Rozhledy matematicko-fyzikální

František Jáchim

François Viète a počátek novověké matematiky

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 88 (2013), No. 3, 23–26

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/146534`

François Viète a počátek novověké matematiky

František Jáchim, VOŠ a SPŠ Volyně

Abstract. The paper presents the areas of contribution of a French mathematician François Viète to the development of algebra and the use of trigonometric functions in practical calculations. It also mentions Viète's theorem on the possibilities of finding integer roots of high degree polynomial equations.

Skvělá starořecká matematika nalézá svoji obrodu a další rozvoj někdy v první třetině 16. století. Mezi význačné matematiky nové plejády, kteří na antickou matematiku tvořivě navázali, patřil především Francouz François Viète (1540–1603). Běžně se o něm ví, že zavedl jednoduché symbolické značení, krátce řečeno užití písmen v matematické symbolice. To je ale z jeho celkového přínosu pouze okrajové. Viète významně přispěl k rozvoji trigonometrie, k praktickému řešení algebraických rovnic vyšších stupňů i k vlastní numerické početní technice.

Narodil se ve Fontenay-le-Comte v rodině právníků. Ctil přání rodičů a po klášterních studiích v rodném městě a na univerzitě v Poitiers se právníkem skutečně stal. Ne zcela obyčejným, nýbrž právníkem pohybujícím se ve vysokých kruzích – radil Marii Stuartovně, v roce 1571 působil u pařížského vrchního soudu, roku 1573 byl soudcem v Rennes. Do svých služeb ho povolal král Jindřich III. jako soukromého poradce. Lépe se Viètovi zřejmě soudily věci státnické než příbuzenské. Když rozsoudil manželské a snoubenecké spory mezi významnými rody Rohanů, Nemoursů a Guisů, zasel tím semínko budoucí odvety. V roce 1580 se sice stal soudcem královského dovolacího soudu, ale právě rody Guisů a Nemoursů mu ale neodpustily jeho předchozí verdikty z jejich mimomanželských pletek a vymohly si jeho odvolání. Do blízkosti vlády se vrátil ve zcela jiné pozici – jako luštitel španělských nepřátelských šifrovaných dopisů. Po celé dva roky měla strana Jindřicha III. a následně Jindřicha IV. možnost čtení šifrovaných dopisů mezi španělskými vojsky a jejich králem. Když na to španělský král Filip. II přišel, stěžoval si u papeže, neboť považoval za nemožné rozluštit jím vymyšlené kódy, a vinil francouzskou stranu dokonce z čarodějnictví. Ve službách Jindřicha IV. Viète zůstal až do své smrti v roce 1603.

Do matematiky vstoupil ještě dříve než do vysokých právních kruhů. V roce 1564 vstoupil do služeb šlechtického rodu Soubise a stal se tajemníkem Antoinetty d'Aubeterre. Když její dceru učil matematice, poznal její mimořádné nadání a zájem. Obsah lekcí, které jí dával např. z astronomie, shrnul do spisu *Principy kosmografie* vydaného roku 1637 a později ještě dvakrát. Své bývalé žačce věnoval s odstupem času *Úvod do umění analytického*.

Viètovo první dílo *Canon mathematicus* (1579) je dílo geometrické. Obsahuje výklad rovinné i sférické trigonometrie s příslušnými vzorci vyjadřujícími vztahy mezi goniometrickými funkcemi. Jeho součástí jsou i příslušné tabulky hodnot funkcí. Viète je sestavil na základě vlastních výpočtů opírajících se o kruh, jemuž byl opsán pravidelný mnohoúhelník s 12 288 stranami a současně vepsán pravidelný mnohoúhelník s polovičním počtem stran. V tabulkách volil krok po jedné obloukové minutě a hodnotu příslušné goniometrické funkce zapsal deseti platnými číslicemi.

Jedním z produktů práce s pravidelnými mnohoúhelníky byl výpočet čísla π. Jeho velikost vyjádřil nekonečným součinem

$$\frac{2}{\pi} = \cos\frac{90^\circ}{2} \cdot \cos\frac{90^\circ}{4} \cdot \cos\frac{90^\circ}{8} \cdot \cos\frac{90^\circ}{16} \ldots$$

Pro hodnotu π dostáváme nekonečný součin

$$\pi = 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}} \ldots$$

Výpočet podle této části rozvoje dává onu „školskou“ hodnotu $\pi \doteq 3{,}14$. (Viètův postup k získání uvedeného vztahu je např. v [1] na str. 75.)

16. a 17. století je obdobím mohutného rozvoje astronomie. Nová pozorování planet a komet vstoupila do zdlouhavých numerických výpočtů astronomů, jako byl Tycho Brahe, Johannes Kepler a další. Ti při svých výpočtech užívali čísel až s deseti platnými číslicemi. François Viète velmi přispěl k zjednodušení počtářské rutiny užitím vztahů mezi goniometrickými funkcemi. Ukážeme si, jak např. vypočítat součin čísel s mnoha platnými číslicemi snáze, a to převedením na součet právě prostřednic-

tvím goniometrických funkcí. Viète používal vzorec*)

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}{2} \tag{1}$$

Mějme např. čísla $a = 36\ 125$ a $b = 71\ 138$. Kalkulačka nám dnes ihned sdělí, že $ab = 2\ 569\ 860\ 250$. S využitím vzorce (1) a s hledáním ve svých tabulkách Viète postupoval takto:

$$\cos\alpha = 0{,}361\ 25 \Rightarrow \alpha = 68{,}823\ 017\ 34^\circ$$

$$\cos\beta = 0{,}711\ 38 \Rightarrow \beta = 44{,}652\ 692\ 87^\circ$$

$$-\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -$$

$$\alpha+\beta = 113{,}475\ 710\ 21^\circ$$

$$\alpha-\beta = 24{,}170\ 324\ 47^\circ$$

$$-\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -$$

$$\cos(\alpha+\beta) = -0{,}398\ 360\ 257$$

$$\cos(\alpha-\beta) = 0{,}912\ 332\ 307$$

$$-\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -$$

$$\frac{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}{2} = 0{,}256\ 986\ 025\ 0$$

Tedy je součin čísel $ab = 2\ 569\ 860\ 250$.

Jen o málo později dostali astronomové další výhodnou pomůcku k výpočtům – logaritmy (Napier, Bürgi).

Viètovo zavedení nové symboliky (blízké dnešní) do algebry umožnilo snazší orientaci ve výpočtech, především při řešení rovnic vyšších stupňů. Při řešení rovnic se student možná okrajově dozví o Viètově poznatku vztahu mezi kořeny a koeficienty. Pokud máme rovnici čtvrtého stupně v normovaném tvaru a můžeme-li předpokládat, že má alespoň některé celočíselné kořeny, pak jejich součin dává absolutní člen rovnice. Ukažme si to na příkladu, kdy máme nalézt kořeny rovnice

$$x^4 + x^3 - 31x^2 - x + 30 = 0.$$

*) Tento vzorec sám odvodil, stejně jako mnoho dalších vztahů mezi goniometrickými funkcemi.

Podle Vièta platí pro kořeny vztah

$$x_1x_2x_3x_4 = 30,$$

tj. pokud jsou kořeny x_1, x_2, x_3, x_4 celá čísla, potom budou z množiny

$$\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 5, \pm 6, \pm 10, \pm 15, \pm 30\}.$$

Dosazením zjistíme, že rovnice má kořeny 1, -1, 5, -6.

Ovšem nizozemský vyslanec a matematik Adriaan van Roomen u dvora francouzského Jindřicha IV. vytáhl na Vièta roku 1593 větší kalibr. Předložil mu rovnici

$$x^{45} - 45x^{43} + 945x^{41} - \cdots - 3795x^3 + 45x = K$$

a prohlásil, že ve Francii není nikoho, kdo by nalezl alespoň některá její řešení. Viète nejenže polynom rozložil na tři polynomy (dva stupně třetího a jeden stupně pátého), ale nalezl 23 kořenů rovnice (jsou to všechna kladná řešení). Prý rovnici řešil celou noc. Když v roce 1595 psal Roomenovi zpět, vyzval ho, aby vyřešil starověkou Apolloniovu úlohu o nalezení kružnice, která se dotýká tří daných kružnic. Oba se nakonec velmi spřátelili.

Ještě v jednom sporu si vedl velice dobře: Překladatel a dobrý znalec starořeckých rukopisů tvrdil, že našel řešení tří proslulých úloh starověku (zdvojení krychle, trisekce úhlu, sestrojení libovolného pravidelného n-úhelníka) a že vyjádřil číslo π jako racionalitu. Viète ale dokázal, že pomocí kružítka a pravítka lze řešit pouze úlohy popsané rovnicemi nejvýše druhého stupně, zatímco tzv. zdvojení objemu krychle konstrukčně vyžaduje práci se složitějšími (a tedy pouze přibližně znázorněnými) křivkami.

François Viète byl přizván jako poradce k připravované kalendářní reformě uskutečněné v některých zemích roku 1582 gregoriánským kalendářem. Nepatřil však k jejím zastáncům.

Literatura

[1] Úlehla, J.: *Dějiny matematiky, II. díl.* Praha, 1913.

[2] Struik, D. J.: *Dějiny matematiky.* Praha, 1963.