pojmenovávat či nikoli. Výhodou této aplikace je, že na internetu<sup>3</sup> najdeme velké množství materiálů, demonstrujících možnosti této aplikace nebo přímo materiálů vhodných pro výuku matematiky.

### **wxMaxima**

Maxima je aplikace typu systém počítačové algebry (CAS). Je založena na jednom z nejstarších programů pro symbolické výpočty – programu Macysma, který byl vyvíjen na univerzitě v Massachusetts od roku 1968 a později zkomercializován.



Maxima je založena na verzi programu Macysma z roku 1982, tzn., že neobsahuje žádné z modifikací programu Macysma od roku 1982. Mimo symbolických výpočtů, na které je Maxima zaměřena, je schopna i numerických výpočtů.

Syntaxe, kterou Maxima používá, je velmi podobná syntaxi komerčního programu Maple a to kvůli tomu, že mnoho syntaxe z aplikace Maxima bylo použito i v Maple.

Spousta svobodných programů typu CAS se ovládá pouze pomocí příkazového řádku, stejný případ je i u aplikace Maxima. Pro usnadnění práce s touto aplikací je možno využít aplikaci wx-Maxima, která slouží jako grafické uživatelské prostředí.

<sup>3</sup>([http://www.geogebra.org/en/wiki/index.php/ English](http://www.geogebra.org/en/wiki/index.php/English))

Pro základní použití aplikace Maxima není díky aplikaci wx-Maxima nutné znát syntaxi. To je umožněno tím, že wxMaxima obsahuje tlačítka nebo položky v hlavní nabídce, díky kterým je možno provádět některé základní operace. Mezi tyto základní operace patří například:

- řešení rovnic (algebraicky i numericky), řešení obecných diferenciálních rovnic
- vygenerování nebo zadání matice, vypočítání inverzní matice, determinantu matice, charakteristického polynomu matice, vypočítání vlastních čísel nebo vlastních vektorů matice
- integrování a derivování, dělení polynomu polynomem, nalezení největšího společného dělitele nebo nejmenšího společného násobku polynomů
- rozložení výrazu na kořenové činitele, roznásobení výrazů
- vykreslení dvourozměrného nebo trojrozměrného grafu.

V aplikaci wxMaxima se standardně vytváří, stejně jako v Maple, dokument, do kterého je možno vkládat text tří stylů (text, sekce, nadpis) a vstup v podobě příkazů. Tak je možno vytvořit „živý“ dokument, který může reagovat na změny parametrů. WxMaxima umožňuje i export dokumentu do HTML stránky. Nevýhodou aplikace Maxima je, že neumí řešit nerovnice a dále skutečnost, že není lokalizována. V aplikaci Maxima je možné, stejně jako v Maple, programovat.

V případě, že škola používá nějaký specifický program, jehož alternativa ve světě svobodného softwaru neexistuje a tento program není multiplatformní, je možné použít „emulátor“ Windows a pomocí něho program spustit. Funkčnost programu není vždy zaručena. Dobrá zpráva však je, že se rozšiřuje počet firem (např. Terasoft), nabízejících multiplatformní výukový software.

Mohla by zde zaznít otázka, zda je možno se s těmito programy nebo s OS GNU/Linux někde běžně setkat. GNU/Linux se čím dál tím více rozšiřuje mezi veřejnost. To je patrné i z toho, že subnotebook Asus EEE používá v jedné své verzi linuxovou distribuci. V tomto notebooku se, mimo jiné, vyskytuje výše zmíněná

aplikace typu dynamická geometrie – Kig nebo kancelářský balík OpenOffice.org.

V případě, že si chcete nějakou z výše uvedených aplikací vyzkoušet, můžete si ji zdarma stáhnout z jejich webových stránek a využívat všech výhod, které svobodný software poskytuje. V případě, že si chcete vyzkoušet operační systém GNU/Linux, můžete bez ovlivnění svého aktuálního operačního systému využít tzv. live CD/DVD/flash, které si stáhnete, vypálíte na CD nebo DVD, popř. nahrajete na USB klíčenku a z takto připraveného média necháte počítač nastartovat. V těchto případech je také potřeba vědět, že existují různé linuxové distribuce, které obsahují různou sestavu programů a jejich nastavení. Jestliže nevíte, kterou ze stovek distribucí si vybrat, zkuste například Ubuntu ([www.ubuntu.com](http://www.ubuntu.com)), popř. Kubuntu ([www.kubuntu.org](http://www.kubuntu.org)).

## Literatura

- [1] Binterová H., Fuchs E., *Postavení matematiky ve školním vzdělávacím programu SOU*, Prometheus, s.r.o., Praha, 2006.
- [2] Hargadon, S., Linux thin clients revitalize student desktops. *DesktopLinux.com* [online]. 2005. [cit. 2008-12-10]. Dostupný z WWW:  
<http://www.desktoplinux.com/articles/AT3124052951.html>.
- [3] Heugl, H., Klinger, W., Lechner, J., *Mathematikunterricht mit Computeralgebra-Systemen (Ein didaktisches Lehrerbuch mit Erfahrungen aus dem österreichischen DERIVE-Projekt)*. Bonn, Addison-Wesley, 1996.
- [4] Buša, J., et al., *Projekt KEGA: VYUŽITIE OPEN SOURCE SOFTVÉRU VO VÝUČBE NA VYSOKÝCH ŠKOLÁCH* [online]. c2007 [cit. 2008-10-14]. Dostupný z WWW:  
<http://people.tuke.sk/jan.busa/kega/>.
- [5] Kutzler, B., *Improving Mathematics Teaching with DERIVE*. Bromley:Chartwell-Bratt, 1995.

- [6] *Stránky o svobodném software* [online]. c2004, 29.12.2004 [cit. 2008-10-10]. Dostupný z WWW:  
<http://www.gnu.cz/article/29/>.
- [7] *GNU/Linux – Debian .... tencí klienti nejen pro školy* [online]. c2005 [cit. 2008-10-10]. Dostupný z WWW:  
<http://debian.postrelmov.org/>.
- [8] *The KDE Education Project: Kig* [online]. c2002-2008 [cit. 2008-10-14]. Dostupný z WWW:  
<http://edu.kde.org/kig/>.
- [9] *GEONExT: geonext.de* [online]. [2002] [cit. 2008-10-14]. Dostupný z WWW: <http://geonext.uni-bayreuth.de/>.
- [10] *GeoGebra* [online]. c2001-2008 [cit. 2008-10-14]. Dostupný z WWW: <http://www.geogebra.org>.
- [11] *Maxima, a Computer Algebra System* [online]. [2006] [cit. 2008-10-14]. Dostupný z WWW:  
<http://maxima.sourceforge.net/>.
- [12] *WxMaxima* [online]. c2006-2008 [cit. 2008-10-14]. Dostupný z WWW: <http://wxmaxima.sourceforge.net>.

*RNDr. Helena Binterová, Ph.D.*

*Katedra matematiky*

*Pedagogická fakulta JU v Českých Budějovicích*

*Jeronýmova 10, 371 15 České Budějovice*

*e-mail: hbinter@pf.jcu.cz*

*Marek Dvorožňák*

*student Pedagogické fakulty JU v Českých Budějovicích*

*Jeronýmova 10, 371 15 České Budějovice*

*e-mail: dvorom00@pf.jcu.cz*