dieser Zeitschrift durchblättert, wo ich einigemal meine Meinung über diese Frage erklärt habe.

Zuletzt muß ich erklären, daß Herr Dr. Fuhrich in seiner Kritik schwache Argumente durch starke Worte zu unterstützen versucht hat. Seine Argumente waren leicht zu widerlegen; in starken Worten möge er Priorität und Superiorität behalten.

LITERATURA.

V. Volterra: **Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie.** Gauthier Villars, Paris 1931, str. VI + 214, frs 60.—.

Obsahem této knihy jest určité použití matematiky v biologii. Vyjděme z definice, že biologické sdružení tvoří více druhů organických individuí, které žijí v témže prostředí. Vzájemný styk druhů způsobuje, že zpravidla individua navzájem zápasí o stejnou potravu, kterou dané prostředí poskytuje, anebo kromě toho ještě jisté druhy slouží jiným druhům za potravu. Nastává zjev zvaný obecně „boj o život", který se kvantitativně projevuje tím, že během času se mění počet individuí každého druhu. Matematická teorie boje o život má za úkol teoreticky studovati časové změny (variace) v počtu individuí jednotlivých druhů v daném prostředí.

Základem pro matematický popis jest následující úvaha: Nechť $N(t)$ jest počet individuí určitého druhu v čase t. Pak $\frac{dN}{dt}$ = rychlost změny (rychlost variace) v počtu těchto individuí a $\frac{1}{N} \cdot \frac{dN}{dt}$ = intensita variace. Je-li v prostředí k druhů, přísluší ke každému druhu počet individuí $N_i(t)$ pro $i = 1, 2, \ldots, k$. Nejjednodušší a nejpravděpodobnější hypotésa o intensitách jednotlivých variací jest

$$\frac{1}{N_i} \cdot \frac{dN_i}{dt} = f_i(N_1, N_2, \ldots, N_k) \qquad (i = 1, 2, \ldots, k), \qquad (+)$$

kde f_i jsou analytické výrazy, jejichž tvar se stanoví podle bližších podmínek. Při tom mohou zásadně nastati dva případy: 1. buď intensita variace v okamžiku t_0 závisí jedině na hodnotách $N_i(t_0)$, anebo 2. tato intensita závisí na všech hodnotách $N_i(t)$, které leží v jistém intervalu před okamžikem t_0, tedy pro které $t'_0 \leq t \leq t_0$. V prvém případě relace (+) dává systém k obyčejných diferenciálních rovnic pro N_i $(i = 1, 2, \ldots, k)$. V druhém případě relace (+) vedou na rovnice integro-diferenciální, protože f_i obecně není funkcí proměnných N_i, nýbrž funkcionálem těchto proměnných.

Abychom mohli konkrétněji posouditi tyto úvahy, uvedu případ, kdy v témže prostředí žijí dva druhy individuí, z nichž prvý druh (*1*) slouží skoro výhradně za potravu druhu druhému (*2*).

Uvažujme nejdříve jen stavy současné. Kdyby nebylo v prostředí druhu (*2*), intensita variace pro druh (*1*) byla by rovna konstantě $\varepsilon_1 > 0$ (což jest nejjednodušší hypotésa). Protože však se vyskytuje také druh (*2*), ubývá druhu (*1*) se vzrůstem počtu individuí druhu (*2*). Tento úbytek označme jako $(-\gamma_1 . N_2)$, kde γ_1 = konst. > 0. Tedy

$$\frac{1}{N_1} \cdot \frac{dN_1}{dt} = \varepsilon_1 - \gamma_1 . N_2. \qquad (a)$$

Naopak: Kdyby v prostředí byl toliko druh (*2*), ubýval by, neboť jest potravou odkázán hlavně na druh (*1*). Intensita variace by byla rovna konstantě ($-\varepsilon_2$), kde $\varepsilon_2 > 0$. Protože se však prvý druh v prostředí vyskytuje, roste na jeho útraty druh (*2*) a tento růst jest úměrný hodnotě ($+\gamma_2 . N_1$), kde $\gamma_2 = \text{konst.} > 0$. Celkem

$$\frac{1}{N_2} \cdot \frac{dN_2}{dt} = -\varepsilon_2 + \gamma_2 . N_1. \tag{b}$$

Rovnicemi (*a*), (*b*) jest stav druhů v prostředí pro každý okamžik t popsán.

Uvažujme nyní kromě stavů současných také stavy minulé. Budiž $\varphi(\xi) . d\xi$ pravděpodobnost (kterou zjistíme ze statistických dat), že individuum z druhu (*2*) se dožije věku mezi (ξ, $\xi + d\xi$). Předpokládáme-li, že tato pravděpodobnost se časově nemění (tedy, že jest nezávislá na okamžiku pozorování t), pak se můžeme orientovati o věkovém rozložení souboru $N_2(t)$. Integrál

$$\int_{\Theta}^{+\infty} \varphi(\xi) . d\xi = f(\Theta)$$

značí pravděpodobnost, že individuum z druhu (*2*) se dožije věku v polouzavřeném intervalu $< \Theta, +\infty)$, tedy pravděpodobnost, že se dožije nejméně věku Θ. V okamžiku t individuí jest $N_2(t)$. Kolik individuí z tohoto počtu žilo v okamžiku $\tau < t$? Žila všechna individua, jejichž věk v okamžiku t jest nejméně ($t - \tau$), tedy

$$N_2(t) . f(t - \tau) = \overline{N}(t, \tau).$$

V intervalu ($\tau, \tau + d\tau$) počet $\overline{N}$ pohltil $\overline{N}(t, \tau) . \gamma N_1(\tau) d\tau$ individuí druhu (*1*). Tato potrava způsobila, že v intervalu ($t, t + dt$) vzrostl počet individuí druhu (*2*) o

$$\psi(t - \tau) dt . \overline{N}(t, \tau) . \gamma N_1(\tau) d\tau,$$

při čemž koeficient růstu ψ jest funkcí délky intervalu $< \tau, t >$. Zjevy v $d\tau$ a dt považujeme jinak za nezávislé. Sečteme-li zjevy pro všechny minulé okamžiky, vznikne

$$N_2(t) dt \int_{-\infty}^{t} F(t - \tau) N_1(\tau) d\tau,$$

kde
$$F(t - \tau) = \gamma . \psi(t - \tau) . f(t - \tau).$$

O tento výraz musíme opraviti rovnici (*b*), takže pak má tvar

$$\frac{1}{N_2} \cdot \frac{dN_2}{dt} = -\varepsilon_2 + \int_{-\infty}^{t} F(t - \tau) N_1(\tau) d\tau. \tag{b'}$$

Autor probírá případy ještě složitější a podrobně je propočítává. Pro čtenáře v analysi méně zběhlé (hlavně pro biology) uvedeny jsou ve třech delších statích matematické výklady, týkající se teorie determinantů, algebraických rovnic a forem a řešení integrálních (integro-diferenciálních) rovnic typu Volterrova. V závěru knihy jsou různé poznámky historické, bibliografie a pod.

Cenil bych si u knihy hlavně tu okolnost, že na konkrétních případech podává vhodné návody, jakým způsobem třeba matematiku aplikovati. Dále bych zdůraznil velkou propracovanost případů, čímž se četba usnadňuje. V tomto směru jest kniha Volterrova velmi poučná a proto doporučení hodna. — K úplnosti uvedu ještě několik prací, které se vztahují k matematické teorii boje o život:

1. V. Volterra: **Ricerche matematiche sulle associazioni biologiche.** Giornale dell' Istituto Italiano degli Attuari 2., 295—355. (1931).

2. B. Levi: **Stabilità ed instabilità delle associazioni biologiche.** Boll. Un. mat. ital. 10., 209—215. (1931).

3. M. Brelot: **Sur le problème biologique héréditaire de deux espèces dévorante et dévorée.** Ann. Mat. pura ed appl. IV., 9., 57—74. (1931).

4. V. A. Bailay: **The interaction between hosts and parasites.** Quart J. Math. Oxford 2., 68—77. (1931).

Otomar Pankraz.

R. Becker - H. Plaut - I. Runge: **Anwendungen der mathematischen Statistik auf Probleme der Massenfabrikation.** Springer, Berlin, 1930; stran 120.

V posledních několika letech byly matematicko-statistické metody s dobrým úspěchem použity na některé technické problémy, které se vyskytují při hromadné výrobě určitého druhu předmětů. První větší pokus provedl K. Daeves v porýnském železářském průmyslu a jiný, na př. A. Westman v americké keramické industrii. Předložená kniha má za úkol systematicky pojednati o otázkách, které se při těchto výzkumech vyskytly, a má podávati bezpečné základy, pomocí kterých by technik mohl s větší kritičností určiti a zhodnotiti všechny elementy výrobního procesu.

O jaké problémy se jedná, vyplývá stručně z této úvahy: Cílem hromadné výroby jest, aby předměty byly vesměs stejných vlastností. Na př. při výrobě určitého druhu žárovek doba, po kterou nepřetržitě svítí, má býti stejně dlouhá. Různé výrobní důvody, které mají povahu buď náhodnou anebo systematickou, však způsobují, že obecně každá žárovka svítí různou dobu. Jsou proto nutné kontroly. Každá kontrola však vede ke zničení zkoušené žárovky, takže nezbývá než užíti t. zv. representativní metody,*) při níž z výsledku platného pro parciální soubor statistický usuzujeme na soubor celkový. Při tom vydatný pracovní prostředek poskytuje teorie rozptylu.

Veškeré tyto otázky jsou velmi dobře vyloženy v prvém (praktickém) oddílu knihy. Kromě teorie rozptylu nalézají se v něm na př. aplikace Gaussovy křivky, korelace a teorie risika. Druhý oddíl jest matematický a obsahuje přesné důkazy základních vět statistických. Pokud jde o celkové zpracování, může o něm recensent pronésti jen velmi dobrý úsudek, neboť kniha má veškeré přednosti, které poskytuje solidní spolupráce: její sloh jest ukázněný a její obsah sestaven jest s velkou kritičností.

Otomar Pankraz.

Giornale dell' Istituto Italiano degli Attuari. Anno III (1932), No 1.

M. Jacob: **Sul calcolo dei premi per rischi tarati.** (Výpočet premií pro risika se zvýšenou úmrtností.)

U. Broggi: **Le funzioni quasi-interpolari e l'interpolazione nella Matematica attuariale.** (O jisté třídě funkcí, které jsou analogické Lagrangeovým interpolačním polynomům.)

J. F. Steffensen: **Sulla perequazione pseudo-analitica delle tavole di mortalità.** (Italský překlad přednášky konané v Praze 23. října 1931; německý text viz Aktuárské vědy, roč. III., č. 1.)

---

*) O této metodě viz také české pojednání p. prof. Dr. J. Janka: K teorii representativní metody. (Časopis matematiky a fysiky, roč. 57 (1928), p. 286—290.)

P. Mazzoni: **Contributo alla teoria degli accumuli.** (Příspěvek ke Cantelliho teorii o hromadění kapitálu; teorie vede na integrální rovnici typu Volterrova.)

I. Romanelli: **Prime ricerche su la mortalità degli obesi rifiutati dall' Istituto Nazionale delle Assicurazioni.** (Studie o úmrtnosti otylých osob.)

R. Cultrera: **Breve osservazione sopra un concetto di convergenza di una successione di variabili causali.** (Krátká, ale výstižná poznámka o Fréchetově definici limity ve smyslu počtu pravděpodobnosti. Ukazuje, že definice Fréchetova — a tedy také speciálnější definice Cantelliho — dá se redukovat na obvyklou (analytickou) definici limity pro funkce totálních pravděpodobností, příslušné k uvažovaným nahodově proměnným veličinám.)

Q. Toja: **Intorno ad una indagine sulla morbilità in Italia.** (Pokus o klasifikaci příčin úmrtnosti v Italii.)

R. Babboni: **La clausola d'incontestabilità nelle polizze di assicurazione.** (O dodatku v pojistkách, podle kterého smlouva nemůže býti popřena z důvodů nevážných, na př. ze zlého úmyslu.) *O. P.*

Giornale di Matematica Finanziaria. Anno XIII (1931), No 6.

F. Insolera: **I nuovi fondamenti scientifici delle tavole di mortalità di assicurati e prime applicazioni biometriche e attuariali.** (Systematický a kritický výklad konstrukce tabulek úmrtnosti, výpočet pravděpodobností, premií a matematických reserv.) *O. P.*

Giornale di Matematica Finanziaria. Anno XIII, Serie II., Vol. I., No 2—5, 1931.

F. Insolera: **Il VII. Censimento Generale della Populazione: Scopi e Modalità.** (Přednáška propagující účel a způsob provedení VII. sčítání lidu v Italii.)

F. Insolera: **Su un problema di probabilità.** (Kritický rozbor Buffonova, Bayesova a Laplaceova řešení následujícího Condorcetova problému (1743): V n stejně možných pokusech uskutečnil se určitý zjev s-krát ($s \leq n$). Jaká je pravděpodobnost, že se zjev uskuteční v ($n + 1$)-vém pokusu.)

H. Koeppler: **Zur Anwendung von Polarkoordinaten in der Wahrscheinlichkeitsrechnung.** (Výpočet některých integrálů, které se vyskytují při určování ročního matematického risika pojištění.)

E. D. Vecchio: **Riflessi geometrici della dipendenza tra due variabili statistiche.** (Geometrické úvahy o závislostech mezi dvěma statistickými proměnnými veličinami.)

F. Insolera: **Sulle riserve matematiche e le variazioni di mortalità nel tempo.** (O matematické reservě a časové změně úmrtnosti.)

A. Meyer: **On certain Inequalities with Applications in Acturial Theory.** (Přehled o Steffensově, Meidellově, Tchebychevově, Jensenově a Hölderově nerovnostech a pokus o jejich zobecnění.)

F. Giaccardi: **Su alcuni valori biometrici e attuariali dedotti dalla Tavola di sopravvivenza maschile italiana del 1921.** (Odvození některých biometrických a pojistně matematických hodnot pro muže podle italské tabulky na přežití z r. 1921. Pro horní věk použita jest definice Insolerova.)

Otomar Pankraz.