

Dag Hrubý; František Kuřina; Petr Vopěnka
O matematice a jejím vyučování

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 52 (2007), No. 4, 330--342

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/141373>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2007

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

vyučování

O MATEMATICE
A JEJÍM VYUČOVÁNÍ

*Dag Hrubý, Jevíčko,
František Kuřina, Hradec Králové,
a Petr Vopěnka, Praha*

Čtenář, který nesleduje dění v našem školství, může být na začátku školního roku 2007–2008 překvapen titulky v novinách¹⁾:

- *Školy si mohou vymýšlet osnovy*
- *Základky mohou ubrat češtinu i matematiku*
- *Letošní rok je zlomový*
- *Školy čeká revoluce...*
- ...

V této atmosféře jsme uspořádali ve dnech 20. a 21. září 2007 na Univerzitě v Hradci Králové ve spolupráci se Společností učitelů matematiky Jednoty českých matematiků a fyziků konferenci „*Matematika — základ evropské vzdělanosti*“ s těmito hlavními přednáškami:

- PETR VOPĚNKA: *Matematika a vzdělávání,*

¹⁾ Není zvykem citovat v Pokrocích denní tisk. Vzhledem k tomu, že škola je spjata s realitou každodenního života, dovolíme si v tomto článku výjimku.

- FRANTIŠEK KUŘINA: *Problémy matematického vzdělávání,*
- DAG HRUBÝ: *Postavení matematiky na gymnáziu,*
- JINDŘICH BEČVÁŘ: *Naše žhavá současnost.*

Konference si kladla tyto cíle:

- a) Ukázat roli matematiky v evropské kultuře a její význam pro současnost a budoucnost.
- b) Hledat možnosti přiblížení výuky matematiky současným potřebám.
- c) Všestranně podporovat učitele středních škol v době tvorby vzdělávacích programů.
- d) Shromáždit podněty k zlepšení současné situace ve vzdělávání matematice.

Zamyšlení inspirované touto konferencí předkládáme našich čtenářům.

1. Úvod

Konferenci předcházelo vypracování dvou výzev, které zde budeme stručně komentovat. Obě byly přečteny v úvodu jednání.

První výzva se obrací „*ke všem, jejichž hlas je slyšet*“, tedy k pracovníkům tisku, televize a rozhlasu a k těm, kteří v médiích vystupují. Byla publikována dne 1. října 2007 v Právu, 5. října v *Literárních novinách*, na webové stránce *katedry matematiky Matematicko-fyzikální fakulty UK* (<http://www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kdm>) a ve sborníku [1].

RNDr. DAG HRUBÝ (1948), Gymnázium, A. K. Vitáka 452, 569 43 Jevíčko, e-mail: hruby@gymjev.cz

Prof. RNDr. FRANTIŠEK KUŘINA, CSc. (1932), Univerzita Hradec Králové, Rokitsanského 62, 500 03 Hradec Králové, e-mail: Frantisek.Kurina@uhk.cz

Prof. RNDr. PETR VOPĚNKA, DrSc. (1935), emeritní profesor Univerzity Karlovy, Praha.

Obě výzvy vycházejí z našeho přesvědčení, že „již delší dobu můžeme pozorovat klesající úroveň vzdělanosti v našem státě a soustavné snižování požadavků na znalosti a dovednosti na řadě škol.“ Náš postoj k otázkám matematického vzdělávání je v druhé výzvě formulován takto:

„Matematika je zdánlivě nepatrnou, avšak nezastupitelnou složkou civilizace, která souvisí s racionálním, tedy rozumovým přístupem k realitě. Tento přístup není jediný. Racionální přístupy ke skutečnosti jsou však pro každého více nebo méně významné a potřebné. Matematika totiž přispívá k porozumění světu, pomáhá lidem řešit problémy osobní, společenské i vědecké, studiem matematiky kultivuje člověk sám sebe.

Usilujeme o to, aby matematika nebyla pouze pro vyvolené či nadané, ale aby byla pro každého, neboť může být každému prospěšná, každý v ní může objevit přínos pro sebe samého. Rádi bychom, aby se učitelé snažili pěstovat trvalý zájem o matematiku u celé populace. Chceme však také, aby ti, kteří k matematice tíhnou, kteří cítí, že ji budou potřebovat a chtějí ji poznat, k tomu měli příležitost. Považujeme za potřebné umožnit jim hlubší studium matematiky a dalších předmětů v rámci současné školy.

Učit se používat matematiku, fyziku a ostatní předměty ovšem znamená studovat je. A to je práce, a v tom je také především význam vzdělávání pro kultivaci člověka — a patrně také zdroj odporu ke škole u těch, kteří nechtějí pracovat a nechtějí se ani učit pracovat. Škola, která nerozvíjí studijní a pracovní návyky, je pohodlná a pro mnohé proto přijatelná. Je to však škola, která spolehlivě vede ke společnosti spotřebitelské, závislé, chudé a úpadkové. Přejeme-li si jít touto cestou, dejme úplnou svobodu dětem — ať si vy-

berou, co se chtějí učit, jak se to chtějí učit a zda se vůbec chtějí něco učit — a nerespektujme skutečnost, že dítě vidí hlavně lákavé bezprostřední cíle a není schopno posoudit svoji budoucí roli ve společnosti.

Naším cílem není škola autoritářská, škola s tvrdě zavedenou disciplínou a přísně vyžadovanými výsledky stejnými u všech studentů. Nechceme ani školu bez »společenské a studijní« kázně. Usilujeme o školu, v níž se žáci a studenti budou spolu se svými učiteli, školou a rodinou snažit získat co nejvyšší kulturní profil s vyváženými racionálními, emotivními, technickými, pracovními i uměleckými aspekty.

Respektujeme právo umělců a humanitních vědců na jakékoliv názory na matematiku, přírodní vědy a jejich roli ve vzdělávání. Upozorňujeme však na to, že vyvolávání a šíření odporu k matematice a přírodovědě je škodlivé pro děti i pro celou společnost.“

Co můžeme očekávat od výzev? Výzva není vědecké pojednání, výzva neobsahuje argumenty, výzva vyzývá k reakci, k zaujetí stanoviska, výzva provokuje, ... První z výzev se setkala až s nečekaným ohlasem — kladným i záporným. Řada osobností, které ji podepsaly, se vyjadřuje k tvrzení o snižující se úrovni vzdělávání. My jsme k tomuto přesvědčení došli na základě osobních zkušeností na třech univerzitách a jednom gymnáziu. To není příliš fundovaný základ pro obecné tvrzení: očekávali jsme proto, že vyvoláme souhlasné nebo nesouhlasné reakce. To se podařilo. Požadavek na exaktní doložení tendencí v oblasti vzdělávání je podle našeho názoru stěží realizovatelný, již proto, že pojem vzdělání chápou různí odborníci různě. Z příspěvků publikovaných v tisku jsme se dověděli, že existuje

Centrum základního výzkumu školního vzdělávání, jehož pracovníci DOMINIK DVOŘÁK a DAVID GREGER přiznávají v článku [2], že spolehlivé údaje o vývoji vzdělanosti u nás nemáme. Je to snad důvod k tomu, abychom o problematice, která nás tíží, mlčeli? Ve výzvě nebylo bohužel vymezeno, na jakém časovém intervalu průběh „funkce vzdělanost“ sledujeme. To vedlo oprávněně k dílčím nesrovnalostem, k nimž někteří diskutující vnesli cenné argumenty. Např. PETR PITHART píše v článku [3]: „*Po listopadu úroveň studentů zřetelně stoupala, ale v letech 1997–1998 nastal zlom, došlo k obratu a pokles vzdělanosti je zjevný... Výpadek zvládnutí pravopisu a interpunkce je (u studentů Právnické fakulty UK v Praze) opravdu děsivý.*“ Ačkoliv MILOŠ ČERMÁK nazval svůj článek *Vyzývat k větší vzdělanosti je pyšné a nesoudné* [4], přiznává, že mezi jeho univerzitními studenty „*se najdou i ti, u nichž žasne nad jejich tupostí a nedotčeností jakýmkoliv vzděláváním.*“ Předseda Asociace ředitelů gymnázií ČR ALFRÉD DYTRT tvrdí, že „*spíše než malý zájem gymnázia trápí zhoršující se studijní předpoklady zájemců... oproti minulosti úroveň uchazečů klesla a klesat bude i nadále.*“ [5] Rektor VŠCHT v Praze VLASTIMIL RŮŽIČKA se vyjádřil explicitně v *Lidových novinách* dne 17. 10.: „*S výzvou »Všem, jejichž hlas je slyšet«, souhlasím. Řada negativních společenských jevů tam popsanych mne znepokojuje.*“ K této výzvě připojilo svůj podpis více než 1000 osobností z nejrůznějších oblastí našeho života.

Studie o úrovni absolventů střední školy a problémech při jejich matematickém vzdělávání publikovali např. ALENA KOPÁČKOVÁ [6] a JAROMÍR BAŠTINEC [7]. Na klesající úroveň maturantů

hlavně v matematice už delší dobu upozorňují technické univerzity.

Na základě těchto hlasů jsme přesvědčeni, že pokles úrovně vzdělanosti u nás není výmysl, ale realita naší současnosti. Přitom netvrdíme, že vše na našich školách je špatné. Víme, a rádi to připomínáme, že naše školy dosahují i dobrých nebo vynikajících výsledků, že snad na každé škole existují žáci a studenti s upřímným zájmem o vzdělávání. Přízpůsobování vzdělávání místním podmínkám a zájmům studentů by nemělo znamenat snižování požadavků, ale i kultivaci talentů. Že se to daří, i když ne masově, dokazují např. výsledky ve fyzikální olympiádě [8].

To, co nás znepokojuje, je *duch průměrnosti a podprůměrnosti*, který se na některých našich školách — od škol základních po univerzity — šíří.

Vraťme se ještě k otázce možnosti objektivního hodnocení vzdělání. Vzhledem k tomu, že do diskuse o této problematice se přirozeně zapojují i zájemci bez hlubšího matematického vzdělání, dovolíme si zde uvést jistou analogii jako metodologické poučení.

Lidé v naší republice jsou „provázáni“ řadou vzájemných „binárních“ vztahů, např. tohoto typu:

- *osoba X je starší než osoba Y,*
- *osoba X se narodila ve stejném místě jako osoba Y,*
- *osoba X je stejného pohlaví jako osoba Y,*
- *osoba X je o 2 roky mladší než osoba Y, ...*

Kolik takovýchto vztahů na množině Z obyvatel republiky existuje? Na tuto otázku nelze dát spokojivou odpověď, především proto, že není definován pojem „vztah“. Matematika ovšem poskytuje

„za cenu svých abstrakcí“ jasnou a přesnou odpověď. Definujeme-li binární relaci na množině Z jako libovolnou podmnožinu kartézského součinu $Z \times Z$, je počet různých „vztahů“ určen číslem $p = 2^n$, kde n je počet obyvatel republiky.

Nic podobného nejsme schopni učinit s pojmem *vzdělanost* a musíme se spokojit s názory opřenými o zkušenosti. Tím ovšem nechceme říci, že pedagogickou (nebo obecněji společenskou) realitu nelze exaktněji zkoumat. Budou to však spíše dílčí srovnání, jejichž význam bude odpovídat účelu, pro nějž byla šetření sestavena. Můžeme tak získat např. přehled o tom, že žáci jedné třídy zvládli lépe než žáci jiné třídy řešení kvadratických rovnic, výpočetní techniku nebo anglickou konverzaci. Takovéto dílčí studie mohou poskytnout dobré informace např. o růstu či poklesu úrovně určitých dovedností, stěží však o úrovni vzdělanosti jako celku, a jsou běžně prováděny i v mezinárodním měřítku. Uvedme výsledek jedné takové studie, která nedopadla pro nás vůbec příznivě.

V šetření TIMSS (*Third International Mathematics and Science Study*, [9]) byly dány čtyři stejné úlohy v 8. ročníku základní školy a v posledním ročníku střední školy. Jsme jedinou zemí světa, která má celkovou úspěšnost středoškoláků nižší než úspěšnost žáků 8. ročníku. Všimněme si dvou z těchto úloh.

1. *Kolik kalorií je ve 30gramové porci jídla, je-li ve 100 g tohoto jídla 300 kalorií?* (Nabídnuté odpovědi: 90, 100, 900, 1000, 9000.)
2. *Ze zásilky 3000 žárovek bylo 100 námtkou vybráno ke kontrole. Je-li z tohoto vzorku 5 žárovek vadných, kolik vadných žárovek můžeme očekávat*

v celé zásilce? (Nabídnuté odpovědi: 15, 60, 150, 300, 600.)

První z těchto úloh vyřešilo správně 78 % žáků základní a 61 % střední školy. Druhou úlohu vyřešilo správně 76 % žáků základní a 63 % střední školy. To jsou podle našeho názoru výsledky alarmující. Studenti se učí matematiku, ale ztrácejí schopnost zdravého lidského uvažování. Zdá se, že se učí s cílem obstát při zkouškách, matematika jim nepomáhá porozumět světu. I to je jedna z příčin, proč se veřejnost, novináři a umělci dívají na matematické vzdělávání s despektem. Vinna ovšem není matematika, ale to, jak ji učíme. Připomeňme již jen pro srovnání, že nejnižší nárůst úrovně řešení úloh (od školy základní po školu střední) — a to o 10 % — vykazuje Maďarsko, Kypr, Spojené státy a Jihoafrická republika; Island, Dánsko a Švédsko vykazují nárůst o více než 20 %.

Výzkum TIMSS proběhl v roce 1995 ve 43 zemích světa a zahrnoval řadu dílčích šetření. V České republice se ho zúčastnilo 17 000 žáků, 950 učitelů a 500 ředitelů pěti set škol náhodně vybraných z celé republiky. Podrobnější informace o tomto výzkumu může čtenář najít na 124 stránkách publikace [9].

2. Naše školská reforma

V citovaných výzvách se nemluví o právě probíhající školské reformě; ta je, jak výstižně poznamenal TOMÁŠ FERTEK v článku [10], „za oponou“. Zde se k ní ovšem chceme vyjádřit.

Základním vládním dokumentem, který ovlivňuje naše školství, je tzv. *Bílá kniha* [11], sepsaná dvanáctičlennou „redakční skupinou“ vedenou JIŘÍM KOTÁSKEM (1928–2006). Tento *Národní program rozvoje vzdělávání* v České republice

vznikl na základě usnesení vlády č. 277 ze dne 7. dubna 1999 a je pojat „jako systémový projekt, formulující myšlenková východiska, obecné záměry a rozvojové programy, které mají být směrodatné pro vývoj vzdělávací soustavy ve střednědobém horizontu.“ ([11], s. 7) Ačkoliv autoři prohlašují, že text Bílé knihy vychází z hodnocení a analýz českého školství, jeví se nám jako dokument nerealistický, neboť předpokládá např., že „společnost trvá a rozvíjí se v cyklu rodinné, společenské a občanské reprodukce,“ kdy např. mladý člověk „vstupuje do samostatného života, přijímá různé profesní, společenské a občanské role a s nimi i vlastní podíl na životě společnosti a osudu naší planety.“ ([11], s. 13) Podle našeho názoru tomu tak není.

Bílá kniha nerespektuje v dostatečné míře společenskou (ekonomickou a politickou) realitu naší země. Dokumentujeme to např. jejím tvrzením, že dojde „k postupnému rušení 6letých a 8letých vzdělávacích programů gymnázií. Do jejich prvních ročníků by neměli být žáci přijímáni od roku 2002. Počínaje rokem 2005 tedy budou již všechny děti procházet devíti ročníky základní školy.“ ([1], s. 28) Navzdory tomu odešlo v roce 2006 do nižších gymnázií 10,4 % žáků, v Praze dokonce 21,4 % ([12]).

Autoři projektu správně zdůrazňují, že předpokládaná proměna školy „klade zcela nové požadavky na školu a učitele, nejen na dosažení nových profesních i osobních kvalit, jako jsou tvořivost, iniciativa, přijetí osobní zodpovědnosti a profesionalita, ale i na posílení týmové práce celé školy, vytvoření a realizování dlouhodobé koncepce, společné vize svého rozvoje, na schopnost společné sebereflexe, reálného zhodnocení vlastních sil i stanovení vlastních

cílů... Základem je dobrovolná iniciativa školy... Realizace bude dlouhodobá a postupná.“ ([11], s. 41) Tato slova ostře kontrastují s realitou zavádění výuky podle tzv. školních vzdělávacích programů v prvních a šestých třídách základních škol od 1.9.2007 a vypracování školních vzdělávacích programů gymnázií do dvou let. Podle školních vzdělávacích programů se bude uskutečňovat vzdělávání v konkrétní škole. Zpracovávají je jednotlivé školy „pro své konkrétní podmínky i pro záměry a plány, které si před sebou budou stavět. Otevírá se tak prostor pro další rozvoj autonomie škol, pro uplatnění jejich potenciálu, pro větší rozvoj tvůrčích schopností učitelů, pro větší flexibilitu vzdělávacího systému i pro vyšší efektivitu vzdělávání.“ ([11], s. 38)

Bohužel se tak ovšem podle našeho názoru otevírá i prostor pro snižování úrovně vzdělávání u nás. Předpokládaná „vnitřní proměna školy vyžaduje přijetí nových hodnot, změny postojů, přístupů a jednání, a to na všech úrovních a u všech účastníků.“ ([11], s. 19) Zbožná přání Bílé knihy o změně klimatu a prostředí školy jsou v příkrém rozporu např. s narůstající šikanou žáků. Podle JANY MACHÁLKOVÉ [13] šikana v nějaké formě existuje v každé škole a na vlastní kůži ji pocítilo 40 procent žáků. Na šikanu ze strany ředitelů a zřizovatelů škol si stěžují i učitelé. Např. JAROSLAV LORMAN píše: „Nezřídka činí i ředitelé z hejna svých zástupců soupevníky úzkosti, aby nebyli načapáni případnou inspekcí z nedodržení nejrůznějších, mnohdy neprůhledných nařízení... základem práce učitele je splnit své povinnosti — držet dozory, správně vyplňovat třídní knihy, účastnit se tzv. porad, ...“ [14] Souhlasíme s DOMINIKEM DVOŘÁKEM a DAVIDEM GREGEREM, že „školy ani letos neustupují ze své

tradice... Koncepce i realizace reformy mají slabá místa. Obojí potřebuje fundovanou analýzu a revizi.“ [2]

Nezastíráme, že pohled na naši reformu, který jsme zde nastínili, je subjektivní. Zájemcům o hlubší poznání proto doporučujeme studium *Bílé knihy* [11] a *Rámcových vzdělávacích programů pro gymnázia* [15].

3. Problémy našeho školství

V letošním školním roce navštěvuje naše základní a střední školy 1 364 800 žáků a studentů. Ti všichni, ve vzájemné spolupráci nebo vzájemném střetávání se se svými učiteli, prožívají realitu naší školy, naši pedagogickou praxi. Učitelé, pohlaceni atmosférou svých škol a sboroven, učí podle svého hlubokého pedagogického přesvědčení ve vzájemné spolupráci celého učitelského sboru, nebo si „odučí“ předepsaný počet hodin, snaží se vyjít s ředitelem a splnit, co se od nich vyžaduje. Ředitelé řídí práci svých škol a vidí, že jejich rozhodnutí mají v praxi větší váhu než jakákoliv pedagogická teorie. V tom je naděje pro budoucnost naší školy: poctiví učitelé budou ve spolupráci s osvědčenými řediteli dělat svou práci dobře. V tom je ovšem, znovu opakujeme, i jisté nebezpečí. Školy, které nejsou na příliš dobré úrovni (pokud existují), mají příležitost, aby se v podmínkách současné reformy nevyvíjely k lepšímu, zvláště proto, že na některých školách se reforma orientuje pouze k administrativním úkolům (vypracování školních vzdělávacích programů bez hlubší snahy o zlepšení výuky).

Matematické vzdělávání ovlivňuje v praxi společnost, matematika, učitelé a žáci. Extrémní případ, kdy středoškolské vzdělávání je zcela lhostejné matema-

tické vědecké komunitě, kdy se společnost fakticky o vzdělávání nezajímá a nevytváří pro ně dobré podmínky, kdy učitelé nepovažují svou pedagogickou činnost za své poslání, ale pouze za zdroj obživy, a kdy žáci chodí do školy jen z donucení, doufejme nikde nenastává. Nicméně prvky těchto negativních vztahů asi najdeme v menší či větší míře na každé škole a v každé třídě. Vzdělávání tak může skomírat na okraji matematiky a společnosti, na okraji zájmu učitelů a žáků, nebo může vzkvétat v popředí zájmu vědy, společnosti, pedagogů a studentů. Ačkoliv snad každá školská reforma vychází z předpokladu možných změn (společnosti, matematiky, učitelů nebo žáků), jsme přesvědčeni, že jmenované čtyři faktory se vyvíjejí podle vlastních objektivních zákonitostí a příliš je ovlivňovat nelze. „Množinová reforma“ z r. 1976 vycházela ze změny školské matematiky, současná reforma bude úspěšná, změní-li se společnost, matematika i žáci.

Mezi hlavní problémy našeho školství patří problémy sociální. Zachovat existenci školy, udržet zaměstnanost při stálém úbytku žáků, udržet platy na snesitelné úrovni, financovat provoz školy, . . . , to vše vytváří klima, které je méně podnětné pro tvořivou pedagogickou činnost.

Ekonomické otázky se stávají limitujícím činitelem pro práci základní školy od první třídy (rušení vesnických škol), přes druhý stupeň základní školy, víceletá gymnázia a všechny typy škol středních až po školy vysoké. Otázka zachování třídy nebo školy nemůže nemít vliv na úroveň absolventů. Bylo by iluzí myslet si, že potřebnou úroveň vzdělání je možné zajistit administrativně, formulací požadavků, zadáváním jednotných testů a vyhodnocováním práce škol. Těmito metodami lze snad zjistit, ne však zlepšit stav.

Přítom dodržování potřebné úrovně požadavků není nic antihumánního, naopak lidsky škodlivé je jejich snižování, neboť to může vést v dalším vývoji dítěte k problémům. Stanovení a dodržování úrovně absolventa školy je ovšem obtížné a může být i bolestivé, dotýká se přirozené lidské snahy dosáhnout úspěchu s minimem námahy.

Např. český matematik BOHUMIL BYDŽOVSKÝ (1880–1969) napsal: „Škola si musí stále být vědoma toho, že výchova se neobejde bez jakéhosi třeba sebe mírnějšího a zastřenějšího nátlaku. Je kus morálního násilí v tom, že musíme tvora od přírody primitivního, jako je dítě, v době několika let podzdvihnout ke kulturní úrovni, ke které se lidstvo probíjávalo s obtížemi a oklikami po tisíciletí.“ ([16], s. 55)

J. W. GOETHE (1749–1832) vidí donucení ve vzdělávání optimisticky ([17], s. 92):

„... to se poddá, to je zvyk.
Děťátko rovněž odmítne
prs matčin v první okamžik
a pak mu rádo přivykne.
A tak i vám se naposledy
nebude chtít od nader vědy.“

Škola, která nerozvíjí pracovní návyky, je možná, je pohodlná a pro mnohé přijatelná. Je to ovšem škola, která není pro naši společnost žádoucí.

VÁCLAV JAMEK (1949), náš básník, diplomat a jazykovědec spjatý s francouzskou kulturou, napsal v roce 1998 ([19], s. 184):

„Škola není místo, kde by dítě mělo získat co nejvíce vědomostí a přitom se pokud možno vůbec nenamáhat. Koncept »školy hrou« spíše žádá, aby škola využívala spontánní objevovací schopnost dítěte a tak je k námaze motivovala, ne však, aby je veškeré námahy ušetřila.

Škola bez námahy a píce není žádoucí: především ve škole si dítě může vštípit kulturu úsilí, která je v naší civilizaci potřebná. Požadovat výkon — a to výkon smysluplný — je jednou ze základních funkcí školy.“

Stěžejní otázku koncepce matematického vzdělávání formuloval ve stati [18] americký matematik maďarského původu GEORGE PÓLYA (1887–1985):

Jak učit matematiku, aby kultivovala myšlení?

Matematika chápaná jako systém formálních dedukcí, jako systém definic, vět a důkazů nebo na elementární úrovni jako systém vzorců, není nejvýhodnějším základem pro přístup ke školské matematice, neboť skýtá mnoho příležitostí k formálnímu zvládnutí matematických poznatků. Definice, věty a důkazy se lze naučit, aniž bychom jim porozuměli, tento soubor vědomostí lze reprodukovat u zkoušek. Dobrá paměť rozvíjená tréninkem se zdá být postačující k „osvojení si“ minima matematiky. Takováto matematika myšlení nerozvíjí, ale spíše utlumuje, protože myšlení komplikuje pohled na strukturu vytříbenou často mnohageneračním vývojem názorů na řešení určitého problému. Ne tedy studium části hotové matematiky, ale poznávání cesty k matematice je základní příležitostí k rozvíjení myšlení. Snaha porozumět věcem je doložitelná historicky a aplikovatelná i didakticky.

Jsme přesvědčeni, že škola, má-li plnit své poslání přípravy mládeže pro společnost, musí být pramenem poznávání, a to nikoliv jen mechanického probírání částí jednotlivých disciplín.

Je takovéto o zkušenost opřené vzdělávání možné? Základem vyučování matematice by měly být činnosti žáků, ma-

tematické aktivity nejrůznějšího druhu, nejdůležitějšími z nich pak řešení úloh a problémů. To ovšem dobře vědí zkušení učitelé, kteří připravě systémů úloh, a rozboru žákovských nezdarů a omylů, věnují mimořádnou péči.

MICHAL KRÍŽEK nás upozornil, že naše škola nedokáže účinně využít spon-tánní zájem mladé generace o informa-tiku: „Dnešní čtrnáctiletí kluci toho znají mnohdy více než jejich učitelé a velice se o tento obor zajímají. Děti samozřejmě dobře vnímají, jak je informatika uži-tečná, a nemůžeme se divit, že je nebaví, např. jak konstruovat trojúhelník ze tří daných prvků, když nevidí praktické apli-kace takové konstrukce. Matematika se často učí na »vyumělkovaných« příkla-dech bez jakékoliv návaznosti na praktické aplikace.“ S těmito názory plně souhla-síme.

První polistopadový předseda naší Akademie věd OTTO WICHTERLE (1913 až 1998) zdůrazňoval: „Prvořadým úko-lem vědy je přispívat ke zvyšování vzděla-nosti. To by mělo být ... hlavním smys-lem činnosti i naší ČSAV od samého začátku.“ (Reportér č. 18, 1992) Tato idea se, pokud víme, nesetkala s kladným ohlasem.

4. Matematika na gymnáziu

Bez zájmu o vzdělání nelze dosahovat dobrých vyučovacích výsledků. To pla-tilo v minulosti právě tak jako dnes. Vý-znamný český pedagog GUSTAV ADOLF LINDNER (1828–1887) napsal před sto léty:

„Dokud gymnázia nebudou zproštěna jak líné hmoty žáků prostředních, tak i hromady oněch vnucených živlů, jež tam přicházejí beze všech zájmů, budou se

veškeré požadavky na gymnáziích vznášeti v povětrí.“

V učebním plánu bavorského gymnázia z r. 1990 se píše:

„Gymnázium je školou pro ty mla-distvé, kteří se mimořádně projevují jako duševně čilí, chtějí učení a plní fantazie, kteří se umějí učit rychle a cílevědomě, mají dobrou paměť, rádi se samostatně a vytrvale zabývají myšlenkovými a tvoři-vými úkoly a ve všem ukazují připravenost brát na sebe úsilí, které od nich vzděla-vací cesta gymnázia vyžaduje. Žáci, kteří navštěvují gymnázium, musí být připra-veni pracovat hodně a vytrvale na vysoké úrovni. Musí jim být zcela jasné, že jsou ve škole především proto, aby se učili, a že je přitom také důležitá lidská ohleduplnost a mravní čistota.“

To není případ gymnázií našich, neboť v *Bílé knize* se o gymnaziálním vzdělávání píše:

„I když tento typ vzdělávání je určen i nadále především k přípravě pro bez-prostředně navazující studium v terciární sféře, bude zároveň nutné, aby přijímal širší populaci žáků než dosud. Měl by proto zahrnovat i takové obsahy a před-měty, které mohou být potřebné pro prak-tický život a některá povolání.“ ([11], s. 52)

Možná, že právě od této pasáže se odvíjí *Rámcový vzdělávací program pro gymnázia* [15], který stanovuje matema-tice minimální dotaci jen 10 hodin po ce-lou dobu studia s tím, že v posledním roč-níku nemusí být zastoupena matematika vůbec. Český jazyk a cizí jazyky jsou přit-om dotovány minimem 12 hodin a jsou povinné v každém ročníku. Učinit mate-matiku nepovinným předmětem ve čtvrtém ročníku gymnázia je podle našeho názoru zásahem do matematického gym-naziálního vzdělávání, který v moderní

historii gymnázií nemá od roku 1849 obdoby. Argument, že si každá škola může matematiku do 4. ročníku zařadit, pokládáme za velmi slabý. Podle našeho názoru by měla být matematika zařazena v každém ročníku gymnázia, její hodinová dotace v průběhu studia by neměla být menší než 12 hodin a měla by být povinnou součástí maturitní zkoušky na gymnázium.

Musíme učinit ve spolupráci s řediteli gymnázií vše pro to, aby matematika zaujímal v učebních plánech gymnázií důstojné místo, které jí náleží stejně jako českému jazyku a jazykům cizím. Odpovídá to nejen tradici naší školy, ale i vzdělávací praxi snad ve všech zemích Evropy.

Pokládáme vzdělávání v duchu Bílé knihy za příliš liberální, příliš vstřícné žákům a jejich rodičům. „*Koncepce, které zakládají své představy výhradně na individuální svobodě jednotlivce, zpravidla zapomínají, že výuka v podmínkách školy je nejen věcí svobodného rozhodování nebo »vlastní snahy« individua, ale také věci úsilí, práce, podřízenosti a v případě nutnosti i donucení (např. povinné domácí úkoly).*“ ([20]) Škola se musí soustředit především na vzdělávací cíle, jejichž dosažení je bezpečně ověřitelné a kvantifikovatelné. Pevné základy znalostí a dovedností představují podmínku všestranného rozvoje člověka právě v duchu tzv. klíčových kompetencí.

Pro učitele gymnázií je důležité, aby měli stálý styk s vědou, filozofií, uměním a praktickou činností. Bez tohoto styku se stává učitel řemeslníkem, spěje k formalismu a klesá na úroveň učebnice. Učitel bez všeobecného kulturního nadhledu má tendenci žáky přetěžovat. Důležité je, aby učitelé byli dobře odborně vzděláni a připraveni. Vzdělání a vědomosti jsou předpokladem přirozené autority učitele.

5. Jak vnímat matematiku

Uvažujeme-li o matematickém vzdělávání, vtírá se nám neodbytně otázka „*Co to vlastně matematika je?*“

Je matematikou obsah gymnaziálních učebnic matematiky, literatura, kterou má prostudovat absolvent učitelského studia matematiky na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy, nebo např. to, co popisuje PETR VOPĚNKA na stránkách svých knih [21] a [22]? Učitel matematiky by si měl názor na tyto otázky utvořit, neboť „*jaká je filosofie matematiky, takové je i její vyučování.*“ (RENÉ THOM) Přáli bychom si, aby se následující odstavce staly podnětem k přemýšlení a k dalšímu studiu.

Na povahu matematiky se díváme takto:

„*Matematika je veletokem valícím se k nám od obzorů minulosti, syceným z nespočetných pramenů i pramének sotva znatelných, okázale se lesknoucích i skrytých v temnotách, vytrysklých na úsvitě vzdělanosti i v dobách nedávných, ba téměř současných. Zprávu, kterou nám přináší, se budeme snažit číst. Ne však tu, jež pluje po jejím povrchu a je zachycena v nepřeborném množství poznatků, jimiž jsou přecpány tisíce knih, ale tu, kterou nám přináší o lidském poznání. Vždyť v té ucelenosti jako ona by nám o něm jen málokdo mohl povědět více. Do ní se zapsaly dějiny lidského ducha — a někdy i srdce.*“ ([23], s. 7)

Zmiňme se zde v souvislosti se vzděláváním pouze o některých aspektech nejvýznamnějších a patrně i nejvydatnějších přítoků onoho veletoku, jímž je matematika, jejichž proudy se i poté valí někdy samostatně, jindy se naopak navzájem proplétají a sytí.

Prvním z nich je matematika názoru, představovaná po dlouhá staletí především názorem geometrickým. U jeho zrodu stojí jeden z nejpozoruhodnějších objevů, jímž je objev geometrického světa v jeho naprosté čistotě a vyostřenosti, k němuž došlo v antice.

„Geometr má před sebou list papíru pokreslený čarami rozmanitých tvarů, rovnými i křivými, vzájemně propletenými a protínajícími se v různých bodech. Jeho zrak spočinul na obrázku, jeho pohled však pronikl skrze obrázek, ven z reálného světa do světa geometrického. Tak například za rovnou čarou uviděl geometrickou úsečku, uviděl ji v její úplné čistotě a spolu s ní uviděl dokonalou přímost. Od okamžiku tohoto prohlédnutí je pro něj navždy úsečka úsečkou geometrickou, a ne čarou narýsovanou podle pravítka.

Byly doby, kdy jsme geometrický svět neznali. Děti, které se dosud neučily geometrii, ho neznají. Učitel jim tento svět otevře. Jeho úkol je zdánlivě nesplnitelný, neboť ho nemůže ani ukázat, ani nenalezne dostatek slov, jimiž by ho popsal. Může tento svět pouze různě navozovat, například narýsovat čáry pomocí pravítka a kružítko a říci, že se úsečkám a kružnicím podobají, avšak ukázat na nich může jen to, čím se jim nepodobají. Do geometrického světa můžeme někoho vést jen na kus cesty, můžeme ho přivést jen před jeho bránu, rozhodující krok však musí učinit každý sám.“ ([23], s. 16)

Jde tedy o objev zvláštního ideálního světa, který je podložen pod světem reálným. Vědou v evropském smyslu je pak vědění a získávání poznatků o tomto ideálním světě, přičemž tyto poznatky jsou přenášeny do světa reálného. To se týká veškeré evropské vědy, netoliko geometrie, přičemž různé vědy si podle

vzoru geometrie vytvářejí obdobné ideální světy.

„Většina tvůrčích matematiků užívá pro svět, jehož studiem se zabývají, název matematická realita. Tato realita má sice nehmotný charakter, ale zcela objektivní zákonitosti... Specifikem matematického světa je ... to, že je sice konstruován v myslích jednotlivců, ale přesně determinovaným způsobem. V tom spočívá podstata jeho objektivní nehmotné existence.“ ([24], s. 398)

Druhým neméně významným proudem matematiky, bez jehož využívání by se evropská vzdělanost nemohla vůbec rozvinout do nynější podoby, je matematika kalkulací. Jde o metodu předpovídání prostřednictvím kalkulací se znaky prováděnými podle určitých, vždy předem jasně stanovených pravidel. Přitom předpovídáním zde rozumíme netoliko predikce, ale též kodikce a retrodikce, tedy obecně: mínění, které předchází před věděním. V těchto případech jde ovšem o předpovědi, které lze považovat za naprosté jistoty, neboli za vědění samo. Tento proud matematiky vznikl v Indii, osvojili si ho Arabové a do Evropy pronikl překládáním arabských spisů do latiny. Podrobněji je tato problematika zpracována v knize [25].

Třetí proud matematiky, o němž se ještě alespoň velmi stručně zmíníme, vytryskl na samém úsvitě civilizace. Prodral se do dějin spolu s přirozenými čísly v jejich abstraktní, tj. od všech jejích výskytů v reálném světě odloučené podobě. Staletími prověřená pedagogická zkušenost nás utvrzuje v přesvědčení, že již velmi malé děti (žáci prvních tříd základní školy) mají schopnost tyto ideální abstraktní objekty nazírat a zacházet s nimi způsobem, jenž odpovídá jejich věku. Jestliže lze říci, že ten, kdo nedovede nahlížet do antic-

kého geometrického světa, není dědicem evropské vzdělanosti, pak ten, kdo nedovede nazírat přirozená čísla v jejich abstraktní podobě, není civilizovaným člověkem v hlubším významu toho slova.

Vzdělání spočívá ve vstřebávání především duchovních — rozumových i citových — statků, které lidstvo vytvářelo během svého téměř desetitisíciletého kulturního vývoje, a v jejich zasazování do dějinných souvislostí. Velikost a šíře vzdělání nějakého jednotlivce pak závisí na množství, rozložení, povaze a náročnosti těchto jím získaných duchovních statků a jeho hodnota na hloubce jejich vstřebání.

Součástí vzdělávání je ovšem i nácvik určitých operací (čtení, psaní, provádění početních výkonů podle algoritmů, práce s výpočetní technikou, ...). Tuto složku vzdělávání nazvěme operabilitou. Operabilita vyžaduje informace a schopnost obratného zacházení s nimi. Nepopíráme, že operabilita je nutná k přežívání v současném světě, ve školním vzdělávání bychom jí ovšem měli věnovat místo, které jí náleží. Shodnout se na pojetí vzdělávání, na podíl operability v něm a na řadě dalších aktuálních otázkách školního provozu je ovšem obtížné.

6. Závěry

Jsme si vědomi toho, že mnohé nedostatky, o nichž jsme mluvili ve výzvěch, jsou *dokladem ne vždy kvalitní práce nás, učitelů*. Na druhé straně víme, že *jsme bezmocni proti negativním vlivům společnosti, ať už na poli ekonomickém, politickém nebo kulturním*.

Proč je práce učitelů, a tedy i práce učitelů matematiky, tak obtížná? Protože je škola produktem společnosti. Jestliže

úspěch není v současné společnosti důsledkem vzdělanosti, originality myšlení, tvořivosti a hledání pravdy, ale spíše věcí taktiky, přizpůsobení se, umění využít příležitosti a umění „v tom chodit“, učí se nám matematika obtížně. V matematice nejde o pragmatická, ale o logická hlediska.

Dobrá výchovně vzdělávací práce školy může v dlouhodobé perspektivě *pomáhat společnosti přetvářet*. Je to však reálné jen tehdy, budou-li učitelé schopni a ochotni takto působit. Musí být osobnostmi, které dokáží vidět podstatné, které dokáží samostatně uvažovat a nepodléhat slepě formálním autoritám. Nesmí jim chybět velkorysost a důslednost.

Dnes, snad více než kdy jindy, je nejdůležitějším článkem vzdělávacího procesu *učitel*. Jsme přesvědčeni, že žádná školská reforma „shora“ nemůže výrazně zlepšit úroveň vzdělávání. Pozitivní změna je možná jen při trvalém a systematickém vytváření podmínek pro dobrou práci učitelů a škol. Dobrý učitel dnes rozumí nejen předmětům své aprobace, ale i studentům. Musí rozumět i společnosti a jejímu vývoji — a to jak na úrovni školy a regionu, tak republiky, a svým všestranným snažením přispívat k dobré práci školy. Měl by mít dobře promyšlenou koncepci svého pedagogického působení v rámci možností školy, na níž působí, a přispívat k utváření dělného učitelského kolektivu.

Problémem našeho současného školství není zbavit se špatných učitelů; na jejich místa by za současných podmínek patrně přišli učitelé ještě horší, velmi často dokonce nekvalifikovaní. *Problémem je získat učitele dobré a ve školství je udržet*. Na vysokých školách se proto snažme dobré učitele vychovávat a pro práci ve školství získávat. Učitele moudré a vzdě-

lané, s širokým rozhledem, kteří milují svou profesi, svůj obor a mají rádi lidi (a tedy i své žáky a studenty).

Konference se v mnoha příspěvcích dotkla současných reformy našeho školství založené na idejích *Bílé knihy*. Tato reforma je realitou naší současné školy. Podle našeho názoru tkví její hlavní nebezpečí v malé pozornosti k výchově k odpovědnosti a k rozvíjení pracovních návyků. Těmito tendencím nahrává důraz na přizpůsobení obsahu školního vzdělávání „místním podmínkám“, malý důraz na učivo a jednostranný důraz na tzv. kompetence. *Má-li být školní vzdělávání základem pokroku ve všech odvětvích společenského a kulturního života, musí být orientováno k rozvíjení již zmíněné odpovědnosti a k výchově k práci*. Krásná a vznešená idea „poskytnout co největšímu množství lidí co nejvyšší vzdělání“ degeneruje u nás „v obłudnou myšlenku: *co nejvíce lidí musí absolvovat vysokou školu, a to i za cenu, že se razantně sníží nároky na studium.*“ (JANOŮSEK)

Jedním ze závěrů konference bylo utvořit v Jednotě českých matematiků a fyziků skupinu vedenou DAGEM HRUBÝM, která by se zaměřila na tyto aktivity:

1. Pomáhat školám (ve spolupráci s jejich ředitelstvem a učitelským sborem) stanovit rozumné dotace hodin matematiky v učebním plánu.
2. Navrhnout školní vzdělávací programy pro matematiku na gymnáziu, a to ve dvou variantách odstupňovaných podle náročnosti a časové dotace pro matematiku.
3. Podněcovat tvorbu nových materiálů pro výuku matematiky, které by věnovaly patřičnou pozornost mezioborovým vazbám, kulturním souvislostem a aplikacím.

4. Podle potřeby se scházet k diskusím.

L i t e r a t u r a

- [1] *O škole a vzdělávání*. Sborník z konference Matematika — základ evropské vzdělanosti. Editor BEČVÁŘOVÁ, M. Matfyzpress, Praha 2007.
- [2] DVOŘÁK, D., GREGER, D.: *Česká vzdělanost: mluvíme o ní bez patosu*. Mladá Fronta Dnes, 20. 10. 2007.
- [3] GÖTZOVÁ, J.: *Úpadek je zjevný, studenti neumějí česky*. Právo, 5. 10. 2007.
- [4] ČERMÁK, M.: *Vyzývat k větší vzdělanosti je pyšné a nesoudné*. Lidové noviny, 2. 10. 2007.
- [5] PÍCHALOVÁ, T.: *Přijímačky 2008 podle starých pravidel*. Lidové noviny, 1. 10. 2007.
- [6] KOPÁČKOVÁ, A.: *Elementární matematika?* In: *Mezinárodní konference kateder matematiky*. Technická univerzita, Liberec 2000.
- [7] BAŠTINEC, J.: *Nedostatky v matematické přípravě absolventů středních škol*. In: *Didactic conference in Žilina*. Univerzita Žilina 2004.
- [8] VYBÍRAL, B., KRÍŽ, J., VOLF, I.: *Český úspěch na 38. Mezinárodní fyzikální olympiádě*. PMFA 52 (3), 2007.
- [9] STRAKOVÁ, J., TOMÁŠEK, V., PALEČKOVÁ, J.: *Třetí mezinárodní výzkum matematického přírodovědného vzdělávání*. Výzkumný ústav pedagogický, Praha 1996.
- [10] FEŘTEK, T.: *Vážení profesori, nechápete!* Reflex č. 41, 11. 10. 2007.
- [11] *Bílá kniha. Národní program rozvoje vzdělávání v České republice*. MŠMT, Praha 2001.
- [12] KVAČKOVÁ, R.: *Do šestky? Ne, raději do primy*. Lidové noviny, 23. 11. 2007.
- [13] MACHÁLKOVÁ, J.: *Školy našly recept na šikanu*. Lidové noviny, 22. 11. 2007.
- [14] LORMAN, J.: *Nemáme čas učit. Papírujeme*. Lidové noviny, 23. 11. 2007.
- [15] *Rámcový vzdělávací program pro gymnaziální vzdělávání*. VÚP, Praha 2004.
- [16] BYDŽOVSKÝ, B.: *Naše středoškolská reforma*. Profesorské nakladatelství, Praha 1937.

- [17] GOETHE, J. W.: *Faust*. Borový, Praha 1949.
- [18] PÓLYA, G.: *Mathematics Promote the Mind*. In: *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education*, Boston 1983.
- [19] JAMEK, V.: *O patříčnosti v jazyce*. Nakladatelství F. Kafky, Praha 1998.
- [20] PRŮCHA, J.: *Přehled pedagogiky*. Portál, Praha 2000.
- [21] VOPĚNKA, P.: *Úhelný kámen evropské vzdělanosti a moci*. Práh, Praha 2000.
- [22] VOPĚNKA, P.: *Vyprávění o kráse novobarokní matematiky*. Práh, Praha 2004.
- [23] VOPĚNKA, P.: *Rozpravy s geometrií*. Panorama, Praha 1989.
- [24] KOLÁŘ, I.: *Postavení geometrie v současné matematice*. Matematika, fyzika, informatika 5 (8), 1996.
- [25] VOPĚNKA, P.: *Meditace o základech vědy*. Práh, Praha 2001.

jubilea zprávy



DOCENT ZDENĚK POKORNÝ ZEMŘEL

Ve středu 5. prosince 2007 skončil plodný život hvězdáře doc. RNDr. Zdeňka Pokorného, CSc. Stalo se tak vinou nemoci, o které jako veselý a činorodý šedesátník ještě v polovině května nevěděl, ale jejímž vlivem v týdnu před svatým Mikulášem jeho život postupně vyhasl.

Zdeněk se astronomii věnoval od dětství. Zajímaly ho planety, už ve třinácti letech jim dost rozuměl — korespondoval si s lidmi v zahraničí, někteří ho oslovovali předpokládaným titulem doktor . . . O planetách přednášel od začátku šedesátých let na brněnské hvězdárně, kde byl jedním z tzv. demonstrátorů, kteří zde ukazují oblohu veřejnosti. Na hvězdárně tak působil téměř celou její fyzickou existenci, pomíneme-li etapu, kdy měla jen jednu kopuli bez zázemí.

Vystudoval fyziku na brněnské univerzitě, poté nastoupil v roce 1970 jako ředitel hvězdárny v Prostějově. Od roku 1972, právě před 35 lety, změnil působiště a začal pracovat na brněnské hvězdárně. Ta v dalším roce získala označení Mikuláše Koperníka, a celá

následující epocha, kdy hvězdárna pod tímto čím dál známějším jménem působila, byla Zdeňkem Pokorným zásadně ovlivněna.

Hvězdárna začala vydávat užitečnou a oblíbenou vzdělávací literaturu — vzpomeňme „Kapitoly z astronomie“ nebo programy (nejen čistě astronomické) pro kalkulátory. Astronomické vzdělávání se také stalo Zdeňkovým životním posláním. Působil ale také ve výzkumu, během své disertace o planetě Jupiter. A organizoval s neobyčejnou pečlivostí pozorování proměnných hvězd i vzdělávání v tomto oboru.

Pro vývoj hvězdárny byl přelomem jeho dvouletý kurs astronomie, s důmyslnými, pečlivě připravenými lekci, psaný jeho úhledným krasopisem a doprovázený řadou kreseb. Ty se začaly používat s nástupem xeroxu, a tak to vydrželo mnoho let.

Ještě před převratem vyšla jemu a dalším dvěma Zdeňkům, Horskému a Mikuláškovi, pozoruhodná a čtivá kniha „Sto astronomických omylů uvedených na pravou míru“. Pak již bez Zdeňka Horského psali sérii „Záludných otázek z astronomie“. A množství knih, které Zdeněk Pokorný napsal, narůstalo až do letoška.

Kalendárium astronomie, Planety, Astronomické vzdělávání, Pozorujeme planety, Příběh nesmrtelných poutníků, Váš průvodce vesmírem, Vesmírné objevy — invaze robotů do vesmíru, Zkáza přichází z kosmu, Marťanské písky . . . Jeho poslední publikace spatřily světlo světa dokonce teprve před pár měsíci: „Zlaté století astronomie“ a „Exoplanety“.