

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Jaroslav Klokočník; Jan Kostecký

Ukázky různých aplikací nových modelů gravitačního pole Země v geovědách

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 60 (2015), No. 4, 328–347

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/144489>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2015

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

# Ukázky různých aplikací nových modelů gravitačního pole Země v geovědách

Jaroslav Klokočník, Ondřejov, Jan Kostecký, Zdíby

## 1. Úvod

Znalost o tvaru Země a jejím gravitačním poli byla v předdružicové éře dosti limitovaná. Země byla reprezentována elipsoidem. Podrobnosti o „skutečném“ tvaru Země, o geoidu (ploše konstantního tíhového potenciálu vybrané tak, že by se shodovala s hladinou klidného moře neovlivňovanou ničím jiným než právě gravitací zemského tělesa bez atmosféry) přicházely postupně tak, jak se zlepšovala technologie, přesnost a globální pokrytí Země družicovými měřeními a naše schopnost určení drah umělých družic Země, na které to vše závisí. Toto ale není dnešní téma; zájemce odkazujeme například na populárně-vědecký přehled [16]. Dnes je průběh geoidu znám s přesností asi decimetrovou díky družicové altimetrii, přesněji na oceánech než na pevninách. Dráhy družic, u kterých je to potřeba vzhledem k účelu použití, mohou být přesné až na centimetry v každém místě na dráze a v každém okamžiku (u pasivních geodynamických družic až na milimetry).

V posledních asi 15 letech přispěly ke zlepšení našich znalostí o gravitačním poli výraznou měrou tyto tři geodetické družice: CHAMP, GRACE a GOCE. CHAMP je akronym z *CHALLENGING Minisatellite Payload for geophysical research and application*, GRACE znamená *Gravity Recovery And Climate Experiment* a *GOCE Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer*. Prof. Ch. Reigber („otec“ projektu CHAMP) představil zcela převratný design družice [32]. Mise GRACE, pokračování CHAMP, ale se dvěma družicemi, umožnila detekovat sezónní změny v gravitačním poli (viz např. [3]). GOCE, první družice na světě s gradientometrem (kombinací mikroakcelerometrů) na palubě, zpřesnila naši znalost o gravitačním poli oproti výsledkům z GRACE. Také poskytla data pro oblasti, které jsou pro pozemní měření obtížně dostupné, např. Himálaj a další horská pásma, džungle, pouště aj., i když rozlišení stále nedosahuje úrovně pozemských dat (výhodou družicových je, že výsledky jsou skoro globální).

Podrobnosti o CHAMP, GRACE a GOCE jsou v [33], <http://www.gfz-potsdam.de>, [www.csr.utexas.edu/grace/](http://www.csr.utexas.edu/grace/), [6], [www.earth.esa.int/workshop/goce06](http://www.earth.esa.int/workshop/goce06) nebo [www.esa.int/SPECIALS/GOCE](http://www.esa.int/SPECIALS/GOCE) či opět v brožurce [16]. V určování drah těchto družic byly a jsou důležité družice navigačních systémů, hlavně GPS, které ze svých vysokých drah sledují jmenované a další družice na drahách nízkých.

---

Prof. Ing. JAROSLAV KLOKOČNÍK, DrSc., Astronomický ústav AV ČR, v. v. i., 251 65 Ondřejov, e-mail: [jklokocn@asu.cas.cz](mailto:jklokocn@asu.cas.cz), prof. Ing. JAN KOSTECKÝ, DrSc., Výzkumný ústav geodetický, topografický a kartografický, v. v. i., 250 66 Zdíby 98 a VŠB-TU Ostrava, 708 33 Ostrava-Poruba e-mail: [kost@fsv.cvut.cz](mailto:kost@fsv.cvut.cz)

S rostoucí přesností určení drah a parametrů gravitačního pole (což je svým způsobem iterační cyklus) se rozevírá vějíř aplikací. Už nejde jen o geodézi a tvar Země, o globální výškový systém, ale o oceánografii (dynamika hladiny moří s aplikací například na sledování a předpověď anomálního jevu El Niño), časové variace geocentrických souřadnic pozorovacích stanic (geodynamika, geofyzika), variabilitu gravitačního pole a mnohé další.

Dnes nestačí pracovat jen s geopotenciálem, geoidem a tíhovými anomáliemi. Přibývají druhé derivace poruchového gravitačního potenciálu (Marussioho tenzor), invarianty gravitačního pole a další, na první pohled nezvyklé, dosud nepoužívané funkce potenciálu. Bude jich víc (kap. 3.1 a 3.2) a hledáme pro ně jedno souhrnné slovo, anglicky *aspects*, česky snad *deriváty poruchového potenciálu* [12], [14]. Všechny sice mají původ v jednom a tomtéž poruchovém potenciálu, ale mají různé vlastnosti, jak ještě uvidíme (kap. 3.3). Proto budeme počítat se všemi, které jsou v kap. 3 definovány, a poté si z nich vybírat dle potřeby. Chceme na názorných příkladech ukázat (kap. 4), jak deriváty popisují geologům a geofyzikům známé jevy a jak by snad mohly přispět k poznání něčeho nového (v odlehlých oblastech). Jsme si plně vědomi, že bez geovědců to nepůjde, a proto se je snažíme ke spolupráci přizvat. Částečně se to daří, viz např. již publikované práce [12], [14] nebo [17].

## 2. Model gravitačního (tíhového) pole Země

Datovými soubory pro naše analýzy jsou modely gravitačního pole Země. To jsou soubory harmonických geopotenciálních koeficientů (Stokesových parametrů) v rozvoji gravitačního potenciálu pomocí aparátu kulových funkcí. V konkrétním modelu jsou podle datové báze, která byla k dispozici, určeny do nějakého maximálního stupně a řádu. Bývají jen z družicových dat nebo kombinované z družicových a terestrických dat. Více např. na <http://www.gfz-potsdam.de> (kde je také archiv modelů a možnost stáhnout si jejich harmonické koeficienty pro vlastní použití).

Zde použijeme modely EGM 2008 a EIGEN 6C4. *The Earth Gravitational Model 2008* (EGM 2008, 2012 [27], [28]) je založen na obří bázi gravimetrických měření téměř z celého světa, z dat družicové altimetrie a z družicové mise GRACE. Model *EIGEN 6C4* (tč. nejnovější ze série *European Improved Gravity model of the Earth by New techniques*, společné dílo Geo-ForschungsZentrum, Potsdam a Groupe Recherches Geodesie Spatiale, Toulouse) z roku 2014 [7], má podobnou terestrickou databázi jako EGM 2008. Data z družic u něj významně doplňuje GOCE (pro harmonické koeficienty zejména v rozmezí stupňů a řádů cca 50–200). Oba modely jsou kompletní do stupně a řádu 2160. To odpovídá rozlišení  $5 \times 5$  úhlových minut v zeměpisné šířce i délce, což znamená na zemském povrchu půlplnu dlouhou asi 9 km.

Přes veškerou snahu nejsou modely zcela homogenní, pokud jde o přesnost z nich odvozeného geoidu nebo jiných derivátů. Menší přesnost musíme očekávat tam, kde nebyla k dispozici spolehlivá gravimetrická data, a ta jsou nahrazena odhadem z topografie. Výsledky je třeba posuzovat obezřetně podle toho, ze které oblasti jsou (více ve [27]). Vyjádřeno v tíhových anomáliích, střední kvadratická chyba díky chybám v harmonických geopotenciálních koeficientech (s uvážením korelací mezi nimi) bývá nejmenší na otevřených mořích, řádově 2 mGal, na pevnině běžně 5 mGal, horší v oblastech s doplněnými daty (10–20 mGal) a největší v Antarktidě, kde EGM 2008 měl data jen z GRACE a EIGEN 6C4 z GRACE a GOCE.

### 3. Teorie

#### 3.1. Již existující teorie a nástin jejího použití

Vycházíme z prací Pedersena a Rasmussena (1990) [30] a Beikiho a Pedersena (2010) [2], kde lze nalézt všechny vzorce uvedené v této podkapitole. V další podkapitole přidáváme svou teorii týkající se tzv. virtuálních deformací (*vd*).

Poruchový statický gravitační potenciál vně hmot Země definujeme známým způsobem ve sférických souřadnicích rozvojem v řadu kulových funkcí:

$$T(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{r} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{R}{r}\right)^l (C'_{l,m} \cos m\lambda + S_{l,m} \sin m\lambda) P_{l,m}(\sin \varphi),$$

kde  $GM$  je součin univerzální gravitační konstanty a hmotnosti Země (také známý jako geocentrická gravitační konstanta),  $r$  je radiální vzdálenost vnějšího bodu, ve kterém je poruchový potenciál  $T$  počítán,  $R$  je poloměr Země,  $P_{l,m}(\sin \varphi)$  jsou Legendrové přidružené funkce,  $l$  a  $m$  jsou stupeň a řád harmonického rozvoje,  $(\varphi, \lambda)$  geocentrická šířka a délka,  $C'_{l,m}$  a  $S_{l,m}$  jsou plně normované harmonické geopotenciální koeficienty (Stokesovy parametry),  $C'_{l,m} = C_{l,m} - C_{l,m}^{\text{el}}$ , přičemž  $C_{l,m}^{\text{el}}$  náleží referenčnímu elipsoidu.

Počítáme sférickou aproximaci *tíhové anomálie*  $\Delta g$  (ve volném vzduchu)

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial r} - 2\frac{T}{r} \quad (1)$$

nebo tíhovou poruchu (totéž jako (1) až na druhý člen, který bývá malý). Tíhové anomálie lze též získat z měření gravimetrem nebo přepočtem z měření družicové altimetrie (např. [7]).

Tenzor tíhového gradientu  $\Gamma$  (*Marussioho tenzor*) je tenzor druhých derivací poruchového potenciálu  $T$ . Druhé derivace jsou vyjádřeny v lokálním souřadném systému  $(x, y, z)$  severně orientovaném, kde  $z$  má směr radiálně ke geocentru,  $x$  míří na sever a  $y$  na západ [14]:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{yx} & T_{yy} & T_{yz} \\ T_{zx} & T_{zy} & T_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 T}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 T}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 T}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 T}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Poněvadž součet diagonálních komponent  $\Gamma$  je ve vnějším prostoru nula (jinak řečeno, stopa Marussioho tenzoru ve vnějším prostoru je nulová, což plyne z Laplaceovy rovnice) a protože členy tenzoru na opačné straně diagonály matice v rovnici (2) jsou si rovny (neboli  $\Gamma$  je symetrický tenzor, což plyne z vlastností smíšených derivací spojitě funkce), tak existuje právě pět nezávislých složek tohoto tenzoru, a to  $(T_{xx}, T_{xy}, T_{xz}, T_{yy}, T_{yz})$ . Tyto složky se měří gradientometrem (např. [1], [34], [10], [22], [6]) umístěným třeba na letadlech [2]. První kosmický gradientometr nesla družice GOCE (např. [6]). Vzorce pro výpočet (2) jsou např. v [10], [36], [5].

Pro geointerpretace se často používá druhá radiální derivace  $T_{zz}$ , neboť má úzký vztah k podpovrchové geologii. Cílí na těleso (velikost hustotního kontrastu, anomálii), které ji vyvolalo, a závisí na jeho velikosti a uložení. Ostatní složky obražejí jeho

prostorovou orientaci. Horizontální složky pomáhají identifikovat tvar a ohraničení zdroje. Podle [26]: složka  $T_{xx}$  nastiňuje východní a západní okraje struktury,  $T_{yy}$  severní a jižní. Křivka oddělující kladné a záporné hodnoty  $T_{xz}$  vyznačuje východní a západní poloviny struktury,  $T_{yz}$  severní a jižní. Složky  $T_{xz}$  a  $T_{yz}$  identifikují lineární objekty, jako jsou tektonické zlomy a litosférické kontaktní zóny. V našich příkladech se prozatím omezíme na použití  $T_{zz}$ , ačkoli spočten máme celý tenzor (2). Z uvedených komponent se dají vytvářet ještě další kombinace, které zde neuvádíme.

Jak známo, v gravitačním poli existují právě tři *invarianty*, tedy veličiny neměnné vzhledem k rotaci v jakémkoli souřadném systému. První z trojice je důsledkem platnosti Laplaceovy rovnice ve vnějším prostoru

$$I_0 = \text{trace}(\Gamma) = T_{xx} + T_{yy} + T_{zz} = 0 \quad (3)$$

a další dva invarianty jsou tyto nelineární kombinace složek tenzoru  $\Gamma$

$$I_1 = (T_{xx}T_{yy} + T_{yy}T_{zz} + T_{xx}T_{zz}) - (T_{xy}^2 + T_{yz}^2 + T_{xz}^2) = \frac{1}{2} \sum_{\{i,j\} \in \{x,y,z\}} (T_{ii}T_{jj} - T_{ij}^2), \quad (4)$$

$$I_2 = \det(\Gamma) = (T_{xx}(T_{yy}T_{zz} - T_{yz}^2) + T_{xy}(T_{yz}T_{xz} - T_{xy}T_{zz}) + T_{xz}(T_{xy}T_{yz} - T_{xz}T_{yy})). \quad (5)$$

Veličiny  $I_1$  a  $I_2$  závisejí na křivosti ekvipotenciální plochy a na křivosti tížnice (tj. křivky kolmé k ekvipotenciálním plochám). V literatuře se tvrdí, že  $I_1$  usnadňuje mapování nepřístupné regionální stratigrafie ve zkoumaných oblastech a identifikuje dominantní hustotní kontrasty, zatímco  $I_2$  mapuje prostorové rozložení anomální hustoty oblasti. To umožňuje poznávání geometrie zlomových bloků, solných struktur nebo magmatických poruch přímo z měřeného  $\Gamma$  [26].

Druhé derivace jsou cenným zdrojem informací o hustotních anomáliích uložených nehluboko pod povrchem (viz obr. 1, kap. 3.3). Marussiho tenzor byl již úspěšně použit pro lokální prospekci ložisek ropy, plynu, kovů, zlata, podzemní vody, atd. (např. [29], [26], [35]). Zde (tj. původně i v našich pracích [12], [14]) zkusíme regionální a globální přístup a nepoužíváme přímá měření, nýbrž zprostředkující modely gravitačního pole Země.

Pedersen and Rasmussen (1990) [30] ukázali, že *poměr I* veličin  $I_1$  a  $I_2$  definovaný jako

$$0 \leq I = -\frac{(I_2/2)^2}{(I_1/3)^3} \leq 1 \quad (6)$$

leží vždy, pro každé potenciální pole, mezi nulou a jedničkou. Poměr  $I$  je bezrozměrný. Pokud je zdrojové těleso ploché (2D), pak  $I = 0$ .

*Strike angle* (též známý jako *strike lineaments* nebo *strike direction*, překládáme jako úhel směrů hlavních napětí plynoucích z rotace Marussiho tenzoru, stručně *úhel napětí*)  $\theta_S$  je definován takto

$$\text{tg } 2\theta_S = 2 \frac{(T_{xx} + T_{yy}) + T_{xz}T_{yz}}{T_{xx}^2 - T_{yy}^2 + T_{xz}^2 - T_{yz}^2} = 2 \frac{-T_{xy}T_{zz} + T_{xz}T_{yz}}{T_{xz}^2 - T_{yz}^2 + T_{zz}(T_{xx} - T_{yy})} \quad (7)$$

s násobky  $\pi/2$ .

Strike angle se týká transformace Marussiho tenzoru z jeho obecného na diagonální tvar v daném bodě. Je to úhel, o který se musí natočit gradientometrická data, aby směřovala podél hlavních struktur zkoumaného objektu. Pokud je  $I$  malé, tak strike angle indikuje v lokalitě dominující 2D struktury (lineární fenomény v tíhovém poli). Více např. ve [2] a [30].

### 3.2. Nový přínos k teorii

K definici nového pojmu *virtuální deformace* (dále *vd*) použijeme analogii se slapovou deformací. Tak jako slapová síla deformuje Zemi, chová se i nehomogenní tíhové pole Země. Představme si směry takové deformace například díky erozi gravitačního původu. Erozní transport, mající příčinu jen v tíži, preferuje směry definované veličinou *vd* [12], [14]. Díky slapovému potenciálu  $T$  existuje horizontální posun (deformace), a to v severojižním

$$u_\phi = l_S \frac{1}{g} \frac{\partial T}{\partial \varphi} \quad (8)$$

a západovýchodním směru

$$u_\lambda = l_S \frac{1}{g \cos \varphi} \frac{\partial T}{\partial \lambda}, \quad (9)$$

kde  $g$  je tíhové zrychlení  $9.81 \text{ ms}^{-2}$ ,  $l_S$  elastický koeficient (Shidovo číslo), vyjadřující elastické vlastnosti Země jako celku ( $l_S = 0.08$ ),  $\varphi$  a  $\lambda$  jsou geocentrické souřadnice (šířka a délka bodu  $P$ , kde  $T$  měříme); potenciál  $T$  má rozměr  $[\text{m}^2\text{s}^{-2}]$ . V našem případě je  $T$  reprezentováno rovnicemi (1), (8) a (9). Reálná hodnota  $l_S$  pro gravitační neslapový potenciál v konkrétním zkoumaném místě není známa, takže veličinu *vd* budeme určovat jen relativně vůči předem zvolené hodnotě.

Použijeme aparát mechaniky kontinua k určení hlavních směrů napětí plynoucích z horizontální deformace díky  $T$  (např. Brdička et al. [4]). Vyberme lokální souřadný systém  $(x, y)$  v bodě  $P$  rovnicemi

$$R \cdot d\varphi = dx, \quad R \cdot d\lambda \cos \varphi = dy,$$

kde  $R$  je střední poloměr Země a  $\varphi, \lambda$  jsou zeměpisná šířka a délka. Tenzor (malé) deformace  $E$  je definován jako gradient posunu, takže

$$E = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{\partial u_x}{\partial y} \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} & \frac{\partial u_y}{\partial y} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Tento tenzor lze rozdělit na dvě části:

$$E = e + \Omega = (e_{ij} + (\Omega_{ij})), \quad (11)$$

kde  $e$  je symetrický tenzor a  $\Omega$  antisymetrický. Symetrický tenzor lze napsat jako

$$e = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & (\epsilon_{12} + \epsilon_{21})/2 \\ (\epsilon_{12} + \epsilon_{21})/2 & \epsilon_{22} \end{pmatrix} \quad (12)$$

a parametry deformace jsou:

$\Delta = e_{11} + e_{22}$	úplná dilatace (total dilatation)
$\gamma_1 = e_{11} - e_{22}$	čistý stříh (pure cut)
$\gamma_2 = 2e_{12}$	technický stříh (technical cut)
$\gamma = (\gamma_1^2 + \gamma_2^2)^{1/2}$	úplný stříh (total cut)
$a = \frac{1}{2}(\Delta + \gamma)$	hlavní poloosa deformační elipsy (semimajor axis of ellipse of deformation)
$b = \frac{1}{2}(\Delta - \gamma)$	vedlejší poloosa deformační elipsy (semiminor axis of ellipse of deformation)
$\alpha = \frac{1}{2}\arctg(\gamma_2/\gamma_1)$	směrník hlavní osy deformace (direction of main axis of deformation)

Naše obrázky pro *vd* ukazují konkrétně hlavní a vedlejší osu *a* a *b* deformační elipsy. Důležitý je jejich směr a relativní velikost, absolutní velikost neznáme (viz *l<sub>S</sub>*). Hodnoty *vd* jsou geometricky interpretovány jako *dilatace* a *komprese*. Dilatace implikuje možný rozptyl materiálu zkoumaného anomálního tělesa, komprese jeho koncentraci.

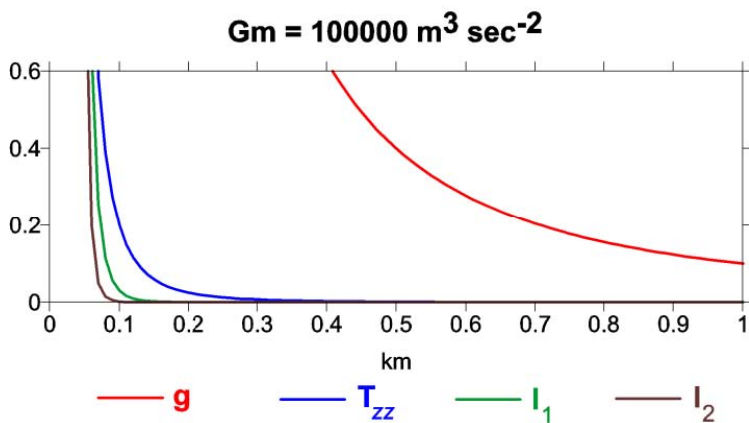
### 3.3. Praktické výpočty a zobrazení výsledků

Pracujeme s tíhovými poruchami, ne s anomáliemi ve volném vzduchu (1), ale starší výpočty, které bylo třeba porovnávat s terestrickými výsledky (např. pro impaktní krátery) byly provedeny formou tíhových anomálií. Výpočet všech derivátů není triviální věc, neboť je třeba spočítat všechny „doprovodné funkce“ (jako přidružené Legendrovovy funkce) do stupně a řádu 2160. Starší zahraniční program [9] měl různá omezení a počítal velmi pomalu, takže byl nahrazen novým efektivním softwarem [36], poté [5] a naším vlastním pro výpočet *a* a *b* v rámci *vd*.

Všechny kresby mají rozmanité nelineární stupnice. Naší snahou je co nejvíce zdůraznit studovaný jev. Automatická kresba dost často neukáže vůbec nic. Je třeba individuální přístup. Někdy může stupnice na ose *y* být volena v rozsahu menším než je rozsah vypočteného derivátu, se stejným cílem. V elektronické verzi tohoto článku jsou obrázky barevně a k nim se vztahuje popis v následujícím textu.

Připomeňme rozměry geofyzikálních veličin na všech zde předváděných obrázcích: je to miligal ( $1 \text{ mGal} = 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ ) pro tíhové poruchy  $\Delta g$ , eotvos ( $1 \text{ E} = 1 \text{ eotvos} = 10^{-9} \text{ s}^{-2}$ ) pro druhé derivace. Invarianty  $I_1$  a  $I_2$  jsou v  $\text{s}^{-4}$  a  $\text{s}^{-6}$  a poměr  $I$  je bezrozměrný. Strike angle  $\theta_S$  je ve stupních a bude namalován červeně, pokud míří na východ a modře na západ od meridiánu. Virtuální deformace *vd* jsou červeně pro dilataci a modře pro kompresi (žádnou konkrétní velikost nemají, jak plyne z kap. 3.2).

Pokusme si udělat představu o chování derivátů a porovnat, jak ubývá „gravitačního signálu“ se vzdáleností od zdroje (hustotní anomálie) pro různé deriváty potenciálu. Budeme uvažovat hmotný bod se zvolenou hodnotou součinu  $GM$ , umístěný na povrchu Země; veškerá hmota je soustředěna do středu Země. Některé deriváty se pro tento jednoduchý model anulují nebo neexistují, jak je zřejmé z definic v kap. 3.1. Ostatní jsou na obr. 1. Např.  $I_1 = -3(GM)^2 r^{-6}$  and  $I_2 = -2(GM)^3 r^{-9}$ . Obr. 1 ukazuje různou rychlost poklesu „gravitačního signálu“ s hloubkou; nejpomalejší pokles je u tíhové anomálie ( $sr^2$ ). Invarianty klesají nejrychleji (až  $sr^9$ ). To nám napovídá, které deriváty budou v reálu vypovídat převážně o hustotních anomáliích na povrchu



Obr. 1. Příklad poklesu jednotlivých derivátů potenciálu se vzdáleností od zdroje (na vodorovné ose v km). Na svislé ose je libovolná veličina. Ilustrativní příklad pro hmotný bod se zvolenou hodnotou  $GM$ . Barevné obrázky jsou jen v elektronické verzi.

nebo „těsně pod“ povrchem, a upozorňuje nás, že co derivát, to trochu jiná vlastnost (pohled jinou „optikou“), i když všechny jsou odvozeny od „společné matky“, tj. od aktuálního modelu gravitačního pole reprezentujícího poruchový gravitační potenciál (Země).

#### 4. Typický signál různých geologických fenoménů

Celá Země byla systematicky proskenována. Všechny vyjmenované deriváty byly spočteny pro celý svět pomocí EGM 2008 a dalších modelů a nejnověji také pomocí EIGEN 6C4, kompletně do stupně a řádu 2160 (čili v síti  $5 \times 5'$ , jak již víme z kap. 2). Výběr meze 2160 je částečně dílo empirického rozhodování autorů modelu, mez by mohla být „trochu“ větší i menší, ale rámcově je diktována kvalitou a hustotou rozmanitých měření, která se hromadně invertují na gravitační parametry. Ona rozlišovací mez zhruba 10 km, promítnuto na zemský povrch, znamená, že od našich studií nelze očekávat uplatnění v detailu (nemůžeme konkurovat detailním pozemním datům využívaným prospektory pro zmapování konkrétního ložiska nějaké rudy v rozsahu jednotlivých kilometrů a méně). Náš pohled je regionální a globální. Pedersen a další ([29], [35], [24], [26] aj.) aplikovali předloženou teorii lokálně. Nikdy nepoužili model gravitačního pole Země jako my. Největší region, jaký studovali, byl obří impaktní kráter Vredefort v Jižní Africe (průměr asi 300 km); tam měli k dispozici gradientometrická měření z letadel [2].

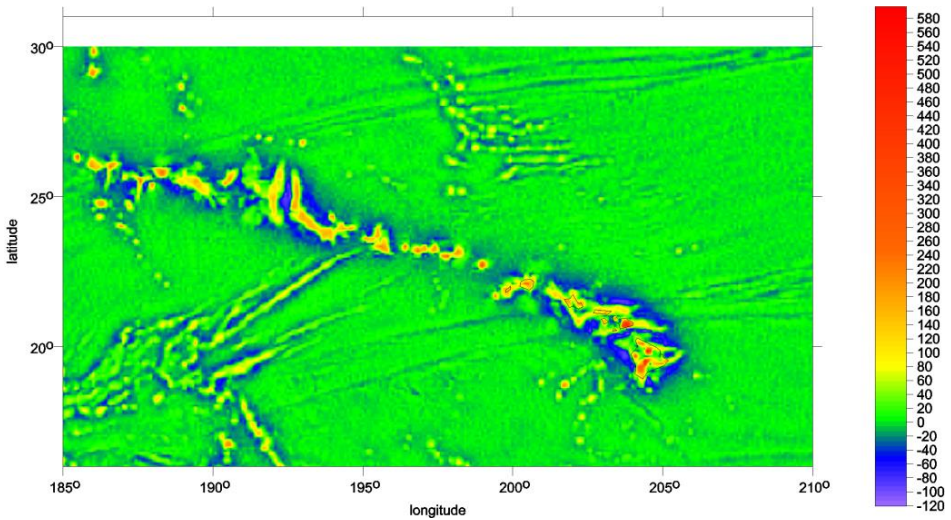
Své výsledky jsme prezentovali v [17], [12], [13], [14], [15] a na konferencích. Zde uvádíme ukázky — převážně z těchto prací. Pokud není uvedeno jinak, je použit model gravitačního pole Země EIGEN 6C4. Jsou k dispozici i deriváty pro Mars, Měsíc a Venuši (samozřejmě jde o modely gravitačních polí těchto těles s mnohem menším rozlišením než pro Zemi, dnes do stupně a řádu nejvýš 180 oproti 2160, jak je tomu pro Zemi, tak jak byly získány z planetárních orbiterů), ale tím se zde nezabýváme.



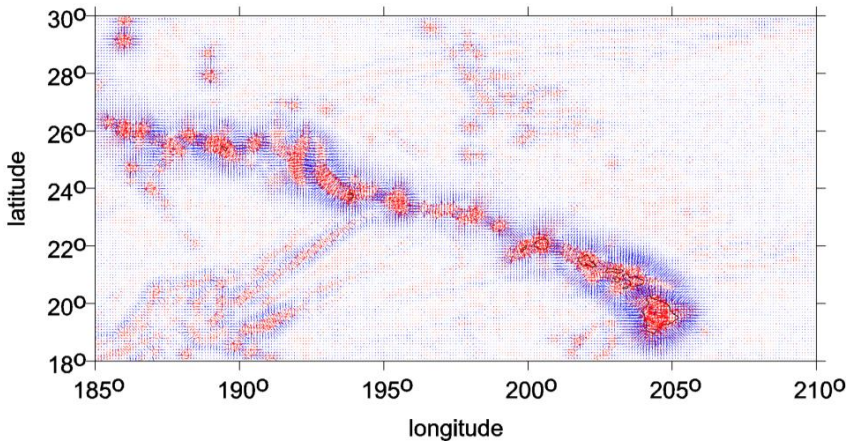
## 4.1. Sopky

Na ukázkou je zobrazen „gravitační signál“ (štíťových) sopek na Havaji prostřednictvím  $T_{zz}$  a  $vd$ ; na obr. 2 a,b je celý havajský pás ostrovů, obr. 2 c–f obsahují detaily pro Velký ostrov. Pomocí © Google Earth (obr. 2 e) si čtenář snadno zidentifikuje jednotlivé sopky. Sopky mají typický pozitivní signál v  $\Delta g$  i v  $T_{zz}$  a extrémní v  $I_1$ ,  $I_2$ .

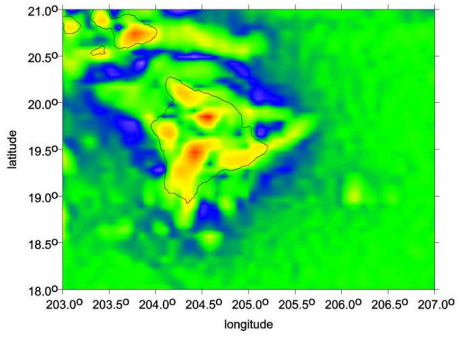
Fudži (obr. 3 a–d, zoom je na obr. 3 a,c, nebo Popocatepetl a Iztaccihuatl (obr. 3 e) jsou stratovulkány (jsou příkřejší než štítové sopky) a tam může být pozitivní signál v centru (přímo nad sopouchem) obklopen „kroužkem“ negativní anomálie (modře). V místě na obr. 3e jsou kolem sopek údolí. „Negativní kroužek“ ovšem může být i artefakt indikující malé rozlišení modelu vzhledem ke studovanému objektu.



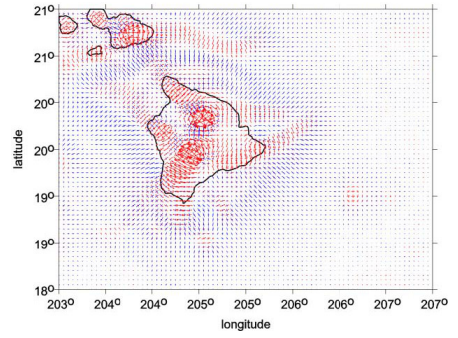
(a)



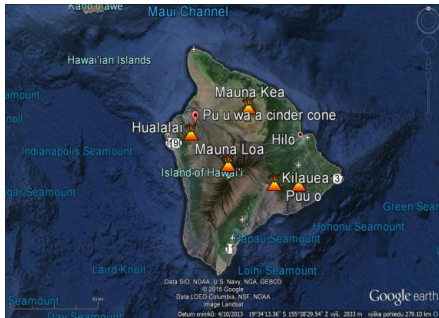
(b)



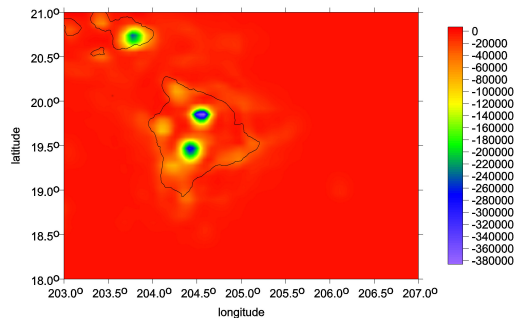
(c)



(d)

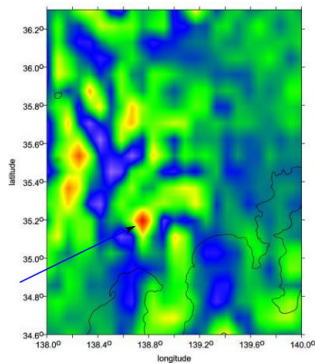


(e)

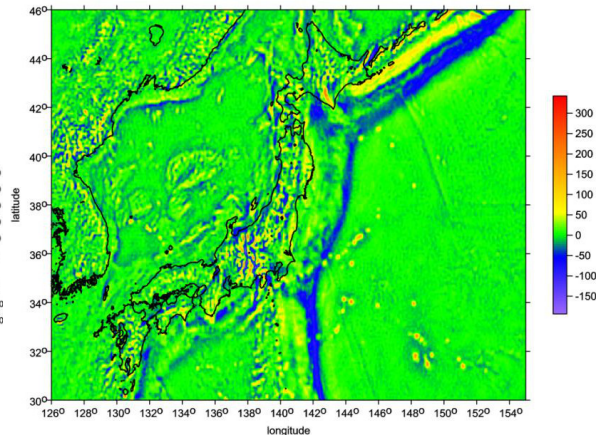


(f)

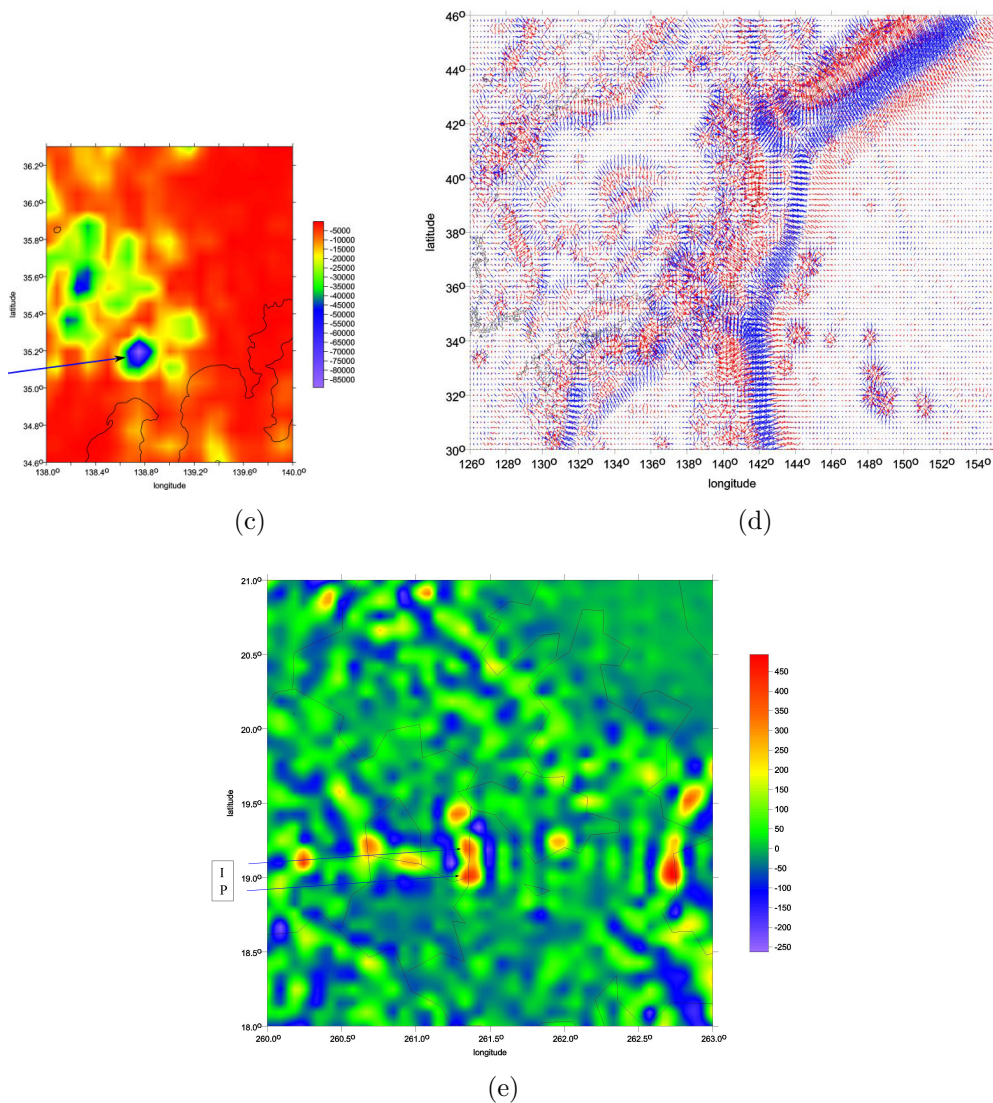
Obr. 2. Hodnoty  $T_{zz}$  a  $vd$  na Havaji. (a), (b) celkový pohled, (c), (d), (f) detail Velkého ostrova. Na obr. (e) je pro srovnání záběr Velkého ostrova z © Google Earth. Extrémy  $I_1$  jsou přímo nad hlavními sopouchy největších sopek (obr. (f)).



(a)



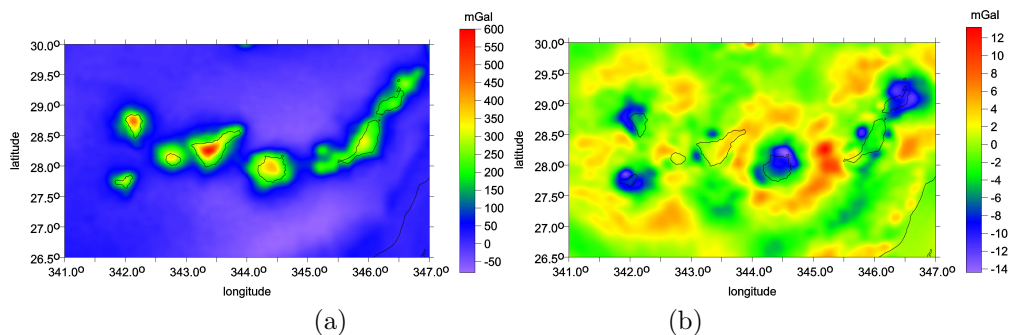
(b)



Obr. 3. (a)  $T_{zz}$  kolem Fudži (červeně lokální maximum), (b)  $T_{zz}$  v Japonsku a okolí, (c)  $I_1$  pro Fudži a okolí, (d)  $vd$  v Japonsku a v Tichém oceánu kolem Japonska (červeně – dilatace, modře – komprese), vše pomocí EGM 2008, (e)  $T_{zz}$  podle EGM 2008 kolem sopek Popocatepetl P a Iztaccihuatl I (výrazná dvě maxima uprostřed záběru) u Mexico City.

Virtuální deformace ukazujeme pro podmořské sopky východně od Japonska; v bezprostřední blízkosti sopky vidíme dilataci obklopenou kompresí (obr. 3d) [17].

Kanárské ostrovy (opět  $T_{zz}$ ) jsou na obr. 4 a,b. V prvním případě podle EIGEN6C4. Celkový záběr na souostroví ukazuje očekávané chování, neukazuje žádný pozoruhodný detail, ale v datech je a lze jej z nich „vytáhnout“, jak prozradí rozdíl v  $T_{zz}$  mezi modely EIGEN6C4 a EGM 2008 (obr. 4 b, povšimněte si velmi jemné stupnice



Obr. 4. Kanárské ostrovy. Vlevo  $\Delta g$  podle EIGEN 6C4 a vpravo rozdíl v  $\Delta g$  mezi EGM 2008 a EIGEN 6C4 (výrazně jiná měřítka).

u rozdílových hodnot). Tento rozdíl je způsoben především přínosem dat z GOCE do EIGEN 6C4 [21].

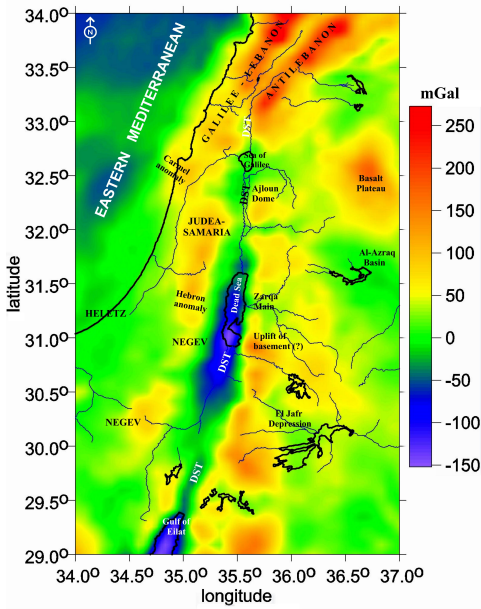
## 4.2. Tektonické zlomy

Subdukční zónu v Tichém oceánu východně od Japonska vidíme na obr. 3 b,d. Táhne se podél ní výrazná negativní anomálie v  $T_{zz}$  a u  $vd$  je komprese (obklopená dilatací). Další příklad je pro oblast Mrtvého moře (obr. 5 a–d), kde izraelský geofyzik L. Eppelbaum nachází geologické fenomény známé místním geologům a geofyzikům (na obrázku je příslušný popis) [14]. To je, stejně jako Čechy, oblast, kde neočekáváme žádné objevy, ale testujeme náš postup, který pak, spolu s dalšími znalostmi a specialisty-geovědci, s menším rizikem extrapolujeme na oblasti méně prozkoumané (např. [15]).

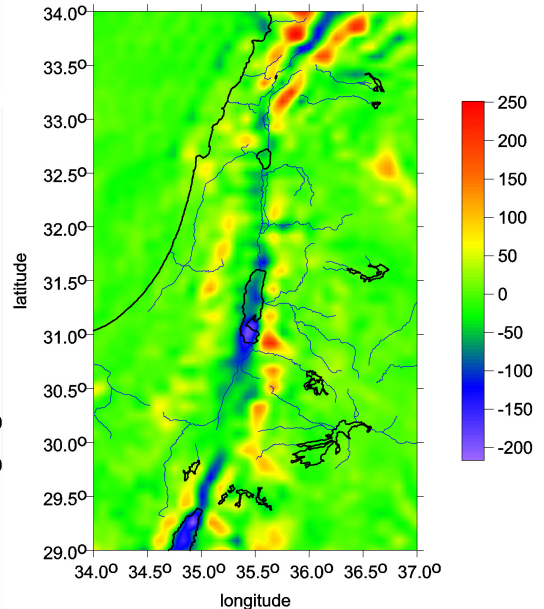
## 4.3. Impaktní krátery

Na Zemi je přes 170 prokázaných impaktních kráterů různého stáří a velikostí (PASSC Earth Impact Database, EID, [www.unb.ca/passc/ImpactDatabase](http://www.unb.ca/passc/ImpactDatabase)). Vedle toho existuje více než 600 objektů podezřelých z toho, že jsou také impaktního původu. Naleznete je v katalogu D. Rajmona *Suspected Earth Impact Sites* (SEIS, <http://impacts.rajmon.cz>) nebo A. V. Mikheevy (<http://labmpg.sssc.ru/impact/index1.html>). Touto tematikou jsme se zabývali v [18], [19] a [20]. Na základě gravitačního signálu a konzultací se specialisty jsme navrhli, že Chicxulub (Yucatan, Mexiko) a Popigaj (Sibiř, Rusko), tyto dva obří krátery, by mohly být dvojité, v druhém případě i násobné. Dvojité je na Zemi minimum, ale astronomové jejich existenci nevylučují [31], protože existují i dvojité (binární) a násobné asteroidy a navíc je možný rozpad některých asteroidů při průletu atmosférou.

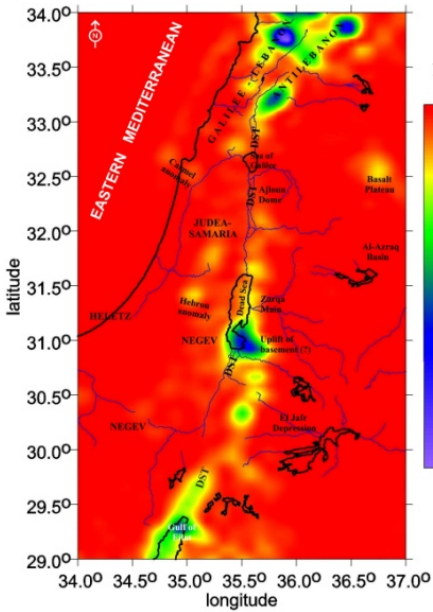
Navrhnout, že nějaký kruhovitý objekt je impaktní kráter, bychom si netroufli bez konzultací s geology a geofyziky. Když je ovšem vedle kruhové struktury, která je geology označena jako impaktní kráter, ještě jedna nebo více podobných (seřazeno do linie jako u Popigaje, což připomíná měsíční catenae), obr. 6 a–c, pak je riziko omylu malé. Více o významu gravitačních dat při hledání impaktních kráterů viz např. [8] s řadou dalších referencí.



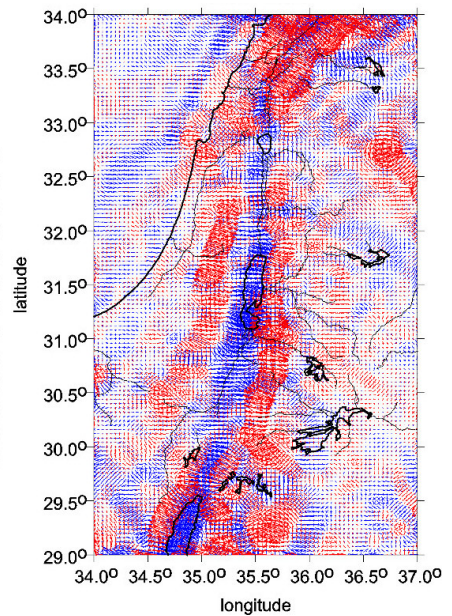
(a)



(b)



(c)



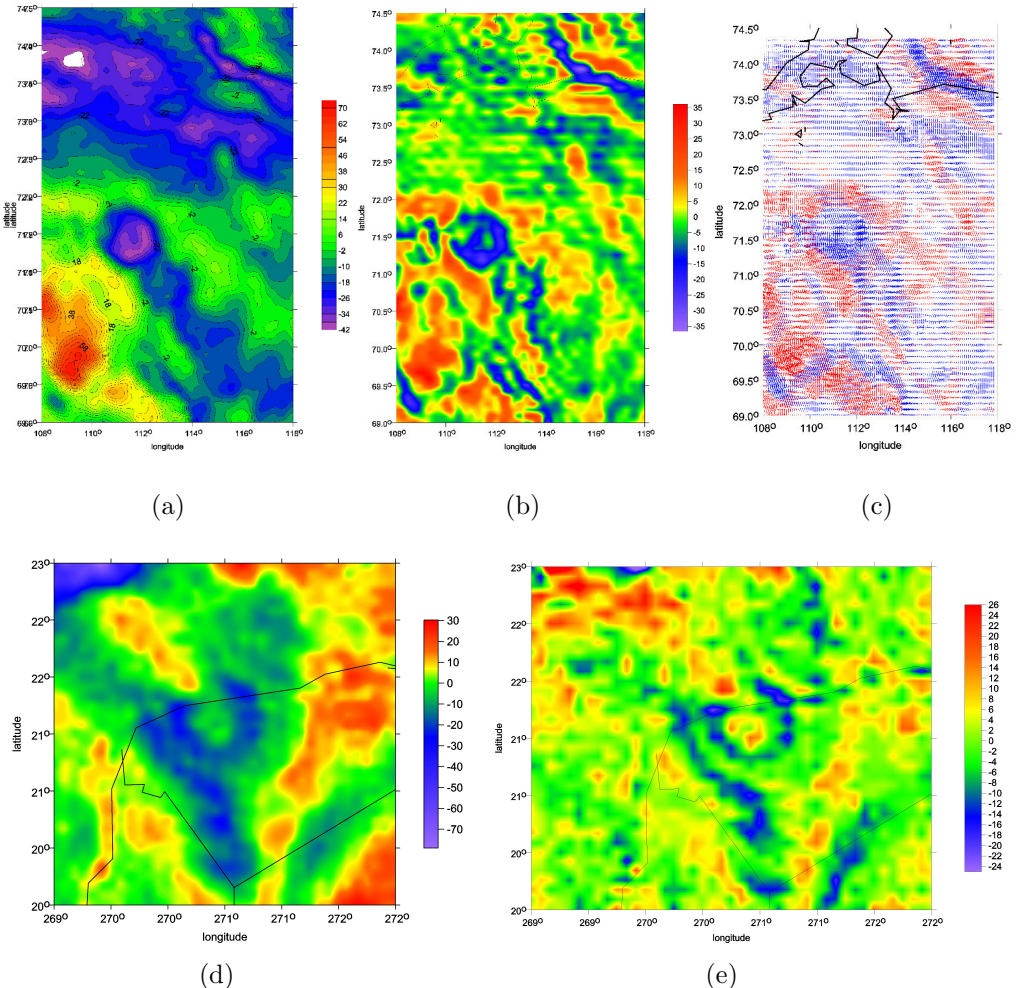
(d)

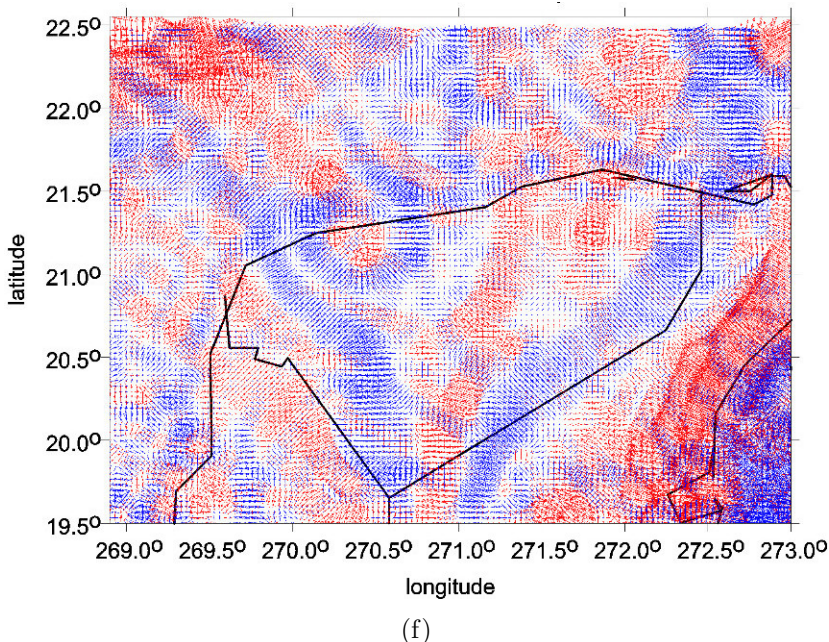
Obr. 5. Postupně  $\Delta g$ ,  $T_{zz}$ ,  $I_2$  a  $vd$  pro oblast Izraele a okolních států. Geologické útvary identifikoval a popsal místní geofyzik (DST= Dead Sea Transform). Vše pomocí EGM 2008.

Obr. 6 a–c ukazují Popigaj, obr. 6 d–f Chicxulub ( $\Delta g$ ,  $T_{zz}$  a  $vd$ ). Vidíme zřetelně negativní anomálie a záporné druhé derivace uvnitř kráteru, středový pík a kruhovitě, i když následnou geologickou činností narušené lemy. Virtuální deformace vykazují negativní hodnoty v kráteru a pozitivní kolem něj. U Chicxulubu jsou vidět vnitřní a vnější lem jako u velkých měsíčních kráterů.

Naše výsledky zaujaly D. Rajmona a tak díky jeho katalogu SEIS se každý uživatel Google Earth, který uvedené oblasti navštíví, může dozvědět o našich návrzích. U Popigaje je označen I, II, II, IV s citací na [19]. Závěry pro Popigaj použili Rusové (např. [25]) k podpoře svého názoru, že tělesa, která krátery Popigaj vytvořila, přiletěla (a popř. se částečně dezintegrovala) směrem od JV na SZ, ne opačně, ne odjinud.

Existenci kráteru Popigaj tehdejší Sovětský svaz tajil, neboť se tam těžily diamanty (vzniklé impaktem) [23], [11]. Chicxulub vůbec není na povrchu vidět, je zakryt novějšími vápencovými usazeninami. Takže ho šlo také dobře zatajit. Přišlo se na něj díky objevu kruhové struktury, která se v oblasti nedala vysvětlit tektonicky,





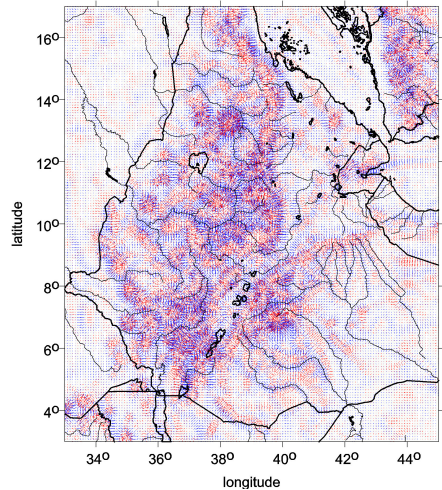
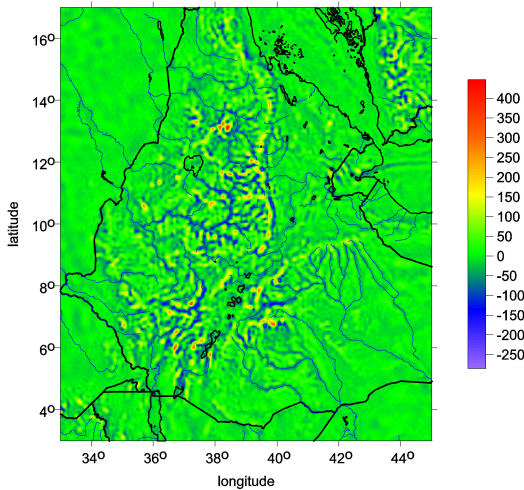
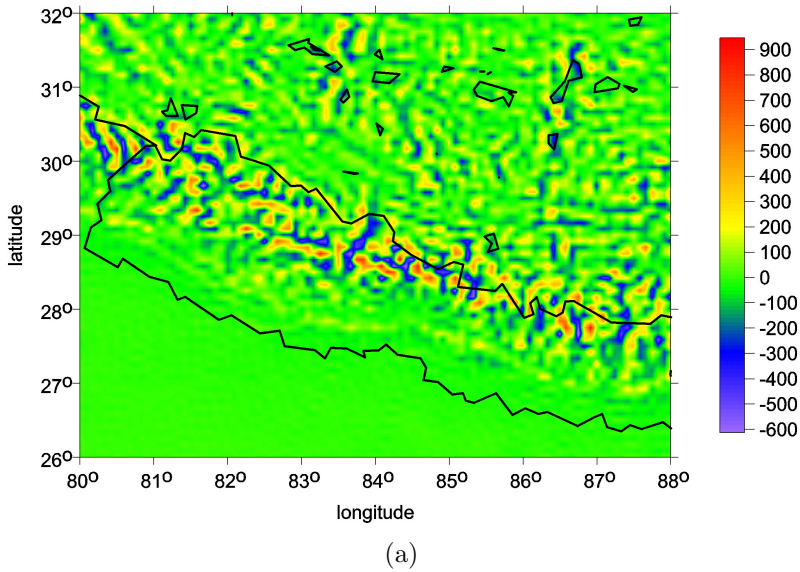
Obr. 6. (a), (b), (c) Hodnoty  $\Delta g$ ,  $T_{zz}$  a  $vd$  v oblasti impaktního kráteru Popigaj na Sibíři. Průměr kráteru asi 100 km. Existuje možnost, že v blízkosti prokázáného kráteru (velká negativní anomálie uprostřed vlevo) jsou krátery další, seřazeny do linie SZ–JV. Všimněte si výrazné komprese  $vd$  uvnitř kráteru a dilatace v okružujícím lemu. (d), (e), (f) Hodnoty  $\Delta g$ ,  $T_{zz}$  a  $vd$  v oblasti impaktního kráteru Chicxulub, Yucatan, Mexiko. Průměr vnitřní části asi 90 km, poté lem a vnější kráter s průměrem 170–300 km. Více v [19]. Použit EGM 2008.

při gravimetrických měřeních firmy PEMEX (Petróleos Mexicanos) v rámci hledání ropy (např. [37]). Trvalo dost dlouho, než byla data poskytnuta vědcům (Alvarez, Pilkington, Hildebrand, Sharpton aj.).

#### 4.4. Eroze

Obr. 7a–c ukazují erozní údolí v Himálaji a v Etiopii. Rychlé střídání výrazných kladných a záporných anomálií svědčí podle geomorfologické studie [12] o masivních aktivních erozních procesech ve zkoumané oblasti s možným negativním dopadem na obyvatelstvo. Díky osobním znalostem z místa (geomorfolog a spoluautor [12] prof. Kalvoda) máme alespoň pro určitou část Himálaje jistotu, že tomu tak je, a mimo ni můžeme zkusit extrapolovat. Nesmíme ale zapomenout, že horská pásma patří k těm, kde tíhové anomálie z gravimetrických nebo jiných měření nejsou kvalitní (popřípadě žádné) a tak se tíhová data do EGM 2008 (a tím pádem také do EIGEN 6C4) dostala přepočtem přes družicový topografický model na základě známého vztahu pro změnu hodnoty tíže s výškou. Pak není divu, že koreluje  $\Delta g$  i  $T_{zz}$  s topografií. Avšak EIGEN 6C4 má už také data z GOCE!

Ale skepse v případě nálezů geomorfologa v Himálaji není na místě. Existuje jiná lokalita s výraznou erozí, kde jsou však k dispozici kvalitní gravimetrická měření,



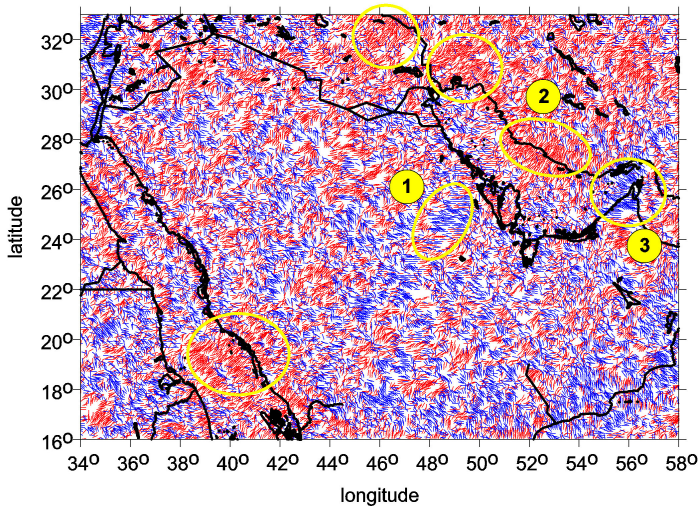
Obr. 7. (a) Himálaj –  $T_{zz}$  (podle EGM 2008). (b), (c) Etiopie:  $T_{zz}$  a  $vd$  (EGM 2008).

kteřá se dostala do EGM 2008 i EIGEN 6C4. Tou je Etiopie. Hodnoty  $T_{zz}$  a  $vd$  pro tuto oblast ukazují obr. 7 b,c. I tady je korelace „gravitačního signálu“ s topografií (pásma hor a říční údolí) zřejmá. Kompresní pásy  $vd$  se táhnou podél údolí řek, podél nichž jsou také minima  $T_{zz}$ .

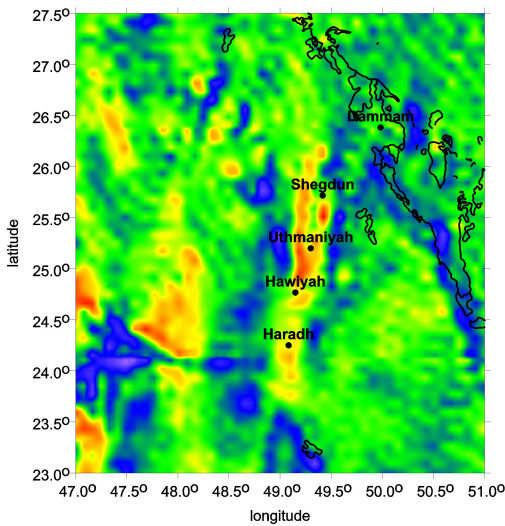
#### 4.5. Další možnosti aplikací

Při prohlídkách skenovaných oblastí jsme si povšimli, že úhly napětí jsou někde dost chaotické, jinde, jako v centrální části Kaspického moře, „učesané“ jedním směrem.

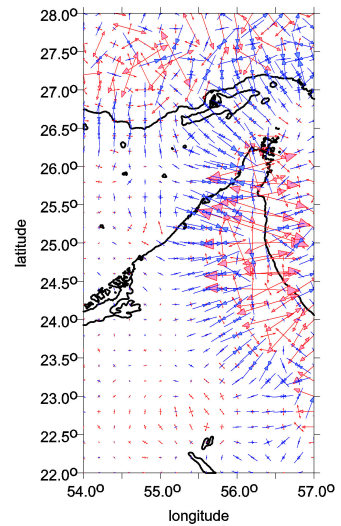




(a)



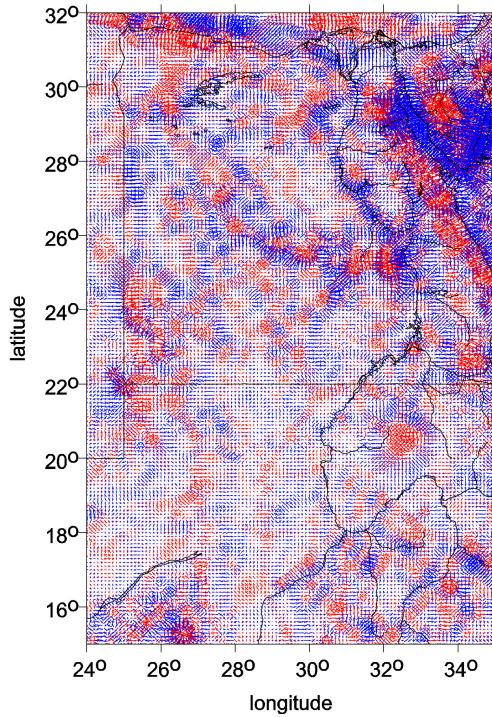
(b)



(c)

Obr. 8. (a) Strike angle pro  $I = 0.3$  pro část Íránu, Perského zálivu, Saudské Arábie, UAE, Ománu a části Rudého moře s vyznačením zón, kde jsou úhly jednostranně orientovány, ať už jakýmkoli směrem. Očíslované oblasti byly pak v práci [15] diskutovány. (b)  $T_{zz}$  kolem Ghawaru a (c)  $vd$  v Perském zálivu, Emirátech a Ománu [15]. Pro obr. 8 a–c použit EGM 2008.

Podobně se chovají i  $vd$ . Oblast souhlasila s místem výskytu ropy a zemního plynu. Prozkoumali jsme další místa a našli podobné chování oněch veličin u Ghawaru v Saudské Arábii, kde je jedno z největších nalezišť ropy na světě, a jinde v Saudské Arábii i okolních státech (obr. 8a) [15]. Samotný Ghawar je v detailu vidět jako střídání pozitivních a negativních anomálií a druhých derivací v SJ směru (obr. 8b). Vytipovali



Obr. 9. Hodnoty  $vd$  v oblasti Egypta

jsme místa, kde by — soudě ovšem jen podle gravitačního signálu — mohla být další naleziště; ukázka je na obr. 8 c.

Zajímavě vypadají místa známých nalezišť břidlicového plynu (např. čínská taklamanská poušť, baltské státy nebo JV Polska). Topograficky jde o plochý terén, kde  $\Delta g$  nebo  $T_{zz}$  vykazují masivní negativní hodnoty.

V západní části Egypta je poušť s nevýraznými výškovými rozdíly, ale pod pískem jsou schovány výrazné  $\Delta g$ ,  $T_{zz}$  i  $vd$ . Obr. 9 ukazuje  $vd$  v Egyptě (a v okolí). Jasně je mj. vyznačena střední a dolní část toku Nilu (zařízlé údolí) jako negativní anomálie a zde jako deprese ve  $vd$ . Takových míst je více a tak stojí za průzkum, co nám tato data mohou říct k otázce, kde dříve v této oblasti mohly být řeky a jezera (a tím pádem i lidská sídla).

Tak jako jsou zajímavé útvary pohřbeny pod saharským pískem, tak jsou antarktické sopky „naloženy“ v ledu jako v mrazničce. Vrstva ledu může být až 4 km vysoká. Rozložení dosud známých sopek v Antarktidě je velmi nepravidelné; svědčí o naší dosud nedostatečné znalosti. Sopky mohou být i jinde, než dnes známe, a obří sopky by se mohly prozradit gravitačním signálem (víme, jaký máme čekat). Problémem je ovšem tlumení signálu ledem a snížená rozlišovací schopnost modelů Země právě v Antarktidě (viz kap. 2), stejně jako omezená možnost použití družicového topografického modelu pro tento účel.

## 5. Závěr

Shrnuli jsme existující a přidali novou teorii, definovali a pokusili se znázornit funkcionály a další funkce (jediným slovem deriváty či aspekty) poruchového gravitačního potenciálu reprezentovaného tím nejlepším, co je v současnosti na světě k dispozici z kombinace družicových a terestrických dat (americký model gravitačního pole EGM 2008 a evropský EIGEN 6C4), a poté jsme deriváty spočetli a vykreslili pro oblasti něčím zajímavé. Náš přístup není lokální, ale regionální a globální. Zde jsme předložili množství ukázek aplikací v geovědách s minimalistickým komentářem opsaným z našich prací vesměs od našich spoluautorů odborníků — geologů, geomorfologů, geofyziků aj. (obrázky barevně jsou v elektronické verzi, další v našich citovaných pracích a na [www.asu.cas.cz/~jklokocn](http://www.asu.cas.cz/~jklokocn)).

Výsledky jsou příliš nové, než aby se o nich dal udělat definitivní závěr. Jsou to pokusy. Studované téma není exaktní (až na vzorce a provedené výpočty). Můžeme se dopustit neoprávněné extrapolace. Je to riskantní podnik. Snažíme se proto o spolupráci s geovědci na daná témata od počátku, popřípadě předložit naše výsledky k jejich následné interpretaci. Dosavadní reakce na naši práci jsou pozitivní i negativní. Podle jedněch jde o úžasné aplikace dráhové dynamiky umělých družic Země (což je obor na pomezí aplikované nebeské mechaniky a družicové geodézie) a fyzikální geodézie. Podle druhých nemají naše výsledky žádný praktický smysl. Budoucnost ukáže ...

**Poděkování.** Děkujeme prof. RNDr. J. Kalvodovi, DrSc., za přínos v geomorfologických interpretacích, které nás inspirovaly k dalším pokusům, jak aplikovat deriváty spočtené z EGM 2008 a poté z EIGEN 6C4. Děkujeme Ing. B. Buchovi, Ph.D. (STU Bratislava) za výpočty derivátů softwarem, který efektivně nahradil starší software zahraniční. Doc. Dr. L. Eppelbaum pomohl s interpretací derivátů na území Izraele a jinde, RNDr. V. Cílek, CSc., v Egyptě. Práce byly vykonány většinou v rámci programu RVO 67985815, grantu GA ČR 13-36843S a P209/12/J068 a podpořeny díky NTIS — New Technologies for Information Society, European Centre of Excellence, CZ.1.05/-1.1.00/02.0090.

## L i t e r a t u r a

- [1] BALMINO, G.: *Proposition pour les arcs GRADIO*. Gradiométrie par satellite. Report CNES, Toulouse, 1981, 51 str.
- [2] BEIKI, M., PEDERSEN, L. B.: *Eigenvector analysis of gravity gradient tensor to locate geologic bodies*. *Geophysics* 75 (2010), 137–149. Dostupné z: doi: 10.1190/1.3484098, 2010.
- [3] BEZDĚK, A., SEBERA, J., KLOKOČNÍK, J., KOSTELECKÝ, J.: *Average time-variable gravity from GPS orbits of recent geodetic satellites*. VIII Hotine-Marussi Symposium, Rome, Italy, 17–21 June 2013.
- [4] BRDIČKA, M., SAMEK, L., SOPKO, B.: *Mechanika kontinua*. Academia, Praha, 2000.
- [5] BUCHA, B., JANÁK, J.: *A MATLAB-based graphical user interface program for computing functionals of the geopotential up to ultra-high degrees and orders*. *Computers & Geosciences* 56 (2013), 186–196.

- [6] FLOBERGHAGEN, R., FEHRINGER, M., LAMARRE, D., MUZI, D., FROMMKNECHT, B., STEIGER, C., PINEIRO, J., DA COSTA, A.: *Mission design, operation and exploitation of the gravity field and steady-state ocean circulation explorer mission*. J. Geod. 85 (2011), 749–758. Dostupné z: <http://dx.doi.org/10.1007/s00190-012-0541-z>
- [7] FÖRSTE, C., BRUINSMA, S., ABRYKOSOV, O., LEMOINE, J.-M., et al.: *The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse (EIGEN 6C4)*. 5th GOCE User Workshop, Paris, 25–28 Nov. 2014.
- [8] FRENCH, B. M., KOEBERL, C.: *The convincing identification of terrestrial meteorite impact structures: what works, what doesn't, and why*. Earth Sci. Reviews 98 (1–2) (2010), 23–170.
- [9] HOLMES, S. A., PAVLIS, N. K., NOVÁK, P.: *A Fortran program for very-high degree harmonic synthesis, version 05/01/2006*. University New Brunswick, 2006.
- [10] HOTINE, M.: *Mathematical geodesy*. ESSA, U.S. Dept. Comm., Environ. Sci. Serv. Admin., Monograph 2, Washington, DC, 1969.
- [11] HOVORKA, D.: *Diamant: permanentne strategická surovina*. Vesmír 81 (2002), 79–86.
- [12] KALVODA, J., KLOKOČNÍK, J., KOSTELECKÝ, J., BEZDĚK, A.: *Mass distribution of Earth landforms determined by aspects of the geopotential as computed from the global gravity field model EGM 2008*. Acta Univ. Carolin. Geographica XLVIII (2) (2013).
- [13] KALVODA, J., KLOKOČNÍK, J., KOSTELECKÝ, J.: *Regional correlation of the Earth Gravitational Model 2008 with morphogenetic patterns of the Nepal Himalaya*. Acta Univ. Carolin. Geographica XLV (2) (2010), 53–78.
- [14] KLOKOČNÍK, J., KALVODA, J., KOSTELECKÝ, J., EPPPELBAUM, L., BEZDĚK, A.: *Gravity disturbances, Marussi tensor, invariants and other functions of the geopotential represented by EGM 2008*. ESA Living Planet Symp., 9–13 Sept. 2013, Edinburgh, Scotland. J. Earth Sci. Res. 2 (2014), 88–101.
- [15] KLOKOČNÍK, J., KOSTELECKÝ, J.: *Gravity signal at Ghawar, Saudi Arabia, from the global gravitational field model EGM 2008 and similarities around*. Arab. J. Geosci. 8 (6) (2015), 3515–3522. Dostupné z: doi 10.1007/s12517-014-1491-y.
- [16] KLOKOČNÍK, J., KOSTELECKÝ, J., BEZDĚK, A.: *Družice a gravitační pole Země*. Věda kolem nás, AV ČR, Praha, 2013, 20 str.
- [17] KLOKOČNÍK, J., KOSTELECKÝ, J., KALVODA, J., SEBERA, J., BEZDĚK, A.: *Towards a system of data systems in geoscience: Marussi tensor and invariants of the Earth Gravity Field from Recent Global Gravity Models EGM 2008 and EIGEN 6C4 based on Satellite (GRACE or GOCE) and Terrestrial Data*. Japan Geoscience Union Meeting 2012, May 20–25, Makuhari, Chiba, Tokyo, Japonsko, poster U01–P04.
- [18] KLOKOČNÍK, J., KOSTELECKÝ, J., PEŠEK, I., NOVÁK, P., WAGNER, C. A., SEBERA, J.: *Is Chicxulub a double impact crater?* Prezentováno na 6th EGU A. von Humboldt Interntl. Conf. on Climate Change, Natural Hazards, and Societies, Mérida, México, Section: The Cretaceous Tertiary Boundary and the Chicxulub Impact Crater, paper AvH6-5, 15 March 2010.
- [19] KLOKOČNÍK, J., KOSTELECKÝ, J., PEŠEK, I., NOVÁK, P., WAGNER, C. A., SEBERA, J.: *Candidates for multiple impact craters? Popigai and Chicxulub as seen by the global high resolution Gravitational Field Model EGM08*, Solid Earth EGU 1 (2010), 71–83. Dostupné z: doi: 10.5194/se-1-71-2010.
- [20] KLOKOČNÍK, J., NOVÁK, P., KOSTELECKÝ, J., WAGNER, C. A.: *Detecting impact craters using the EGM 08*. Acta Geodyn. Geomater. 7 (1) (157) (2010), 71–97.

- [21] KOSTELECKÝ, J., KLOKOČNÍK, J., BUCHA, B., BEZDĚK, A., FOERSTE, C.: *Evaluation of the gravity field model EIGEN-6C4 in comparison with EGM2008 by means of various functions of the gravity potential and by GNSS/levelling*. Geoinformatics FCE CTU 1, 14 (2015), 7–27; také bylo presentováno na GA EGU 2015, Vienna.
- [22] MARUSSI, A.: *Microgravitation in space*. Geophys. J. Roy. Astronom. Soc. 76 (1984), 691–695. Dostupné z: doi: 10.1111/j.1365-246X.1984.tb01917.x.
- [23] MASAITIS, V. L.: *Popigai crater: Origin and distribution of diamond-bearing impactites*. Meteoritics 33 (2005), 349–359.
- [24] MATARAGIO, J., KIELEY, J.: *Application of full tensor gradient invariants in detection of intrusion-hosted sulphide mineralization: Implications for deposition mechanisms*. Mining Geosci., EAGE First Break 27 (2009), 95–98.
- [25] MIKHEEVA, A. V., KHAZANOVICH-WULFF, K. K.: *The gravity trace of the falling cosmic bodies trajectories*. Bull. Nov. Comp. Center (2013), 1–15.
- [26] MURPHY, C. A., DICKINSON, J. L.: *Exploring exploration play models with FTG gravity data*. 11th SAGA Biennial Techn. Meeting & Exhib., Swaziland, 16–18 Sept. 2009, 89–91.
- [27] PAVLIS, N. K., HOLMES, S. A., KENYON, S. C., FACTOR, J. K.: *An Earth Gravitational Model to degree 2160: EGM 2008*. EGU General Assembly 2008, Vienna, 13–18 April 2008.
- [28] PAVLIS, N. K., HOLMES, S. A., KENYON, S. C., FACTOR, J. K.: *The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008)*. J. Geophys. Res. 17 (2012), B04406. Dostupné z: doi: 10.1029/2011JB008916.
- [29] PAWLOWSKI, B.: *Gravity gradiometry in resource exploration*. The Leading Edge 17 (1998), 51–52.
- [30] PEDERSEN, B. D., RASMUSSEN, T. M.: *The gradient tensor of potential field anomalies: some implications on data collection and data processing of maps*. Geophysics 55 (1990), 1558–1566.
- [31] PRAVEC, P., et al.: *Photometric survey of binary near-Earth asteroids*. Icarus 181 (2006), 63–93.
- [32] REIGBER, C., SCHWINTZER, P., LÜHR, H.: *The CHAMP geopotential mission*. Boll. di Geofisica Teorica ed Applicata 40 (3–4) (1999), 285–289.
- [33] REIGBER, C., SCHWINTZER, P., LÜHR, H., WICKERT, J. (eds.): *Earth Observations with CHAMP*. Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg, 2005.
- [34] RUMMEL, R.: *Satellite gradiometry*. Lecture Notes in Earth Sciences 7, Mathem. and Numer. Techn. in Phys. Geodesy, H. Suenkel (ed.), Springer, Berlin, 1986, 317–363.
- [35] SAAD, A. H.: *Understanding gravity gradients — a tutorial*. The Meter Reader, B. Van Nieuwenhuise (ed.), August issue, The Leading Edge (2006), 941–949.
- [36] SEBERA, J., WAGNER, C. A., BEZDĚK, A., KLOKOČNÍK, J.: *Short guide to direct gravitational field modelling with Hotine’s equations*. J. Geod. 87 (2013), 223–238. Dostupné z: <http://dx.doi.org/10.1007/s00190-012-0591-2>.
- [37] SURENDRA, A.: *3D tomographic imaging of the Chicxulub impact crater*. Lithos Science Report 6 (2004), 89–92.
- [38] [www.asu.cas.cz/~jklokocn](http://www.asu.cas.cz/~jklokocn), .../~bezdek
- [39] [www.pecny.cz](http://www.pecny.cz)