

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Jan Mlynář

Rovnováha plazmatu a magnetického pole v termojaderných reaktorech typu tokamak

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 57 (2012), No. 2, 122--139

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/142920>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2012

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

# Rovnováha plazmatu a magnetického pole v termojaderných reaktorech typu tokamak

Jan Mlynář, Praha

Rovnováha vysokoteplotního plazmatu a magnetického pole v tokamacích představuje velmi zajímavé téma, které je navíc klíčové z hlediska pochopení principů, na kterých byl vyprojektován mezinárodní experiment ITER. V tomto článku jsou popsány základní rysy takové rovnováhy, a to včetně vztahu mezi tekutinovým (magnetohydrodynamickým) a částicovým modelem. Jde o poměrně jednoduchou a přitom velmi ilustrativní souvislost, která je v monografiích zmiňována vzácně a pouze na kvalitativní úrovni. V navazujícím článku kolegy Davida Břeně je pak rigorózně odvozena magnetohydrodynamická rovnováha plazmatu a magnetického pole v tokamacích.

## 1. Tokamak – základní fakta

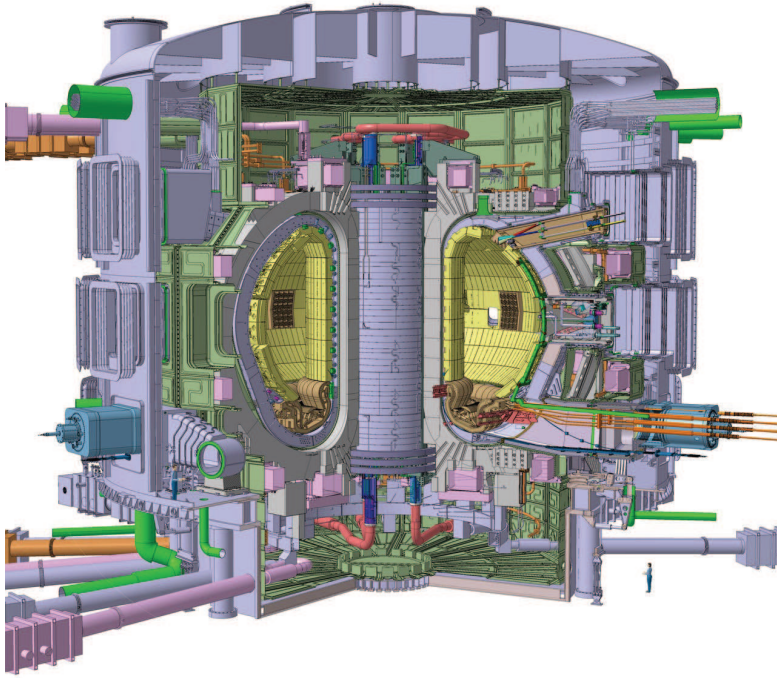
Einsteinův vztah  $E = mc^2$  je dnes nejen krásným a populárním symbolem moderní fyziky, ale velmi často slouží i jako jasná a stručná motivace pro zvládnutí řízení termojaderné fúze. Tento fundamentální vztah svazující hmotnost a energii sice platí vždy, třeba i při spalování uhlí, ale tam je množství uvolněné energie (vyjádřené jako úbytek klidové hmotnosti paliva) v poměru k celkové hmotnosti paliva doslova titěrné, v řádu  $10^{-8}$  %. A je to právě termojaderná fúze, která mezi zvládnutelnými procesy nabízí v tomto smyslu nejlepší využití paliva – při nejsnáze dosažitelné reakci fúze deuteria a tritia na hélium se uvolňuje energie odpovídající 0,37 % hmotnosti paliva (ve hvězdách, které zvolna slučují protony na hélium, se využije „dokonce“ 0,71 % hmotnosti). Jde ale opravdu o průmyslově zvládnutelný proces? Současný stav výzkumu vyslovuje opatrný souhlas, potřebný reaktor je na samotných hranicích našich technických schopností [2].

Projekt prvního fúzního reaktoru, velkého plně supravodivého tokamaku ITER (obr. 1) se pomalu, ale jistě stává skutečností<sup>1</sup>. Tento reaktor o předpokládaném tepelném výkonu kolem 500 MW je prvním termojaderným zařízením, které potřebuje jadernou licenci. Zároveň je s předpokládanou hodnotou investic kolem 13 miliard Euro druhým nejnákladnějším projektem mezinárodního výzkumu, a to hned po mezinárodní vesmírné stanici ISS. Na výstavbě ITER v jihofrancouzské Provence<sup>2</sup> se

---

<sup>1</sup>ITER znamená v latině „cesta“, původně to byla též zkratka pro International Thermonuclear Energy Reactor (mezinárodní termonukleární energetický reaktor), dnes se již ITER nemá oficiálně rozepisovat.

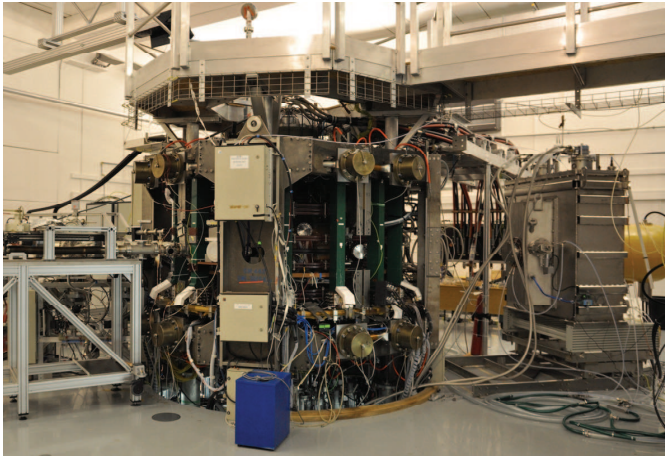
<sup>2</sup>Konkrétně v těsném sousedství francouzského střediska jaderného výzkumu CEA Cadarache, v kterém se mj. též buduje evropský výzkumný štěpný reaktor Jules Horowitz.



Obr. 1. Schéma fúzního reaktoru ITER v řezu (s laskavým svolením ITER).

vedle Evropské unie přímo podílejí i Japonsko, Ruská federace, Spojené státy americké, Čína, Korejská republika a Indie. Provoz ITER má být zahájen v roce 2020 s dosažením projektových parametrů okolo roku 2027. ITER bude především technickým experimentem, tj. zařízením určeným pro vývoj a výběr technických komponent pro budoucí termojaderné elektrárny. Jeho úspěšný provoz by měl záhy vést ke stavbě první termojaderné elektrárny DEMO, na jejímž projektu se právě začíná pracovat. DEMO má být, na rozdíl od ITER, především spolehlivým a robustním zařízením prokazujícím konkurenceschopnost tohoto nového energetického zdroje.

ITER je zařízením typu tokamak. Je tomu tak proto, že tokamaky mají z hlediska dosažitelnosti Lawsonova kritéria pro užitečný termonukleární reaktor lepší výsledky než ostatní fúzní experimenty s magnetickým udržením. Lawsonovo kritérium se zapisuje ve formě nerovnosti  $n\tau_E \geq f(T)$ , podle které musí být součin hustoty paliva  $n$  a doby udržení tepla  $\tau_E$  vyšší nežli kritická mez, jejíž hodnota závisí na teplotě, viz např. [1, 2]. V případě nejsnáze dosažitelné fúze deuteria a tritia má pravá strana této nerovnosti ploché minimum při teplotě 100–200 miliónů stupňů. Při splnění Lawsonova kritéria dojde k tzv. zapálení, po kterém samotný výkon fúzních reakcí stačí k pokrytí energetických ztrát plazmatu, a tedy k udržování potřebné teploty pro termonukleární fúzi. U tokamaků dnes chybí ke splnění uvedené nerovnosti faktor přibližně šest, který dále umíme výrazněji snížit pouze zvětšením objemu vysokoteplotního plazmatu. Doba udržení tepla v plazmatu, která je z hlediska splnění kritéria klíčová, totiž roste při-



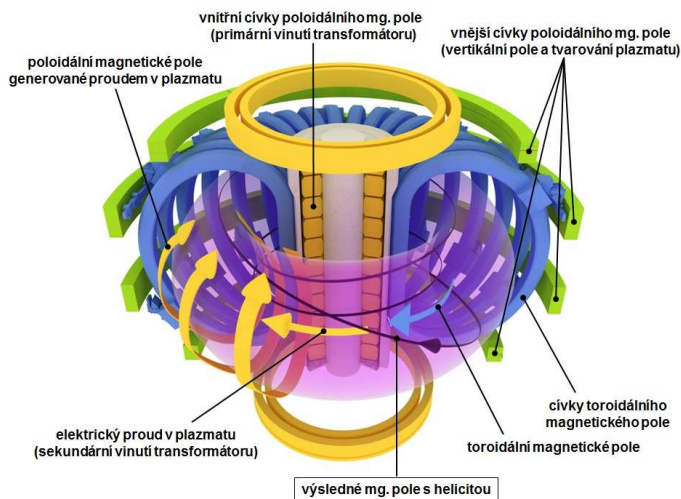
Obr. 2. Tokamak COMPASS v pražském Ústavu fyziky plazmatu AV ČR, v.v.i.

blíže se čtvercem lineárních rozměrů plazmatu. ITER, jehož plazma bude mít objem zhruba osm set krychových metrů, je projektován tak, aby mu ke splnění kritéria chyběl faktor 1,5. Podle tohoto projektového cíle má ITER uvolňovat fúzními reakcemi desetkrát větší výkon, než jaký musí plazma absorbovat z vnějších zdrojů, aby nechladlo. ITER tak bude tzv. zesilovačem výkonu. Uvedené číselné hodnoty se očekávají na základě konzervativní extrapolace dat z menších tokamaků a řada odborníků věří, že ITER může s trochou štěstí Lawsonovo kritérium splnit beze zbytku.

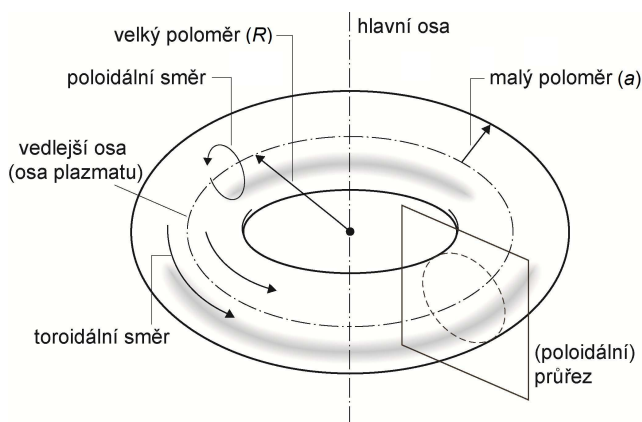
Vedle velikosti je hlavní příčinou vysokých nákladů na ITER skutečnost, že se v něm ke konfiguraci magnetického pole používají mohutné supravodivé cívky. K vytvoření potřebného magnetického pole v řádu několika tesla jsou totiž nutné velmi vysoké elektrické proudy. Klasické vodiče se při takových proudech během několika desítek sekund přehřívají a jejich ohřev jde navíc na úkor velmi vysoké vlastní spotřeby tokamaku.

Dobu udržení tepla v plazmatu  $\tau_E$  lze také zvýšit tím, že se sníží rychlost tepelných ztrát, které přitom mají ve fúzních experimentech silně turbulentní charakter a dodnes se je nedaří kvantitativně předvídat. S jistou nadsázkou lze říci, že úspěch tokamaků oproti jiným konfiguracím magnetického pole zatím nedokážeme uspokojivě vysvětlit. Proto zůstávají důležitou součástí fúzního výzkumu i menší experimenty, které jsou vhodné ke studiu transportních jevů a k extrapolaci doby udržení tepla na velká zařízení na základě předpokladu podobnosti. Mezi taková zařízení patří i pražský tokamak COMPASS, jehož magnetické pole je i v detailech podobné magnetickému poli tokamaku ITER, obr. 2, viz též [3]. Je jisté, že relativně dobré udržení plazmatu v tokamacích souvisí s jejich axiální symetrií a z toho vyplývající hladkostí a relativní přesností jejich magnetického pole.

Principiální uspořádání tokamaku je na obrázku 3. Magnetické pole se skládá z hlavní, toroidální složky vytvořené cívkami toroidálního pole, které obepínají plazma, a z vedlejší, tzv. poloidální složky, kterou vytváří mohutný elektrický proud tekoucí v plazmatu v kombinaci s proudy ve vnějších cívkách poloidálního pole. Proud je v plazmatu (alespoň v počáteční fázi experimentu) indukovan změnou magnetického



Obr. 3. Principiální schéma tokamaku.



Obr. 4. Základní pojmy toroidální geometrie tokamaku.

toku, který obepíná plazma. Tokamak tedy funguje jako transformátor: Cívky primárního obvodu dnes nejčastěji nalezneme z důvodu symetrie přímo na ose tokamaku, zatímco plazma vytváří jediný nakrátko zapojený závit sekundárního obvodu (viz obr. 3, základní pojmy geometrie tokamaku jsou uvedeny na obr. 4). Složením silné toroidální a slabší poloidální složky magnetického pole vznikají charakteristické pomalu se stáčeující šroubovicové silokřivky magnetického pole<sup>3</sup>, které zůstávají celé uzavřeny v plazmatu. Velké vnější cívky poloidálního magnetického pole mají vedle formování tvaru plazmatu i zásadní roli v ustavení rovnováhy sil, jak uvidíme později.

<sup>3</sup>Pro jednoduchost budeme v tomto článku používat zažitý pojem „silokřivky magnetického pole“ ve smyslu formálně správnějšího označení „magnetické indukční čáry“.

Toroidální magnetické pole klesá nepřímo úměrně se vzdáleností od hlavní osy tokamaku. Tento pokles směrem „ven“ přímo vyplývá z Ampérova zákona

$$\mathbf{j} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B}, \quad (1)$$

který je nutné řešit v cylindrických souřadnicích zvolených tak, aby byla osa souřadného systému totožná s hlavní osou tokamaku. Pokles lze předpovědět i prostou úvahou: Hustota cívek toroidálního pole směrem od hlavní osy klesá. Proto se v plazmatu tokamaků rozlišuje oblast vyššího magnetického pole (HFS – high field side, blíže k hlavní ose tokamaku) a oblast nižšího magnetického pole (LFS – low field side, dále od hlavní osy tokamaku).<sup>4</sup> Efekt poklesu magnetického pole se vzdáleností od osy tokamaku se samozřejmě projevuje i u pole poloidálního, jeho přesný průběh je ovšem dán rozložením toroidálního elektrického proudu v plazmatu a je tedy složitější. Pokles poloidálního pole se navíc lokálně (v oblasti plazmatu) kompenzuje pomocí proudu ve velkých vnějších cívkách poloidálního pole, jak je vysvětleno v následující kapitole. V poslední kapitole tohoto článku uvidíme, že existence gradientu pole je klíčová i z hlediska pohybu jednotlivých částic plazmatu podél silokřivek.

Vysoké toroidální magnetické pole má v tokamaku především roli stabilizační, zabráňuje totiž smyčkové nestabilitě. Smyčková nestabilita patří k proudovým nestabilitám – je způsobena poloidálním magnetickým polem, které je vytvářeno elektrickým proudem indukovaným v plazmatu. Během smyčkové nestability dochází k náhlému překroucení sloupce plazmatu, přesněji řečeno ke změně geometrie magnetického pole tak, aby se snížila energie systému, což je samozřejmě v rozporu s tvarem vakuové nádoby tokamaku. Smyčkovou nestabilitu magnetického pole v tokamacích lze přirovnat ke zhroucení geometrie gumičky při jejím přílišném stočení v poloidálním směru. Mezní případ stability stanovuje takzvaná Kruskalova-Šafranovova podmínka, podle které musí být stáčení silokřivek v poloidálním směru vždy pomalejší než jeden poloidální oběh na jeden toroidální oběh, viz např. [5], kap. 8.3. Nadále budeme předpokládat, že je plazma dobře stabilizované a budeme se věnovat pouze otázce rovnováhy plazmatu a magnetického pole, pro kterou je určující především pole poloidální.

V následující kapitole se budeme nejprve obecně věnovat rovnováze magnetického pole a gradientu tlaku v plazmatu, a to podle magnetohydrodynamiky (MHD), ve které je fyzikální plazma popisováno jako kontinuum. V další, třetí kapitole se stále v rámci MHD podrobně zaměříme na otázku kompenzace sil rozpínání plazmatu směrem od hlavní osy – tyto síly vznikají v případě, že je plazma stočené do prstence (do toroidu). S tím související výpočty jsou podrobně provedeny v samostatném článku D. Břeně v tomto vydání PMFA [6]. Poněkud netradičně si tak necháme popis rovnováhy z hlediska trajektorií jednotlivých částic až na závěrečnou, čtvrtou kapitolu. Je sice pravda, že částicový popis je relativně jednodušší (nepotřebuje matematickou analýzu), na druhou stranu se domníváme, že teprve solidní znalost základní MHD konfigurace tokamaku dodává částicovému modelu potřebnou hloubku a zajímavost.

---

<sup>4</sup>V oblasti vyššího magnetického pole mají navíc silokřivky správnou křivost z hlediska splnění podmínky minima  $\mathbf{B}$  v plazmatu, která je nutná kvůli zajištění stability, viz např. [3], kap. 5.2.7. V oblasti nižšího pole je křivost pole nesprávná, protože tam magnetické pole klesá spolu s klesajícím tlakem plazmatu. Pokud by nesprávná křivost převládla podél celé silokřivky – což není případ tokamaku – vedlo by to okamžitě k tzv. výměnné (žlábkové, flétnové) nestabilitě.

## 2. Obecné vlastnosti rovnováhy plazmatu a magnetického pole

Rovnováha je definována jako takový stav dynamického systému, který není funkcí času. Jinými slovy jde o situaci, ve které se všechny síly působící na systém navzájem vyruší. Základní mechanismus magnetického udržení plazmatu, tj. radiálního nárůstu tlaku plazmatu v magnetickém poli, je podle magnetohydrodynamického modelu dán vektorovým součinem hustoty elektrického proudu a magnetické indukce:

$$\nabla p = \mathbf{j} \times \mathbf{B}. \quad (2)$$

Tato rovnice vyplývá přímo z Lorentzova vztahu

$$\mathbf{F} = q_e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (3)$$

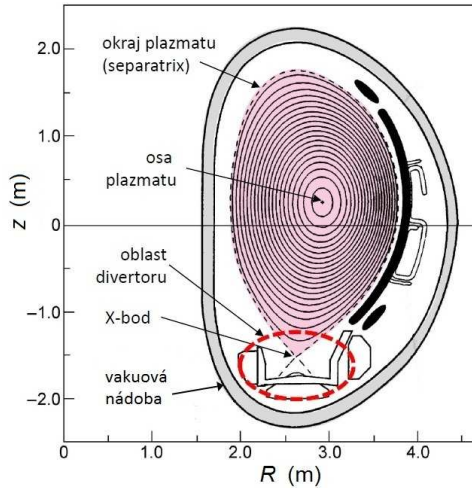
kde  $q_e$  je elektrický náboj částice o rychlosti  $\mathbf{v}$  a  $\mathbf{E}$  je intenzita elektrického pole. Rovnice (2) platí za předpokladu kvazineutrality plazmatu a při zanedbání viskózních sil. Stojí za povšimnutí, že viskózní síly mohou ve stavu rovnováhy existovat pouze v případech, že je strižný tok částic udržován nějakou vnější silou, například během ohřevu plazmatu svazkem částic.

Z hlediska udržení plazmatu je podle (2) v tokamacích již na první pohled rozhodující poloidální magnetické pole, a to proto, že elektrický proud v plazmatu tokamaků teče převážně v toroidálním směru. Otázku rovnováhy plazmatu s magnetickým polem ovšem nelze redukovat jen na poloidální pole, protože ani směr toku elektrického proudu není výhradně toroidální. To má jeden zajímavý důsledek: Zatímco obecně plazma vykazuje diamagnetické chování, tj. oslabuje magnetické pole (viz např. [4], kap. 1.4.6), z hlediska velikosti toroidálního pole může mít plazma tokamaků i paramagnetické chování. Je to proto, že směr toku elektrického proudu má složku do poloidálního směru, která díky směru stáčení silokřivek vždy spoluvytváří (posiluje) pole toroidální; detailní odvození lze nalézt např. v [5], kap. 6.3. Pokud je plazma i v toroidální složce diamagnetické, pak to znamená, že se toroidální pole na udržení plazmatu podílí. Taková situace je charakteristická pro většinu fúzních experimentů na tokamacích, kde obecně usilujeme o co nejlepší udržení.

Po dosazení Ampérova zákona (1) do vztahu pro rovnováhu sil (2) lze přímo odvodit i známý vztah definující tlak magnetického pole  $p_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$ , viz [7], kap. 6.3, na základě kterého se zavádí tzv. parametr beta

$$\beta \equiv \frac{p}{p_m} = \frac{2\mu_0 p}{B^2}. \quad (4)$$

Tento parametr udává poměr hydrostatického a magnetického tlaku a tedy jakousi „efektivitu“ využití magnetického pole při udržování plazmatu. Parametr beta skutečně patří v oboru magnetického udržení vysokoteplotního plazmatu k základním sledovaným veličinám. Tento parametr mají bohužel tokamaky poměrně nízký, v řádu několika procent, a to z důvodu požadavku na vysoké stabilizační (toroidální) pole. Nízký faktor beta také znamená, že je energie magnetického pole v tokamacích mnohem vyšší než tepelná energie plazmatu. Pokud se ovšem vypočítává (4) s dosazením pouze velikosti poloidálního pole, vycházejí hodnoty parametru beta blízké k jedničce – pro plazma diamagnetické i v toroidální složce je „beta poloidální“ dokonce větší než jedna.



Obr. 5. Typická konfigurace ploch konstantního magnetického toku v poloidálním průřezu moderního tokamaku (zde tokamak JET, s laskavým svolením EFDA JET).

Ze základního magnetohydrodynamického vztahu pro rovnováhu (2)  $\nabla p = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$  přímo plynou tři jednoduché a přitom zcela zásadní důsledky:

1. Gradient tlaku je vždy kolmý k siločivkám magnetického pole.
2. Gradient tlaku je vždy kolmý ke směru, kterým teče elektrický proud.
3. Pro udržení plazmatu ( $\nabla p \neq 0$ ) je nutné, aby elektrický proud neměl totožný směr s magnetickým polem.

Tyto tři klíčové skutečnosti lze shrnout do dalšího tvrzení: Tlak v plazmatu je konstantní na plochách určených směry elektrického proudu a magnetického pole. Protože na těchto plochách leží siločivky magnetického pole, jde zároveň o hraniční plochy vymezující oblast konstantního toku magnetického pole, a proto se pro ně vžil název „plochy konstantního magnetického toku“. Jejich geometrický tvar je díky osové symetrii tokamaku nezávislý na toroidálním úhlu. Právě proto se zpravidla konfigurace plazmatu zakresluje jen na tzv. poloidálním průřezu, viz obr. 4, který je veden rovinou procházející hlavní osou tokamaku. Na tomto průřezu se z ploch konstantního magnetického toku zobrazí jen jejich průměty – ty odpovídají siločivkám poloidálního pole, viz obrázek 5. Axiální symetrii ploch konstantního magnetického toku mohou narušovat jen fluktuace pole vedoucí na tenké, periodické struktury známé jako magnetické ostrovy (viz [5], kap. 9.1); tento jev necháme v dalším textu stranou stejně jako skutečnost, že v určitých oblastech mohou nastat i případy stochastického, chaotického průběhu siločivek, kdy plochy konstantního magnetického toku vůbec nevznikají.

Výsledná podoba rovnovážného uspořádání magnetického pole a plazmatu se v toroidální konfiguraci určuje jako řešení Gradova-Šafranovovy rovnice, která je řešením vztahu (2) v cylindrické soustavě tokamaku a kterou naleznete v článku [6] tohoto vydání PMFA. Gradova-Šafranovova rovnice platí přesně jen v jednodušších případech, v praxi je často třeba uvážit i existenci dalších sil, například síly odstředivé působící na plazma v důsledku jeho toroidální rotace. Gradova-Šafranovova rovnice řeší podobu a polohu ploch konstantního magnetického toku v plazmatu pro dané okrajové podmínky a s ohledem na závislost poloidálního elektrického proudu a gradientu tlaku



na magnetickém toku. Okrajovou podmínkou řešení je zejména tvar okraje plazmatu, který se v praxi řídí pomocí proudů v cívkách tokamaku.

Gradova-Šafranovova rovnice je nelineární diferenciální rovnice se závislými parametry (poloidální proud v plazmatu a tlak plazmatu). Tato rovnice se v praxi řeší numericky a iteračně. Využívá se přitom předpokládaný nebo naměřený průběh poloidálního proudu a tlaku. Přibližné řešení Gradovy-Šafranovovy rovnice se hledá v rámci modelování rovnováhy plazmatu, při detailní přípravě experimentu a při zpracování dat po experimentu. Během samotného experimentu je rovnováha „dolaďována“ v reálném čase jen na základě jednoduchých lineárních modelů, které se primárně zaměřují na polohu okraje plazmatu<sup>5</sup>. Na obrázku 5 je typický tvar ploch konstantního magnetického toku v poloidálním průřezu pro rovnovážnou konfiguraci plazmatu v tokamaku. Jde o dnes nejčastější uspořádání s divertorem, kdy je okraj plazmatu vymezen tzv. X-bodem magnetického pole, viz [8], kap. 9.4, pro odborníky [5], kap. 16.5. S podobným uspořádáním magnetického pole bude pracovat i ITER. Tento obrázek byl vypočítán pomocí počítačového programu pro řešení Gradovy-Šafranovovy rovnice, který je mezi odborníky znám jako EFIT.

Konkrétní tvar ploch konstantního magnetického toku odpovídá složité rovnováze mezi okrajovými podmínkami – elektrickými proudy v cívkách tokamaku – a rozložení proudů v samotném plazmatu, které výrazně závisí na průběhu teploty plazmatu. Plazma se od elektrického proudu ohřívá (Jouleův jev), vodivost plazmatu tím rychle stoupá a finální tepelná rovnováha se ustaví jako rovnováha příkonu a transportních (převážně turbulentních) ztrát. V plazmatu tokamaků tak nakonec vzniká self-konzistentní rovnováha profilu<sup>6</sup> teploty plazmatu, hustoty elektrického proudu a výsledných sil podle Gradovy-Šafranovovy rovnice, která je určující pro podobu a polohu ploch konstantního magnetického toku.

Neoddělitelnost teploty a průběhu poloidálního pole byla určitou nevýhodou tokamaků z hlediska fúzního výzkumu zejména v jeho počátcích. Dnes je velmi dobře možné modifikovat průběh hustoty elektrického proudu (a tedy i poloidálního pole) pomocí lokalizovaného dodatečného ohřevu plazmatu, tj. pomocí mikrovln a svazků částic. Nadále ovšem platí, že tokamaků nejsou ideální konfigurací pro základní výzkum interakce plazmatu s magnetickým polem, protože průběh magnetického pole je u tokamaků ovlivňován parametry plazmatu.

### 3. Rovnováha radiálních sil v toroidálním uspořádání

V této kapitole se zaměříme na jeden z klíčových aspektů rovnováhy plazmatu s magnetickým polem v toroidálním uspořádání, který je implicitní součástí Gradovy-Šafranovovy rovnice a do značné míry je příčinou jejího komplikovaného tvaru. Stočením vysokoteplotního plazmatu a magnetického pole do prstence (toroidu) totiž vznikají síly, které se snaží prsteneц opět narovnávat, zvětšit jeho velký poloměr. V tomto smyslu působí hned tři nezávislé jevy:

<sup>5</sup>Ustavení rovnováhy sil není triviální, protože závisí na tlaku, a tedy i na teplotě a hustotě plazmatu. Další komplikací jsou pak možné nestability dosažené rovnováhy, zejména nestabilita vertikální polohy. V experimentech na tokamacích se podařilo dosáhnout dlouhodobě rovnovážných výbojů až po zavedení zpětnovazebního řízení polohy plazmatu.

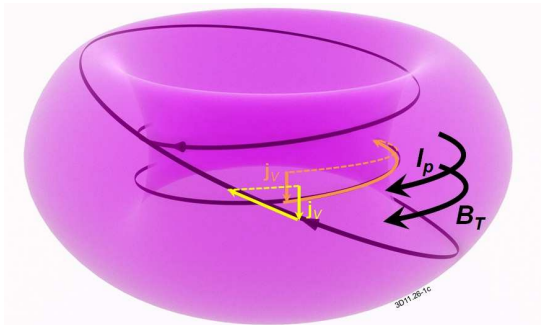
<sup>6</sup>Pojem „profil“ se používá pro funkční závislost veličiny (teploty, hustoty, proudu . . .) na vzdálenosti od osy plazmatu (a to zpravidla v rovině osy plazmatu), nebo na velikosti magnetického toku.

1. **Hydrostatické rozpínání plazmatu.** Tlak plazmatu působí na vnější straně tokamaku (na straně slabšího pole) na větší plochu než na vnitřní straně, výsledně má plazma tendenci se rozpínat směrem od hlavní osy tokamaku.
2. **Rozpínání poloidálního pole.** Lze ukázat, že energie poloidálního pole klesá s rostoucí vzdáleností plazmatu od osy. I podle názorné představy je poloidální pole na straně k ose tokamaku stlačováno, čili působí silou ve směru od hlavní osy.
3. **Rozpínání toroidálního pole.** V případě toroidálního pole záleží na tom, zda je vně plazmatu pole silnější než v plazmatu (plazma je diamagnetické) nebo slabší (plazma je z hlediska toroidálního pole paramagnetické). V prvním případě vytlačuje silnější vnější toroidální pole plazma od hlavní osy ve směru jeho rozpínání, v případě paramagnetického plazmatu působí na plazma síla směrem k hlavní ose tokamaku.

U toroidálních systémů proto existuje z hlediska rovnováhy další požadavek: vedle udržení gradientu tlaku směrem do horkého centra plazmatu je nutné magnetickým polem udržovat i konstantní vzdálenost plazmatu od hlavní osy tokamaku. Rozpínání plazmatu ve směru od hlavní osy lze podle vztahu (2) zabránit tím, že v plazmatu vznikne vertikální elektrický proud, který v kombinaci s toroidálním magnetickým polem vytvoří potřebnou dostředivou sílu zajišťující rovnováhu. Tento závěr vypadá na první pohled jako prakticky nepoužitelný: zdá se, že se vertikální proud nemůže uzavřít, že nemá „kudy odtéct“, a proto rychle povede k elektrické polarizaci plazmatu. Polarizace plazmatu ve vnějším magnetickém poli pak okamžitě znamená narušení silové rovnováhy.

Tato úvaha je naštěstí chybná, vertikální proud sice vzniká, žádná výrazná polarizace plazmatu ale nenastává. V reakci na vznikající vertikální elektrické pole se totiž okamžitě generuje elektrický proud ve směru volného pohybu nábojů, tj. podél silokřivek magnetického pole, viz obr. 6. Schéma jasně vysvětluje příčinu vzniku dodatečného podélného proudu a také jeho směr, je ale příliš zjednodušené pro stanovení velikosti tohoto proudu. Ta se ustaví tak, aby v poloidálním směru globálně (pro celý plazmatický sloupec) kompenzovala vertikální proud nutný k rovnováze sil podle (2). Ve skutečnosti pak na straně slabého toroidálního pole (na vnější straně toroidu) teče podélný proud větší (nikoli menší jako ve schématu) než na straně silného pole, protože na vnější straně je proudová cesta zkracující vertikální polarizaci kratší a tudíž má menší elektrický odpor. Podstatné je, že se díky sklonu silokřivek požadovaný vertikální elektrický proud zcela transformuje na dodatečný toroidální elektrický proud, který se již v plazmatu uzavírá. Všimněte si, že taková transformace by nebyla možná bez poloidální složky magnetického pole. Exaktní magnetohydrodynamické odvození velikosti a rozložení tohoto dodatečného toroidálního proudu, známého pod názvem Pfirschův-Schlüterův proud, naleznete v následujícím článku [6]. Jeho názornou souvislost s trajektoriemi jednotlivých částic v plazmatu ukážeme v následující kapitole. Nyní zbývá uvést, jakým mechanismem interaguje Pfirschův-Schlüterův proud s konfigurací tokamaku tak, aby se plazma nerozpínalo.

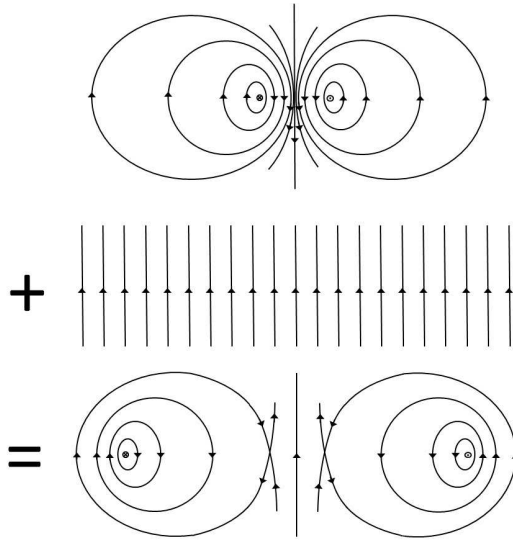
V tomto směru je důležité si všimnout, čím se liší rovnovážné poloidální pole v tokamaku (obr. 5, který je vypočten podle Gradovy-Šafranovy rovnice) od pole prosté proudové smyčky, tj. od pole magnetického dipólu, viz obr. 7 nahoře. Zatímco magnetický dipól má vyšší hustotu silokřivek (tj. silnější poloidální pole) na vnitřní straně



Obr. 6. Schematický průběh silokřivky magnetického pole v tokamaku (pro typické směry toroidální složky magnetického pole  $B_T$  a proudu plazmatem  $I_p$ ), hustoty vertikálního proudu v plazmatu  $j_v$  a jeho kompenzace proudem podél silokřivkek. Složka kompenzačního proudu do toroidálního směru se nazývá Pfirschův-Schlüterův proud. Všimněte si, že na vnější straně tokamaku tento kompenzační proud posiluje hlavní proud plazmatem  $I_p$ , zatímco na vnitřní straně jej oslabuje. Jak je vysvětleno v textu, velikost Pfirschova-Schlüterova proudu se z tohoto schématu stanovit nedá.

prstence, v plazmatu tokamaku je tomu právě naopak, to má silnější poloidální pole na vnější straně (na straně slabého toroidálního magnetického pole). V důsledku toho je také strmost stoupání silokřivek na vnitřní straně tokamakového plazmatu výrazně menší nežli na jeho vnější straně, viz obr. 6. Ze stejného důvodu je osa plazmatu oproti geometrickému středu nádoby výrazně posunuta směrem ven – tento posuv je v odborné literatuře znám jako Šafranovův posuv, viz obr. 8. Příčina toho, proč se rovnováha plazmatu a magnetického pole ustaví právě v této podobě, je celkem snadno pochopitelná: Podle vztahu (2) znamená vyšší hustota ploch konstantního magnetického toku strmější gradient tlaku. A strmější gradient tlaku na vnější straně zabraňuje rozpínání plazmatu směrem od hlavní osy tokamaku. Zbývá ukázat, jak se takový průběh poloidálního pole vytváří.

K tomu, aby v plazmatu mohlo vzniknout potřebné zvýšení poloidálního pole na vnější straně, potřebují tokamaky vertikální magnetické pole, v nejjednodušším případě pole od velkých Helmholtzových cívek (viz obr. 3, vnější cívky poloidálního magnetického pole). Jak ukazuje obrázek 7, sečtením pole magnetického dipólu a vertikálního magnetického pole mohou skutečně vzniknout poloidální silokřivky s průběhem požadovaným pro rovnováhu plazmatu. Vektorový součin vertikálního pole a celkového proudu v plazmatu pak musí být podle vztahu (2) v rovnováze se součtem sil, které se snaží o rozpínání plazmatu. Právě tímto mechanismem se přenášejí síly rozpínání na vnější cívky a tím na konstrukci tokamaku. Z poněkud zdoluhavé analýzy Gradovy-Šafranovy rovnice lze skutečně odvodit i požadavek na velikost tohoto vertikálního pole, viz např. [5], kap. 6.5. Uvnitř samotného plazmatu se pak jako protiváha k vnějšímu vertikálnímu poli ustavuje Pfirschův-Schlüterův proud, který teče na straně slabého toroidálního pole proti směru proudu v cívkách vertikálního pole (tedy se od nich odpuzuje), a na straně silného toroidálního pole teče ve směru tohoto proudu. Tato asymetrie hustoty elektrického proudu je znázorněna na obr. 8 v závislosti na vzdálenosti od hlavní osy, a to spolu s průběhem tlaku plazmatu, který musí být (na rozdíl od hustoty proudu) konstantní na každém povrchu konstantního magnetického toku.



Obr. 7. Pole magnetického dipólu (nahore). Sečtením pole magnetického dipólu s vertikálním magnetickým polem generovaným vnějšími cívkami poloidálního pole vzniká výsledné poloidální pole se Šafranovovým posuvem.

Tím se rozbor rovnováhy plazmatu z hlediska tekutinového (magnetohydrodynamického) modelu uzavírá. Nyní se na tuto problematiku zaměříme z hlediska trajektorií jednotlivých částic plazmatu.

#### 4. Trajektorie částic v rovnovážném uspořádání

V magnetickém poli o velikosti  $B$  působí na nabitě částice plazmatu Lorentzova síla podle vztahu (3), a proto tyto částice rotují kolem siločívek s cyklotronní frekvencí

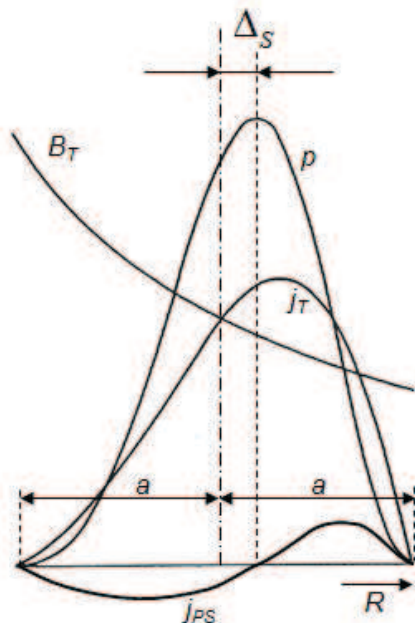
$$\omega_c = \frac{q_e B}{m}, \quad (5)$$

kde  $q_e$  je elektrický náboj částice a  $m$  její hmotnost. Částice tak ztrácejí jeden stupeň volnosti, jejich pohyb je popsán dvěma složkami rychlosti: podélnou  $v_{\parallel}$  ve směru magnetického pole a příčnou  $v_{\perp}$  kolmo k magnetickému poli. Pro poloměr rotačního pohybu v kolmé složce platí

$$r_L = \frac{v_{\perp}}{\omega_c} = \frac{mv_{\perp}}{q_e B}. \quad (6)$$

Tato hodnota je ve fyzice plazmatu známa jako Larmorův poloměr. Přestože je smysl rotace kolem siločívek dán znaménkem náboje a směrem magnetického pole, díky zcela nahodilému rozmístění částic v prostoru platí, že rozdělení rychlostí částic je při tepelné rovnováze maxwellovské jak v příčné, tak v podélné složce, a nemá výsadní směr.

Pokud na částice působí vnější síla kolmá ke směru magnetického pole, částice v důsledku kolísající velikosti příčné složky rychlosti, a tím i proměnlivého Larmorova



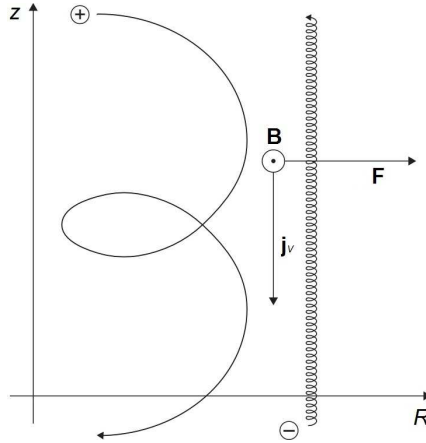
Obr. 8. Profil toroidálního magnetického pole  $B_T$ , tlaku plazmatu  $p$ , Pfirschova-Schlüterova proudu  $j_{PS}$  a celkové toroidální proudové hustoty  $j_T$ . Vyznačen je Šafranovův posuv  $\Delta_S$  osy plazmatu oproti geometrickému středu nádoby (kde  $a$  je malý poloměr, viz obr. 4). Je vidět, že asymetrie celkové proudové hustoty je ještě větší než asymetrie tlaku, a to v důsledku existence Pfirschova-Schlüterova proudu.

poloměru, driftují ve směru kolmém k síle i k magnetickému poli, viz obr. 9. Významným příkladem takového driftu je tzv. drift zakřivení (neboli odstředivý drift), který vzniká díky síle působící na částici pohybující se podél zakřiveného magnetického pole.

Gradient magnetického pole má na nabitě částice stejný efekt jako působení vnějších sil, viz např. [4], kap. 1.3.3:

$$\mathbf{F} = -\mu \nabla B, \quad (7)$$

kde  $\mu$  je tzv. magnetický moment částice,  $\mu = \frac{mv^2}{2B}$ . Tento vztah platí za předpokladu, že změny pole jsou ve srovnání s Larmorovým poloměrem pozvolné, a zůstává tedy zachován cyklický charakter pohybu částic. Magnetický moment částice  $\mu$  je v takovém případě konstantní, jde o tzv. první adiabatický invariant, viz např. [4], kap. 1.3.1. Vztah (7) platí pro obecný směr gradientu magnetického pole a výsledná síla má vždy směr gradientu. Konkrétně, pokud je gradient pole kolmý k samotnému magnetickému poli (například v toroidálním magnetickém poli tokamaku), pak nabitě částice driftují kolmo k poli a k jeho gradientu. Larmorův poloměr částice totiž kolísá stejně jako při působení kolmé vnější síly podle obr. 9, a to kvůli jeho závislosti na magnetickém poli  $B$  ve vztahu (6). V případě toroidálního pole tokamaku to znamená, že nabitě částice driftují kolmo nahoru nebo dolů, v závislosti na náboji částice a na směru magnetického pole.



Obr. 9. Nabitá částice driftuje v magnetickém poli kolmo k působící síle  $\mathbf{F}$  a ke směru pole  $\mathbf{B}$ . V tomto schématu je magnetické pole orientováno kolmo k obrázku, směrem ke čtenáři. Pokud směr síly nezávisí na náboji částic, vzniká v důsledku driftu elektrický proud s hustotou  $\mathbf{j}_v$ . Pro danou kinetickou energii částic v příčné složce pohybu (tj. například pro střední tepelnou rychlost) je Larmorův poloměr pro ionty  $\sqrt{m_i/m_e}$ -krát větší než pro elektrony, ale velikost rychlosti driftu je stejná.

Konečně velmi specifickým a pro nás zásadním typem driftu je drift diamagnetický, který je spjat s gradientem tlaku. Gradient tlaku sice nijak nenarušuje individuální rotační trajektorie částic, zato způsobuje v důsledku konečné velikosti jejich Larmorova poloměru efekt plošného toku částic ve směru kolmém ke gradientu tlaku a k magnetickému poli, viz např. [7], kap. 3.4.

Jak již víme z diskuse vztahu (2), směr toku elektrického proudu v plazmatu není totožný se směrem silokřivek. To může být na první pohled překvapivé – volný pohyb nabitých částic je v magnetickém poli možný pouze podél silokřivek. Překvapení pomine po započtení driftů, protože všechny driftы s výjimkou driftu ve vnějším elektrickém poli mají opačný směr pro ionty než pro elektrony a projevují se proto jako elektrické proudy kolmé k magnetickému poli. To zároveň dává odpověď na otázku, odkud se ve vztahu (2) bere hustota elektrického proudu: jde o magnetizační (diamagnetický) proud způsobený diamagnetickým driftem. Souvislost tohoto proudu s trajektoriemi částic a s magnetohydrodynamickou rovnováhou sil v cylindrickém plazmatu je rozebrána v [4], kap. 1.4.6.

Zdůrazněme ještě jednou zásadní význam magnetizačního proudu: právě ten umožňuje udržení plazmatu podle vztahu (2). Samozřejmě nadále platí, že v tokamaku teče většina elektrického proudu podél silokřivek, ve směru volného pohybu nábojů. Podélný proud se ovšem podle (2) na udržení plazmatu nijak nepodílí. Základní úlohou tohoto hlavního proudového kanálu je vytváření poloidálního magnetického pole. Mimochodem, vliv elektrického proudu na statistické rozdělení rychlostí částic v podélném směru je zanedbatelný, jde o zcela nepatrnou anizotropii v Maxwellově rozdělení rychlostí elektronů a iontů.

Nyní na základě znalosti magnetické konfigurace a driftů jednotlivých částic odvodíme velikost Pírschova-Schlüterova proudu. Výpočet není tak elegantní jako v magne-

tohydrodynamice (viz následující článek), ale zato je méně technicky náročný a hlavně principiálně odlišný – a přesto vede ke stejnému výsledku.

Z hlediska trajektorií jednotlivých částic v toroidálním poli je klíčové, že jejich pohyb probíhá v zakřiveném magnetickém poli. To nutně vede k odstředivému driftu a k driftu v gradientu toroidálního pole. Efekty obou driftů se zásadně sčítají, nemohou se vyloučit. Oba driftы mají vertikální směr, opačný pro elektrony a ionty, čili vzniká vertikální elektrický proud. Celková vertikální rychlost driftu vychází (viz např. [7], kap. 2.3.2):

$$v_d = \frac{m}{q_e} \frac{v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2/2}{RB}. \quad (8)$$

V tomto vztahu odpovídá za odstředivý drift paralelní složka rychlosti a za drift v gradientu toroidálního pole kolmá složka rychlosti. Z hlediska celkových průměrných hodnot při tepelném rozdělení rychlostí se zpravidla uvažuje (viz např. [5], kap. 17.2c), že střední driftová rychlost má charakteristickou velikost

$$\langle v_d \rangle \approx \pm \frac{mv_t^2}{q_e BR} = \pm r_L \frac{v_t}{R}, \quad (9)$$

kde se znaménko určuje podle směru rotace částice v magnetickém poli,  $v_t$  je střední tepelná rychlost a  $R$  vzdálenost od osy tokamaku (obr. 4). Například v obvyklém uspořádání podle obr. 6, kdy toroidální pole míří ve směru hodinových ručiček (při pohledu na tokamak shora), je drift iontů orientován dolů a drift elektronů nahoru<sup>7</sup>. Této driftové rychlosti pak odpovídá vertikální proudová hustota, v daném případě orientovaná dolů

$$j_v = nq_e v_d \approx \pm nq_e r_L \frac{v_t}{R}. \quad (10)$$

Právě tuto proudovou hustotu je třeba v tokamacích kompenzovat nějakým „zpětným proudem“ tak, aby nedocházelo k hromadění elektrického náboje. Tento zpětný proud vzniká díky existenci poloidálního magnetického pole, ve kterém lze vertikální náboj vždy „zkratovat“ pohybem volných nábojů podél silokřivek, viz obr. 6. Podívejme se nyní, jaké zajímavé důsledky má existence poloidálního magnetického pole z hlediska trajektorií jednotlivých částic.

Pro zjednodušení budeme nadále předpokládat, že povrchy konstantního magnetického toku jsou v projekci do poloidálního průřezu kruhové<sup>8</sup>. Jako charakteristickou rychlost pohybu částic budeme používat střední tepelnou rychlost  $v_t$ , a tlak plazmatu budeme spojovat s teplotou a hustotou podle stavové rovnice ideálního plynu  $p = nkT$ , kde  $n$  je hustota plazmatu (tj. hustota elektronů),  $k$  Boltzmannova konstanta a  $T$  teplota plazmatu<sup>9</sup>.

<sup>7</sup>Směr magnetického pole se u tokamaků skutečně volí s ohledem na směr vertikálního driftu, směr elektrického proudu pak určuje orientaci poloidálního pole, a tedy smysl stáčení silokřivek. Detailně se možným volbám uspořádání směrů pole a proudu věnuje článek [8].

<sup>8</sup>První tokamaky skutečně měly plazma ve tvaru torusu, tj. cívky toroidálního magnetického pole byly kruhové a plochy konstantního magnetického toku měly kruhový průřez. Jedním z mnoha důvodů bylo i to, že se vlastnosti plazmatu v takové geometrii daly snáze vypočítat, a to do značné míry i bez počítačů. Dnešní tvar ploch konstantního magnetického toku (obr. 5) je optimalizovaný z hlediska doby udržení plazmatu a z hlediska mechanického namáhání cívek.

<sup>9</sup>Častým jevem je zejména u menších experimentů koexistence dvou různých teplot v plazmatu, a to teploty elektronů a teploty iontů. Příčinou této skutečnosti je dlouhá relaxační doba vzájemné termalizace těchto dvou složek v poměru k rychlosti energetických ztrát. U velkých fúzních reaktorů lze ovšem ve většině případů předpokládat, že je teplota iontů a elektronů prakticky totožná.

Částice, která se volně pohybuje podél stáčejších se silokřivek tokamaku, se z hlediska poloidálního průřezu pohybuje po kružnici s poloidální úhlovou rychlostí

$$\omega_p = \frac{\omega_T}{q} \approx \frac{v_t}{Rq}. \quad (11)$$

V tomto vztahu není  $q$  elektrický náboj, ale tzv. faktor bezpečnosti, který je charakteristickým měřítkem pro rychlost stáčení silokřivek a je definován jako počet toroidálních oběhů nutných k uzavření jednoho poloidálního oběhu, viz též [6]. Například silokřivka na obr. 6 odpovídá bezpečnostnímu faktoru  $q = 3$ . Vzhledem k velmi pozvolnému stáčení silokřivek jsme mohli v (11) použít přiblížení  $v_t \approx \omega_T R$ , podle kterého je rychlost částic v toroidálním směru téměř stejná jako jejich rychlost podél silokřivek  $v_{||}$ , tj. rychlost podél silokřivek. Znaménko, neboli směr pohybu částice v poloidální složce se ve vztahu (11) určuje z kombinace sklonu silokřivek a směru pohybu v toroidální složce. Například při uspořádání silokřivek podle obrázku 6 bude pro částice s kladnou toroidální rychlostí (tj. s vektorem toroidální úhlové rychlosti mířícím nahoru, v kladném směru hlavní osy tokamaku) znaménko ve vztahu (11) záporné (vektor poloidální úhlové rychlosti bude mířit ve směru magnetického pole, a to má z hlediska toroidální souřadnice záporné znaménko).

Výsledná projekce pohybu nabitě částice do poloidálního průřezu bude dána součtem pohybu po kružnici podle (11) a driftového pohybu podle (9). Pohyb po kružnici rozložíme na horizontální a vertikální složku se středem v  $R = R_c$ ,  $z = 0$  (střed kruhového pohybu  $R_c$  není totožný s polohou osy plazmatu  $R_0$  kvůli Šafranovově posuvu). Driftový pohyb přispívá pouze ke složce vertikální:

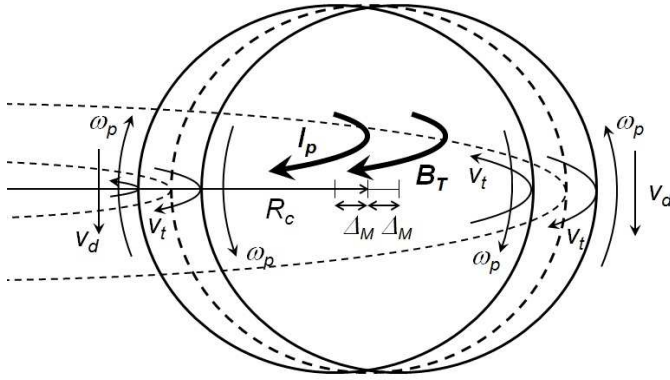
$$\begin{aligned} \frac{dR}{dt} &= \omega_p z, \\ \frac{dz}{dt} &= -\omega_p (R - R_c) + v_d. \end{aligned} \quad (12)$$

Tuto soustavu rovnic lze převést zpět na soustavu rovnic pro jednoduchý pohyb po kružnici substitucí  $\rho_c = R_c - \frac{v_d}{\omega_p}$ . Částice se tedy nadále pohybuje po kružnici, střed jejího pohybu je ovšem oproti středu magnetické plochy posunutý o hodnotu

$$\Delta_M = -\frac{v_d}{\omega_p}. \quad (13)$$

Uvedený posuv, který je znázorněn na obrázku 10, má odlišné znaménko pro ionty a pro elektrony, protože částice s odlišným nábojem mají opačný směr driftové rychlosti (9). Posuv má navíc odlišné znaménko pro částice pohybující se ve směru toroidálního magnetického pole a pro částice pohybující se proti směru toroidálního pole, protože to rozhoduje i o směru obíhání částice v poloidální souřadnici podle vztahu (11). Jinými slovy se ukazuje, že posuv (13) vede na poloidálním průřezu k radiálnímu rozdělení nábojů, ovšem nikoli k polarizaci – polarizace nastává pouze pro soubor částic pohybujících se stejným toroidálním směrem, a pro druhou polovinu tepelně rozdělených částic pohybujících se toroidálně směrem opačným je polarizace právě opačná. To jinými slovy znamená, že **v důsledku posuvu (13) vzniká v plazmatu dodatečný toroidální elektrický proud**. Ten má na straně silného magnetického pole jednu orientaci a na straně slabého magnetického pole orientaci opačnou. Pečlivým





Obr. 10. Posun trajektorií částic v důsledku vertikálního driftu. V tomto schématu je v poloidálním průřezu znázorněn posuv pro kladně nabitě částice v konfiguraci pole podle obr. 6. Směr poloidální úhlové rychlosti  $\omega_p$  je dán konfigurací pole a toroidálním směrem tepelné rychlosti  $v_t$  dané částice. Pro elektrony je driftová rychlost  $v_d$  opačně orientovaná, a tím pádem i všechny ostatní pohybové vektory v obrázku mají pro elektrony opačnou orientaci. Tak vzniká elektrický proud, který je na pravém okraji obrázku (v oblasti slabého toroidálního pole) orientován ve směru proudu plazmatem  $I_p$ , a v levé části obrázku je orientován proti tomuto směru.

rozbohem možných kombinací směrů driftů a sklonů magnetických siločar – daných směrem indukovaného proudu a směrem toroidálního magnetického pole – lze ukázat, že tento dodatečný proud na straně slabého pole vždy posiluje hlavní, indukovanou složku toroidálního proudu, zatímco na straně silného pole vždy tuto hlavní složku proudu zeslabuje. To vede k posuvu hustoty siločar poloidálního pole směrem k vnějšímu okraji. Naprosto stejný efekt jsme diskutovali již v předešlé kapitole ve vztahu k Pfirschově-Schlüterově proudu. Nyní ukážeme, že právě nalezený dodatečný proud je s Pfirschovým-Schlüterovým proudem identický.

Nejprve dosadíme do (13) výsledky (11) a (9):

$$\Delta_M = r_L \frac{v_t}{R} \frac{Rq}{v_t} = qr_L. \quad (14)$$

Podle obr. 10 ovšem posuv dosahuje této maximální hodnoty pouze v radiálním směru, zatímco třeba ve vertikálním směru žádný posuv neexistuje. Složka vertikální driftové rychlosti do rychlosti částice v poloidálním směru je  $v_d \cos \theta$ , a proto je posuv trajektorie částice oproti ploše konstantního magnetického toku obecně

$$\delta_M = \Delta_M \cos \theta = qr_L \cos \theta. \quad (15)$$

Hustotu nábojových nosičů, která vznikne tímto posuvem, lze odhadnout z linearizace

$$\Delta n = 2\delta_M \nabla n = 2\delta_M \frac{\partial n}{\partial r}, \quad (16)$$

kde  $r$  je vzdálenost od osy plazmatu a  $n$  hustota plazmatu (tj. hustota elektronů). Faktor 2 zde odpovídá tomu, že posuv  $\delta_M$  je oboustranný. Podle tohoto jednoduchého

modelu je posuv  $\delta_M$  konstantní v jakékoli vzdálenosti od středu plazmatu, takže se efekt posuvu trajektorií částic v objemu plazmatu vzájemně nevyruší jedině tehdy, když existuje gradient hustoty částic<sup>10</sup>. Po dosažení (15) a stavové rovnice do (16) dostáváme:

$$\Delta n = 2qr_L \frac{\cos \theta}{kT} \frac{\partial n}{\partial r}, \quad (17)$$

dále použijeme (6) pro Larmorův poloměr se střední tepelnou rychlostí, pro kterou

$$\Delta n = 2q \frac{mv_t}{q_e B} \frac{\cos \theta}{mv_t^2} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{2q \cos \theta}{q_e B v_t} \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (18)$$

Zbývá vyčíslit hustotu proudu analogicky ke vztahu (10), místo driftového proudu se nyní ovšem jedná o proud ve směru toroidálním, čili lze za rychlost uvažovat tepelnou rychlost volných nosičů podél silokřivek

$$j_{PS} = \Delta n q_e v_t = \frac{2q}{B} \frac{\partial p}{\partial r} \cos \theta. \quad (19)$$

Index PS je použit plným právem – výsledek je identický se vztahem odvozeným v magnetohydrodynamickém výpočtu Pfirschova-Schlüterova proudu v následujícím článku, tj. [6]. I pomocí částicového přístupu se tak ukazuje, že tyto dodatečné proudy v toroidálním směru vznikají v důsledku kompenzování vertikálních elektrických proudů, které nutně doprovázejí rovnováhu plazmatu a toroidálního magnetického pole.

Je možná pozoruhodné, že jsme k odvození vztahu (19) nepotřebovali žádný složitý dynamický vztah, ale nic podivného se za tím neskrývá. V částicovém popisu jsme prostě vycházeli z předpokladu, že rovnovážná konfigurace existuje a gradient tlaku je znám. Hledání rovnovážného řešení v rámci úplného magnetohydrodynamického popisu samozřejmě představovalo apriori složitější a hlubší úlohu.

Závěrem ještě dodejme, že vztah (14) je také jedním z klíčových vztahů tzv. neoklasického transportu, srážkové teorie transportu částic a tepla v toroidálním plazmatu udržovaném magnetickým polem, viz např. [5], kap. 7.2. Neoklasický transport stanovuje nejnižší fyzikálně dosažitelnou rychlost transportu tepla a částic pro toroidální systémy, čili hypotetické, nejlepší možné udržení plazmatu v toroidálním magnetickém poli. Reálně je transport tepla a částic (s výjimkou tenkých oblastí tzv. transportních bariér) o několik řádů rychlejší než neoklasický, a to kvůli turbulentnímu přenosu tepla a částic – hovoříme o tzv. anomálním transportu.

Pro neoklasický transport je ze vztahu (14) patrné, že změna radiální polohy částice při kolmé srážce s jinou částicí (tak je definován charakteristický krok difúze částic napříč magnetickým polem) má v důsledku driftů hodnotu nejméně  $q$ -krát větší, nežli je Larmorův poloměr. Larmorův poloměr je přitom charakteristickým krokem příčné difúze v plazmatu udržovaném přímým polem v tzv. klasickém transportu. Bezpečnostní faktor  $q$  je v tokamacích zaručeně větší než jedna kvůli splnění Kruskalovy-Šfranovovy podmínky a rychlost difúze je úměrná čtverci velikosti charakteristického kroku. Tím se rychlost difúze napříč polem zvyšuje o  $q^2$ , čili zhruba o řád. Vztah (14)

<sup>10</sup>Realitě tokamaků by byl blíže model, ve kterém by byla konstantní hustota částic a nenulový by byl gradient teploty, čili Larmorův poloměr částic. Pak by bylo třeba uvážit proměnnost  $\delta_M$  v radiální souřadnici. Takový postup by byl ovšem komplikovanější a v konečném tvaru (kde jde o gradient tlaku) vede ke stejnému výsledku.

ale není jediným východiskem pro výpočet neoklasického transportu – úplný popis difúze v zakřiveném poli musí počítat i s tím, že poměrně velký podíl částic je v toroidálním poli zachycen na tzv. banánových trajektoriích, viz např. článek [9]. Podél banánových trajektorií se pohybují částice s nízkým poměrem  $v_{\parallel}/v_{\perp}$ , které se z důvodu zachování magnetického momentu  $\mu$  nemohou dostat do oblasti vysokého toroidálního magnetického pole. Z hlediska transportu částic napříč magnetickým polem mají banánové trajektorie velký význam, způsobují totiž charakteristický difúzní krok ještě větší než (14). Z hlediska rovnováhy plazmatu s magnetickým polem role banánové trajektorie významné nejsou, protože zachycené částice nemohou vést elektrický proud v toroidálním směru, a tedy se ani neúčastní kompenzace vertikálních proudů prostřednictvím Pfirschova-Schlüterova proudu.

## Poděkování

Rád bych poděkoval kolegům P. Bílkové, J. Havlíčkovi a F. Žáčkovi za řadu cenných připomínek k textu, které citelně prospěly jeho výsledné podobě. Jsem též zavázán grafickému oddělení EFDA JET za pomoc s obrázky 3, 6 a 9. Za případné nedostatky jsem zodpovědný sám. Článek byl připraven s částečnou podporou grantu GA ČR P205/10/2055.

## L i t e r a t u r a

- [1] MLYNÁŘ, J.: ITER: cesta ke zvládnutí řízené termonukleární fúze. *PMFA* 49 (2004), 129–150.
- [2] MLYNÁŘ, J.: Padesát let Lawsonových kriterií. *PMFA* 51 (2006), 231–235.
- [3] ŘÍPA, M., PÁNEK, R., MLYNÁŘ, J.: Instalace tokamaku COMPASS v Praze. *Čs. čas. fyz.* 58 (2008), 200–207.
- [4] KULHÁNEK, P.: Úvod do teorie plazmatu. AGA 2011, ISBN 978-80-904582-2-2.
- [5] MIYAMOTO, K.: *Fundamentals of Plasma Physics and Controlled Fusion*. NIFS-PROC-48, 2000, kniha volně ke stažení na <http://www.e-booksdirectory.com/details.php?ebook=3631> [cit. 10. února 2012].
- [6] BRĚŇ, D.: Základní rovnice rovnováhy plazmatu v tokamacích. *PMFA* 57 (2012), 140–146.
- [7] CHEN, F. F.: Úvod do fyziky plazmatu. Academia, Praha 1984.
- [8] MCCracken, G., STOTT, P.: *Fúze – energie vesmíru*. Mladá Fronta, edice Kolubus, Praha 2006, ISBN 80-204-1453-3.
- [9] MLYNÁŘ, J.: O symetrii tokamaku. *Čs. čas. fyz.* 59 (2009), 207–212.