

Učitel matematiky

Judita Piknerová

Matematika a hudba (1): Historický vývoj hudebně matematického myšlení

Učitel matematiky, Vol. 19 (2011), No. 1, 16–27

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150339>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2011

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

MATEMATIKA A HUDBA (1)

Historický vývoj hudebně matematického myšlení

JUDITA PIKNEROVÁ

První člověk, který zkoumal vztahy mezi matematikou a hudbou, byl Pythagoras, známý filozof žijící v 5. století př. n. l. většinou v jižní Itálii. Po něm dostal jméno filozofický směr *pythagoreismus*, který se stal světovým názorem uzavřené skupiny střední aristokracie v jižní Itálii.

Pythagoras studoval aritmetické, geometrické i harmonické řady a vypracoval řadu pojmů elementární geometrie: dokázal např. sám nebo pod jeho vlivem někteří z jeho žáků tzv. *Pythagorovu větu*, jejíž konkrétní případy byly známy již Egypťanům, objevil, že součet úhlů v trojúhelníku se rovná dvěma pravým atd. Když se zabýval hudbou, přišel na to, že výška tónů odpovídá délce struny a že souzvuky odpovídají určitým číselným poměrům. Podle pythagorejců také pohybující se nebeská tělesa vydávají tóny (harmonie sfér), jejichž výše odpovídá vzdálenosti hvězd a zároveň rozdílu tónů v oktávě. Odtud vyvodili závěr, že číslo je podstatou věcí a principy čísel jsou zároveň principy věcí. Tak se od látky obrátili k formě, od kvality ke kvantitě. Pro Pythagora znamenaly číselné poměry opravdu všechno. Věřil, že opravdu vše lze popsat pomocí čísel a jejich vzájemných poměrů (kromě hudby a vesmíru také lidské vztahy). Byl tedy prvním člověkem, který věřil, že matematika se nachází všude.

Jako jiní předsokratikci chtěl i Pythagoras vysvětlit záhadu světa, původ a kořen všeho však nehledal ve smyslové skutečnosti živlů, nýbrž ve skutečnosti ideální a rozumově pochopitelné. Základem byl „mužský princip“, k němuž však přistupuje ještě „nevymezená dvojice“ jako princip „ženský“ a „sudý“. Řecký historik 3. stol. n. l. a autor nejstarších dějin filozofie Diogenés Laertský to charakterizuje takto:

Počátkem všeho je jednotka, z ní pak vznikla nevymezená dvojice, která je jako látka podřazena jednotce jako příčině. Z jednotky a nevymezené dvojice vznikají čísla, z čísel pak body, z bodů čáry a z čar zase plošné útvary, z plošných útvarů prostorové tvary, z nich pak vnímatelná tělesa, jimž jsou i čtyři prvky: oheň, voda, země a vzduch. Ty se mezi sebou přeměňují a zcela přecházejí jedno v druhé navzájem. Z těch také vzniká oduševnělý svět, nadaný myslí. Má podobu koule obklopující Zemi uprostřed. Ta má rovněž kulový tvar a je na povrchu obydlená. Jsou tedy i proti-
nožci, pro které je „nahore“ tam, kde je pro nás „dole“.

Mezi těmi, jež Pythagoras ovlivnil, vynikli – vedle Platóna – zejména Empedoklés a Démokritos, dále jeho žáci: slavný lékař Démokedés a Hippiasos z Metapontu, autor řady velmi důmyslných geometrických konstrukcí a hudební teoretik. Později Archytas z Tarentu, státník a hudební teoretik, autor prvního soustavného pojednání o hudební teorii, zdůraznil význam matematiky a zvláště aritmetiky pro akustiku a hudbu, ale i pro uspořádání společnosti.

Základním objevem v antické hudbě bylo rozlišování konsonancí (libozvuků) a disonancí (nelibozvuků). Lidé si již velmi brzy začali uvědomovat, že dva tóny znějící současně ne vždy tvoří příjemný souzvuk. Také objevili, že nejpříjemnější dvojjzvuky tvoří tóny, z nichž frekvence jednoho je celočíselným násobkem frekvence druhého (např. tóny s frekvencemi 440 Hz a 880 Hz). Další výsledky ukázaly, že tóny s frekvencemi těchto celočíselných násobků zní slaběji, když současně s nimi zní tón o základní frekvenci. S každým tónem zní současně celá řada dalších tónů, jejichž frekvence jsou také celočíselné násobky frekvence základního tónu. Tyto tóny nazýváme *aliquotní* a určují charakteristickou barvu zvuku. Tón jednotné výšky hraný různými hudebními nástroji nezní stejně. Například nástroje s ostřejším zvukem (trubka, pozoun) mají silnější liché aliquotní tóny, sudé aliquotní tóny dávají zvuku spíš teplo a měkkost. Jejich kmitočty jsou tedy dány poměrem celých čísel (1 : 2 : 3 : 4 atd.) a vytvářejí tzv. *harmonickou řadu*, která postupuje vždy ve stejných intervalech: oktáva, kvinta, kvarta, velká tercie, malá tercie atd. až k sekundám a ještě menším

intervalům teoreticky do nekonečna.

V pythagorejském ladění dochází také k nesouhlasnému znění dvanácté čisté kvinty a sedmé čisté oktávy. Rozdíl je vyjádřen poměrem $9 : 8$ a nazýváme ho *pythagorejské kóma*.

V době antického Řecka byly matematika a hudba silně propojeny. Hudba byla považována za čistě matematickou disciplínu, která pracuje s číselnými vztahy a poměry. Ve středověkém kvadriviu byla v univerzitní výuce hudba dokonce umístěna na stejnou úroveň jako aritmetika, geometrie a astronomie. Tento výklad zcela zanedbával kreativní aspekty hudebních představení. Hudba nyní byla pouze vědou o zvuku a harmonii.

Hudba v antickém Řecku však nebyla zdaleka tak komplikovaná jako hudba současná. Oktáva obsahovala pouze pět tónů. Pythagoras poukázal na to, že zvuk každého tónu je výsledkem číselného poměru, který se vytvoří na struně. Pythagorejské ladění doplněné o interval velké tercie s frekvencemi v poměru $5 : 4$ se nazývá *didymické ladění*. Mnoho kithar antického Řecka mělo šest strun naladěných přibližně na tóny A, C (s frekvencemi v poměru $5/4$), D (s frekvenčním poměrem $4/3$), E (s frekvenčním poměrem $3/2$) a A o oktávu výše než původní (s frekvenčním poměrem $2/1$). Poslední frekvenční poměr je nejdůležitější, protože dva tóny s frekvencemi v tomto poměru jsou posuzovány jako cyklicky identické. Z potřeby vzniku konsonantní tercie byl sestrojen interval čisté tercie s podílem frekvencí $5 : 4$. Rozdíl mezi pythagorejskou a čistou tercií je označován jako *syntonické kóma*. Později, rozlišováním intervalů malé a velké tercie, se položil základ k tvorbě akordů.

Uvážíme-li pythagorejské hudební intervaly, je přirozené, že vznikla potřeba jiného systému ladění. V případě použití čistých ladění mají intervaly velikost danou poměrem celých čísel. Pokud jsou tato čísla dostatečně malá, znějí souzvuky velmi příjemně. Tato ladění mají však i své nevýhody, které fakticky znemožňují jejich použití v běžné současné evropské hudbě. Přesné frekvence jednotlivých tónů se navíc v různých stupnicích u čistých ladění liší. Při modulaci do jiné tóniny znějí proto některé intervaly rozladěně, takže čistá ladění jsou pro složitější hudbu

využívající modulací prakticky nepoužitelná. V čistých laděních také není možná enharmonická záměna většiny tónů. To působí potíže při konstrukci a ladění nástrojů s pevnými výškami tónů. Pro zmírnění některých výše uvedených problémů čistých ladění bylo vytvořeno mnoho temperovaných ladění, u nichž jsou některé čisté intervaly záměrně rozladěny, aby se docílilo přesnějšího naladění intervalů jiných. Nejvýznamnější předností temperovaných ladění je umožnění modulace i do jiných tónin a u většiny těchto ladění existuje také enharmonická záměna, která umožňuje omezit počet tónů v oktávě (v evropské hudbě na 12). Nerovnoměrně temperovaná ladění mají frekvence tónů upraveny tak, aby blízké tóniny od základní tóniny zněly co nejlépe a vzdálené tóniny alespoň použitelně.

Rovnoměrně temperované ladění je v současnosti nejpoužívanějším laděním v evropské hudbě. Všechny intervaly stejného druhu jsou stejně velké, což je způsobeno rozdělením oktávy na dvanáct shodných částí, které nazýváme *půltóny*. Žádný interval kromě oktáv není ve skutečnosti čistý. Všechny tóniny jsou pak rovnocenné, modulace je možná do libovolně vzdálených tónin bez vlivu na zvukovou kvalitu intervalů.

V pythagorejském ladění byl celý tón definován jako rozdíl mezi hudebními intervaly čisté kvinty a čisté kvarty, který se udával v poměru $9 : 8 = 1,125$. Nyní se celý tón skládá ze dvou půltónů (každý je vyjádřen $\sqrt[12]{2}$). Pro dva půltóny obdržíme hodnotu $\sqrt[12]{2} \cdot \sqrt[12]{2} = \sqrt[6]{2} \approx 1,1225$.

Zajímavé je, že lidské ucho stále preferuje dřívější pythagorejské ladění, zatímco temperovaný systém ladění je nutný pro tvorbu akordů.

Otázky tónů a ladění jsou jedním z hledisek, kde se pomocí matematických úvah vstupuje do světa hudby. Avšak zejména v soudobé hudbě není nejdůležitější pouze melodická a harmonická stránka hudby. Daleko důležitější je rytmický vývoj v toku času a zde jsou matematické představy všudypřítomné. Nejen že na první pohled zjevná symbolická hudební notace je po všech stránkách matematická, v mnohých hudebních kompozicích můžeme navíc nalézat i odraz jednotlivých matematických disciplín (jako

např. aritmetiky a geometrie). Zajímavým objevem je i výskyt Fibonacciho čísel a teorie zlatého řezu v hudbě. Využívají se při formální výstavbě kompozice (v její nejvyšší struktuře nebo ve vybraných podstrukturách). Konkrétním příkladem je např. první věta Bartókovy *Hudby pro strunné, bicí nástroje a celestu*. Bartókovým melodicko-harmonickým systémem se detailně zabýval E. Lendvai (1971, *Béla Bartók: An Analysis of His Music*). Mezi lety 1964 až 2001 vyšly jeho nejznámější publikace v angličtině, němčině a maďarštině. Lendvaiovy analýzy vycházejí především z matematicko-proporčních zákonitostí. Studoval výskyt principu zlatého řezu, který se zřetelně objevuje v mikrotektonice¹, a zařazení Fibonacciho řady do hudebního díla. Dále Lendvai formuloval osový systém², akustickou řadu (v hudbě označuje sedmitónovou řadu, která se od durové řady liší zvýšeným čtvrtým stupněm a sníženým sedmým stupněm) a alfa akord (vertikálně organizovaná osmitónová řada dvou zmenšených septakordů). Zlatý řez se však vyskytuje ve výtvarném umění aj., protože navozuje dojem krásy a harmonie, který je pro umění charakteristický. V mnohých případech lze tedy hovořit o aplikaci matematiky do umění obecně.

Z hlediska teorie informace je hudební skladba formou sdělení, které lze posuzovat nezávisle na odesilateli (skladateli) a příjemci (posluchači), protože je objektivně dáno notovým zápisem. Objekt analýzy je výhradně notový zápis. Notový zápis je diskrétní posloupností konečného počtu prvků. V zápise je fixována složka tónové výšky, metrorytmická složka a složka hlasitosti. V konkrétní skladbě můžeme jako základní abecedu označit všechny použité tónové výšky, další abecedou jsou použité rytmické hodnoty a konečně poslední abecedou jsou použitá dynamická ozna-

¹ *Makrotektonika* je nauka o hlavních stavebních částech skladby: expozice, evoluce, repríza, a vedlejších: introdukce, epizoda, dohra. Mikrotektonika studuje každou tuto část do detailů: zkoumá použité intervaly, využití hudebního materiálu, jeho soudržnost atd.)

² Osový systém náleží k hlavním formotvorným elementům Bartókovy hudby. Je vybudován na půdorysu kvintového kruhu a počítá se v něm s přiřazením harmonické funkce ke každému tónu v oktávě, tj. každý půltón znamená nějakou harmonickou funkci ve vztahu ke stanovené tónice.

čení. V utváření jednotlivých složek hudební řeči, interpretovaných jako posloupnosti písmen příslušné abecedy, lze vysledovat jisté statistické zákonitosti. Některá písmena se vyskytují relativně často, jiná zřídka. V této interpretaci je každá složka hudební řeči pravděpodobnostním systémem. Ukazatelem pravděpodobnosti je vždy relativní četnost jednotlivých písmen. Prostředky teorie informace nám dovolují zkoumat, jaké abecedy systém využívá, nakoľik je distribuce písmen náhodná a nakoľik podléhá výběru. Míra náhodnosti je určena hodnotou entropie, míra výběru, „nadužívání“, preference některých písmen je určena hodnotou redundance.

Muzikologické aplikace teorie informace formulují jako svůj cíl kvantitativní charakteristiku historických i novějších hudebních stylů. Ke konkretizaci úkolu v této podobě vedl v podstatě jediný důvod: analytickým studiem různých stylů se zjistilo, že důležitým kritériem odlišnosti je různá míra selektivity, kterou skladatelé uplatňují při využívání existujícího tónového materiálu. Silně selektivní styly omezují volnost výběru řadou pravidel a doporučení, jejichž výsledkem je minimum náhodných momentů a vysoký stupeň předpověditelnosti toho, co bude následovat. V tomto smyslu jsou selektivní styly vysoce organizovány. Zároveň s poklesem počtu kompozičních pravidel stoupá volnost výběru a s ní i míra náhodnosti, neurčitosti, nepředpověditelnosti dalšího průběhu. Toto zjištění, i když jen povšechné, ale zřetelně pravdivé, přivedlo teorii informace do muzikologie a zároveň určilo směr jejího využití. Analytická praxe přinesla ovšem nový problém značného dosahu. Je jím výběr skladeb, určených k analýze. Není pochopitelně možné zpracovat celý materiál jedné stylové epochy. Takový projekt by byl nereálný. Pečlivou selekcí musí být vybrán reprezentativní vzorek, který musí splňovat řadu požadavků. Základním je přiměřená délka, která by opodstatnila použití zákonů velkých čísel. Splnění této podmínky je možné zajistit s pomocí statistických testů.

Postupem času se začala zkoumat nejen přítomnost matematiky v hudebních kompozicích, ale vznikalo a vzniká množství teoretických prací, které se zabývají cílevědomou aplikací matematických disciplín do hudby. Následně jsou tyto teorie ověřo-

vány v praxi. V případě bádání některých hudebních skladatelů vzniklo neobyčejné a hodnotné dílo. Zajímavý – ne však ojedinělý – kompoziční způsob užívá z moderních skladatelů například Yannis Xenakis (nar. 1922). Vystudoval Polytechnickou školu v Aténách a jeho profese architekta se přímo promítla do utváření jeho hudby. Kládl si za cíl vytvořit nové zvukové kategorie s použitím exaktních matematických metod. Vychází z matematických výpočtů a úvah a dopracoval se nesporně osobitých zvukových postupů a efektů. Zavrhuje všechny dosavadní horizontální zvukové linie a vytváří jakýsi nový jednotný hudební blok, v němž jednotlivý zvuk ztrácí význam v prospěch celkového výsledku. Hudbu vytváří podle teorie pravděpodobnosti – odtud název *stochastická hudba*. Dále odvozuje hudbu z teorie množin a matematického myšlení – hudba symbolická, a také vytváří hudbu podle teorie her, odtud název „strategie musicale“. Typické jsou pro něj skladby pro velké množství nástrojů. Hráči jsou rozptýleni mezi posluchači a součástí struktury skladby jsou zvuky ve své podstatě náhodné. Používá k tomu účelu jak vlastní lidskou masu, tak i umělé zvuky nejrůznějšího původu.

Hudební umění dvacátého věku využívá – vedle obecné psychologie, neurokybernetiky, lékařství, lingvistiky, výtvarných umění a jiných příbuzných oborů – matematických principů hned v několika směrech. Jsou moderním prostředkem kvantitativní analýzy s úskalím dosti obtížné transformace kvantitativních a kvalitativních fenoménů realizovaných tvůrčím procesem. Na druhé straně se matematický vklad stává zejména při využití počítačů experimentálním pomocníkem vlastní kompoziční praxe.

Ve čtyřicátých a padesátých letech jsou zaznamenány první zahraniční, muzikologicky sporné teoreticko-analytické pokusy v pracích J. Schillingera (1946), McHose (1947 a 1951), G. K. Zipfa (1948), F. a C. Attneaveových (1955), W. Fuchse (1958), E. Youngooda (1958) aj. Léta šedesátá a sedmdesátá v tomto smyslu reprezentují J. E. Cohen (1962) a J. LaRue (1962), zabývající se stylovými zákonitostmi hudby, R. Ch. Zapirova (1971) zkoumal „závislost hustoty různých výšek za časovou jednotku v historickém vývoji“, R. Werner (1979) porovnával statistické výskyty v Ba-

chově a Weberově díle z hlediska intervalových postupů, a konečně F. T. Hofstetter (1979) se opět věnoval stylové analýze hudby. Skladatelsky zaměřené úsilí založené na principech teorie informace najdeme u L. Hillera (1959), Leonarda Isaacsona (1959) a dalších experimentátorů.

Česká a slovenská hudební věda zde nachází kriticky reflektovanou odezvu. Jedna z prvních muzikologických prací (1955) patřila pražskému komponistovi a teoretikovi J. Burghauserovi, který provedl podnětnou analýzu konkrétních znaků Janáčkovy skladebné faktury ověřované na tvorbě komorní (1887 až 1928) a symfonické (1877 až 1926). Další práce k tomuto tématu píše náš přední badatel Ant. Sychra (*Hudba a kybernetika*, Praha 1964), V. Majerník (studie *Einige informationstheoretische Parameter von einfachen Musikmaterial*, 1970), který na podkladě statistických metod a teorie informace analyzuje reprezentační soubor 701 slovenských lidových písní uchovaných ve známé Bartókové kritické sbírce. Novým využitím kvantitativních analytických metod v oblasti tonálně chápané melodiky a harmoniky se zabývala J. Ludvová. Ta také provedla experiment se sledy dvou harmonických funkcí (zvláštní funkce, kde každý tón ve stupnici nabývá právě jedné z nich). Zabývala se tak konkrétním zjišťováním, kolik možných pokračování a s jakou pravděpodobností má jedna funkce. Všestrannou intonační analýzu ve vztahu hudby a slova prováděl J. Jiránek (1971, 1976). Kvantitativním výzkumem harmonické složky se také zabýval J. Tvrzský (1973). Sledoval hlavně četnost a délku mollového trojzvuku, durového trojzvuku, dominantního čtyřzvuku a zmenšeného čtyřzvuku, což nalézal v cyklu klavírních skladeb L. Janáčka (1854-1928) nazvaném *Po zarostlém chodníčku*. Zkoumané četnosti a délky vyhodnocuje Tvrzský pomocí výpočtu aritmetického průměru, mediánu, modusu a textem blíže neurčené hodnoty R. Tabeľované číselné údaje vytvoří obraz, který má reprezentovat Janáčkovu osobitou harmonickou zaujatost vynikající právě v důsledku srovnání s klasicistním výrazovým harmonickým prostředkem.

Speciální kapitolu tvoří na prahu a v průběhu sedmdesátých let hudební rozbory a klasifikace lidové písně uskutečňované pomocí

samočinného počítače. Základní informace přináší studie D. Holého, Ant. Bartošíka a S. Zabadala (1970). Dané problematice byly zasvěceny tři domácí odborné semináře.

Vedle hudební folkloristiky byly činěny pokusy využít kvantitativní formalizace spolu se zapojením počítačů i v hymnologii. S. Tesař (1974) evidoval 1 500 melodií pocházejících ze závažných tištěných pramenů druhé poloviny 15. století.

Ve druhé polovině sedmdesátých let se problematikou uplatnění matematických metod v hudební analýze zabývá kandidátská disertace M. Kaducha (1978), úspěšně obhájená na filozofické fakultě UJEP v Brně. Bezprostředně k vytyčenému tématu se však vztahují další příspěvky muzikologického charakteru. Závažným dílem je publikace *Totožnost a podobnost melodií* slovenské vědkyně Ľ. Ballové (1982). Autorka zde kromě vlastního kritického přínosu shrnuje veškeré dosavadní poznatky o v praxi aplikovaných matematických metodách, s uvědoměným akcentem na počítačové možnosti a náročné požadavky muzikologického výzkumu současnosti.

Nestandardní aplikace matematiky ve společenskovedních oborech vychází ze soudobého pojetí vztahu mezi abstraktními matematickými konstrukcemi a reálnou skutečností. Daná součinnost se pak zračí v samotném předmětu matematiky 20. století. V základních muzikologických výzkumech věnovaných fenoménu nestandardní aplikace matematiky v české a v slovenské hudební analýze týkající se skladebného artefaktu, se dospělo na bázi hypotetického předpokladu prvku nahodilosti v hudební tvorbě, k významné exploataci teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky, ověřující a utvářející pravděpodobnostní modely vycházející z hudební tvorby. Vyšší úkony vypovídající novými pojmy zejména o hudební stylovosti se zase verifikují pomocí teorie informace na základě Shannonovy definice o množství informace (1948), jakož i teorie množin a faktorové analýzy. Rozvoj statistické fyziky přinesl další výbojné podněty.

Proces je chápán jako jev probíhající v čase. Vzniká teorie stochastických procesů řídicích se pravděpodobnostními zákonitostmi. V muzikologii se aplikovala závažná třída stochastických dějů, kte-

rými jsou Markovovy procesy. Je to situace, kdy předpokládáme, že „výsledek každého nového pokusu závisí pouze na výsledku bezprostředně předcházejícího pokusu, ale nezávisí na výsledcích dřívějších pokusů“. Přenesené použití v exaktní analýze funkcionálních harmonických sledů artificiální hudby nemusí být vždy důležité.

Současné bádání zasahuje do široké oblasti matematických disciplín (aritmetika, algebra, teorie informace, teorie her, teorie kategorií, teorie čísel, kombinatorika, pravděpodobnost a statistika aj.). Zde uvádíme pouze pro informaci několik prací z celosvětové literatury, které to dokládají: *Independence polynomials of circulants with an application to music* R. Hoshino a J. Browna, *Maximally even sets and configurations* J. Douthetta a R. Krantze, *An algebra for tree-based music generation* F. Drewese a J. Högbega, *Music and probability* D. Temperleyho, *Die Musik der Primzahlen* M. du Sautoye, *The light music of integral geometry* R. Langevina, *The sounding algebra* E. Knoblocha, *Mathematical modelling in music* L. Tadeschini Lalli, *On group theory in music* H. Albuquerque a J. P. P. Oliveiry.

V české a slovenské literatuře existuje daleko více prací, které se více než tématu hudby a matematiky věnují tématu hudby a počítačů. Mnozí autoři popisují hudební teorii a hudební kompozice pomocí elementární matematiky, která k těmto účelům jistě stačí. Nemůže se však potom jednat o práce interdisciplinárně hodnotné. V takových pracích se rozpracovávají tónové soustavy, vyvážené intervalové řady, transformace hudebního materiálu, zabývají se kompozičními jazyky skladatelů nepostradatelnými pro další hudební vývoj. Použije-li se v těchto hudebních textech slovo matematika nebo jakýkoliv matematický výraz, skutečně až na výjimky se jedná o jednoduché aritmetické znalosti či dovednosti. K celosvětově uznávaným pracím však patří publikace J. Halušky, jehož bádání předpokládá hluboké znalosti v daném okruhu. V současné době Haluška přednáší na Žilinské univerzitě funkcionální analýzu a aplikovanou statistiku. Mezi jeho práce patří např. *The Mathematical Theory of Tone Systems, Equal Temperament and Pythagorean tuning: a geometrical interpretation in the plane*, *Uni-*

modular matrices and diatonic scales, The Petzval's Theory of Tone Systems. Některé jeho další texty jsou psány ve spolupráci s různými hudebními teoretiky, protože on sám se zabývá především funkcionální analýzou a teprve v rámci aplikované matematiky publikuje mj. i o tónových systémech v hudbě. Tónové systémy daly podnět ke vzniku celých oblastí matematiky (jmenujme Fourierovu, resp. harmonickou analýzu, parciální diferenciální rovnice). Z klíčových postav minulosti uvádíme pouze ty nejslavnější: Archytas, Pythagoras, Ptolemaios, Fibonacci, Mersenne, Kepler, Petzval, Stevin, Euler, Fourier, Helmholtz. Podle Halušky co je problémem a zdánlivě nepřekonatelnou nevýhodou, ukázalo se být charakteristickou vlastností tohoto předmětu. Pro tónové systémy je charakteristická interdisciplinárnost. Situaci velmi ztěžují tzv. popularizační knihy o tomto předmětu, které neustále opakují již známá a jednoduchá fakta. Nováček z toho může snadno usoudit, že se vlastně o nic závažného nejedná. Přitom nejde pouze o interdisciplinárnost v rámci samotné matematiky (články zařazované do algebraických struktur, matematické analýzy, statistiky, teorie grafů, funkcionální a harmonické analýzy atd.), ale jestliže chápeme předmět aplikovaně, jedná se o interdisciplinárnost v rámci různých přírodních věd, věd o životě, ale také umění, kosmologie, filozofie, informatiky, teologie aj.

Úkoly, které zaměstnávají hudebníky, se však zásadně liší od úkolů, jimiž se zabývá matematik. Ten nepotřebuje svůj úkol zhmotnit v žádném médiu ani jeho prostřednictvím něco sdělovat. Matematik se může zabývat analýzou hudby a využívat při tom svého hudebního nadání, avšak z jeho hlediska je hudba jen uspořádaným souborem prvků určitého typu. Hudebník naopak vyžaduje, aby byla struktura vytvořena ze zvuků, jejichž konečné uspořádání není výsledkem formálních úvah, ale vzniká díky jejich expresivní síle a působivosti.

Literatura

- [1] Ludvová, J., *Matematické metody v hudební analýze; k muzikologické aplikaci teorie informace a teorie množin*, Editio

Supraphon Praha, 1975.

- [2] Berger, R., Riečan, B, *Matematika a hudba*, VEDA, Bratislava, 1997.
- [3] Jovčuka, M. T., Ojzermana, T. I., Ščipanová, I. J, *Dějiny filosofie*, Nakladatelství Svoboda, Praha, 1976.
- [4] Haluška, J, *The Mathematical Theory of Tone Systems*, Ister Science Bratislava, 2004.

Mgr. Judita Piknerová

Ústav matematiky a statistiky, PřF MU

Kotlářská 2, 611 37 Brno

e-mail: 151356@mail.muni.cz