

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Helga Königsdorf

Lemma 1

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 27 (1982), No. 2, 101--106

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139954>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1982

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

sentenci P , potom víme, že P není dokazatelné v elementární aritmetice. A co $\neg P$? Ani $\neg P$ nemůže být zřejmě dokázáno. Důvod: co je dokazatelné, je pravdivé, jak již víme z předchozích úvah o tomto předmětu. (Souvisí to s bezesporností aritmetiky.) Sentence $\neg P$ určitě není pravdivá. (Vzpomeňte si, že $\neg P$ popírá bezespornost aritmetiky.) Závěr: ani P , ani $\neg P$ není dokazatelné. (Poznámka: z těch dvou sentencí je P pravdivá.)

Je toho ještě víc

To je konec cesty, pro nás, pro tuto chvíli. Není to v žádném případě konec cesty matematické logiky. To, o čem jsem vám vyprávěl, událo se v třicátých letech tohoto století a věda se od těch časů nezastavila. Gödel sám přispěl několika strhujícími výsledky k našim znalostem formální logiky. Mnoho jiných se chopilo této oblasti a objevily se nečekané aplikace a komplikace. Kdo se například odvážil předvídat, že se formální logika promění v jeden z nejmocnějších nástrojů při sestavování opravdových elektronických počítačů? Matematická logika je živá a v pořádku; zbývá toho ještě mnoho udělat; uplyne mnoho času, než někdo bude moci popsat matematickou logiku od A do Z .

Přeložil Přemysl Vihan

Lemma 1

Helga Königsdorf, Berlín

Čas od času se objeví, že poznatek již prohlášený za významný pokrok ve vědě byl založen na chybné úvaze. Nadále zajištěnou existenci však mají ti, kteří svůj pocit úlevy nad takovým vývojem událostí maskují zdvořilým politováním.

Nelze domyslet, jaké by nám byly vznikly těžkosti, kdyby se Jana Bocková nebyla zmýlila.

HELGA KÖNIGSDORF: *Lemma 1*. In: *Meine ungehörigen Träume, Geschichten*. Berlin, Aufbau — Verlag, Edition Neue Texte, 1978. Přeložil PETR MATOUŠ.

© Aufbau — Verlag Berlin 1978

Autorka studovala fyziku v Jeně a v Berlíně. Je univerzitní profesorkou, vede oddělení ústavu Akademie věd NDR. Vědecky pracuje v matematice. V roce 1978 jí byla udělena záslužná medaile matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy. Své povídky píše pod pseudonymem.

Překladaťel je vědeckým pracovníkem MFF UK a podobně jako autorka si přál otisknout svůj překlad pod pseudonymem.

Matematickou práci tvoří věty a texty mezi větami. Věta se skládá z předpokladů, z tvrzení a z důkazů, že tvrzení za těchto předpokladů platí. Vložené texty mají vysvětlit, proč nás tvrzení za těchto předpokladů zajímá. Většinou však bývají pouze zavedeny pojmy a označení. To není projev autorovy zlomyslnosti; spíše je to tím, že je často snazší matematické tvrzení odvodit než docenit jeho význam. Někdy ani žádný význam nemá.

Věty lze rozdělit na důležité a méně důležité. Důležité věty jsou ty, které přiměly autora, aby práci napsal. Tvrzení méně důležitých vět se pouze užívají k důkazu těch důležitých. Takové nedůležité větě se také říká lemma. Ve vzácných případech se dodatečně ukáže, že navzdory autorovu mínění bylo právě lemma podstatným výsledkem. Pak je lemma pojmenováno po autorovi. Ten je v té době většinou již stár nebo mrtev. Ti, kdo autora neznají, však vždy věří, že je buďto stár nebo mrtev.

Věty a lemmata jsou v matematické práci očíslovány. Mají navzájem úzkou souvislost. Tak se objeví v důkaze věty 11 formulace: „Jak se s pomocí věty 9 lehko nahlédne, platí...“ V důkaze věty 9 stojí psáno: „Tento výrok plyne z lemmatu 3.“ V důkaze lemmatu 3 se říká: „Toto tvrzení je správné, neboť jinak by vyplynul spor s lemmatem 1.“ Tak se může propletením řetězců logických úvah stát, že všechna tvrzení matematické práce jsou dokázána pouze tehdy, když platí lemma 1. Když tedy při důkazu lemmatu 1 nedošlo k žádné chybné úvaze.

Lemma 1 však bylo špatně.

Jana Bocková nedopřála, bez ohledu na všechny módní dlouhovlasé a natupírované účesy, svým vlasům nikdy víc než pět centimetrů délky. Ale to jistě nebyl důvod, proč ji profesor Frischauf nazýval Johankou z Arcu, pokud byla z doslechu. Při pohledu na ni napadala člověka zvláštní směs soucitu a nedůvěry. Po pravdě řečeno, u opatrnických povah se v její přítomnosti uváděl do chodu psychologický varovný systém. Její největší chybou byl fanatismus ve všem, co podnikala. Tím působila ostatním ve svém okolí nezřídká obtíže a tím se pak sama do obtíží dostávala, což ji vždy zastihlo zcela nepřipravenou.

V každém případě byla Jana vášnivou matematickou a věstili jí skvělou budoucnost. Vždyť museli univerzitě za ni a druhého nejlepšího studenta dát výměnou habilitovaného algebraika.

Výzkumný úkol zadaný Janě profesorem Frischaufem sice zahrnoval starý nerozřešený Kurzův problém o suboptimalitě nejmenšího invariantního vlastního vektoru, ale byl formulován tak obecně, jak je to obvyklé při plánování. I malé vedlejší výsledky mohly být počítány za úspěch. Takové výsledky byly již hotové při sestavení plánu. Ale Jana se zakousla do Kurzova problému.

Jedna z velkých papežských bul, tak se říkalo projevům ředitele Matematického centra p. s. Věda, padla u ní na úrodnou půdu. Papež snášel naslouchání těm druhým s přibývajícimi léty čím dále tím hůře. Proto byly jeho řeči delší a delší. Starší spolupracovníci byli již příliš otupělí, aby mohli ještě plně ocenit krásu jeho rétoriky. V onom projevu papež vyhlásil, že je třeba konečně sebrat odvalu pustit se do skutečně hlubokých fundamentálních problémů. Odvalu k riskantní výzkumné problematice. Mládež se má srdnatě chopit velkých věcí a ne se spokojeně vézt v pracích, jejichž cena je od počátku zjevně nepříliš lákavá.

Profesor Frischauf, mající zálibu v obrazných komentářích, potom poznamenal

v úzkém kruhu svých spolupracovníků, že dobrý sedlák musí při velikosti vajec brát ohled na anatomii svých slepic a že nelze kvůli jednomu obřimu vejci nechat hladovět milióny jedlíků. Ale Jana se již zapálila.

Potom, co chodila rok po budově ve zvláštním rozptýlení, v každé nevhodné situaci kreslila na kousky papíru útvary podobné hyperbolám a byla kritizována pro nedostačnou účast v životě FDJ, předala nevyspalá jednoho pondělního rána profesoru Frischaufovi rozsáhlý čistý rukopis s názvem *Geometrický přístup k 3. Kurzovu problému*.

Nelze tvrdit, že by se při své přednášce v semináři zachovala vůči svému vedoucímu profesoru Frischaufovi a vůči ostatním spolupracovníkům spravedlivě. Spíše se u ní již zřetelně projevovala blahosklonnost. Dávala jasně na srozuměnou, že se touto prací zapsala do řad opravdových velikánů. Její výsledek, jak pravila, ukazuje, že je při stanovení vývojových směrů vědního oboru nutné si znovu vzpomenout na geometrické metody.

Jaké myšlenky měl profesor Frischauf v tomto okamžiku, není známo, neboť jeho obličej jako vždy v obtížných situacích zůstal zcela bez pohnutí. Za několik dní začal posílat kopie rukopisu s průvodním dopisem předním zahraničním vědcům, kteří mu ve svých odpovědích k pozoruhodnému výsledku jeho žákyně gratulovali. Obzvláštní pozornost vzbudil dopis známého sovětského vědce L. N. Popova. Blahopřál profesoru Frischaufovi a Janě Bockové k tomuto výkonu, znamenajícímu průlom v problému, o němž se v posledních letech známí vědci mnohokrát pokoušeli. Samozřejmě budou výsledky velmi pečlivě prozkoumány.

Jana předložila svůj rukopis jako disertaci na univerzitě. Profesor Frischauf napsal velmi příznivý posudek. Druhý recenzent byl jakožto ředitel sekce zcela přetížen. Ujal se posudku pouze proto, že byl přítelem profesora Frischaufa. Také nečetl disertaci celou, nýbrž náhodně vybral několik míst potřebných právě jen k tomu, aby nezůstal nic dlužen své reputaci a mohl uvést kritické poznámky, které však z kolegiality k profesoru Frischaufovi nesměly vyznět přehnaně. V zemi nebyl třetí odborník v této velmi speciální oblasti, který by jako recenzent připadal v úvahu. Profesor Frischauf proto požádal kolegu z příbuzné oblasti, jenž mu byl za podobné úsluhy zavázán, a ten sepsal z prvních dvou posudků třetí.

Lemma 1 však bylo špatně.

Jana to objevila, když se připravovala k obhajobě disertace. Ohlásila nemoc, nechala změnit termín obhajoby a tři týdny horečně pracovala, ale chyba se ukázala být neopravitelnou. Tehdy se vyzpovídala profesoru Frischaufovi. Ten se díval upřeně svými silnými brýlemi a po krátkém zamyšlení mínil, že falešné poštovní známky bývají často cennější než pravé a že již leckdo se stal díky chybnému důkazu proslulým. Potom jí uložil, aby rozeslala příslušná vysvětlení zahraničním vědcům, kteří rukopis dostali.

Zastavit promoční řízení a stáhnout disertaci, na niž došly tři příznivé posudky, bylo přirozeně mimořádně trapné. Papež však profesora Frischaufa velmi taktně podporoval. Mluvil ve fakultní radě před kolegy z ostatních oborů dlouho o specifičnosti práce v matematice. Profesor Frischauf se tentokrát zdržel všech komentářů, dokonce i v kruhu svých nejbližších spolupracovníků.

Pocity tří recenzentů byly rozdílné.

Trapné pocity profesora Frischaufa byly překryty velkým ulehčením. Ještě dodatečně jej tísnila představa, jak těžké době by šel vstříc s tak neslýchaně úspěšnou Janou ve své výzkumné skupině. Je však nutno zdůraznit, že se vůči Janě choval naprosto slušně. Nepřipomínal příliš často její vyzývavý projev na semináři, prohlašoval dokonce, že je skutečně třeba si připomínat geometrické metody. Dal Janě dobře míněnou radu, aby se alespoň částečně usadila na realistickém koberci a prozkoumala jisté vlastnosti jím objeveného aproximačního postupu, které jsou sice průzračné jako včelí med, ale stejně tak vláčné, takže je to v podstatě věc pracovitosti.

Také druhý recenzent nebyl zcela nespokojen s chodem událostí. Řešení 3. Kurzova problému by bývalo poskytlo pracovní skupině jeho přítele a nadto celému Matematickému centru p. s. Věda zřetelnou převahu v celostátním měřítku, ostatně mezi oběma institucemi panoval vztah zdravé vědecké soutěže.

Dotčen však byl třetí recenzent. Cítil se zaskočen, ačkoliv právě jemu nebyla věc vůbec kladena za vinu, neboť bylo všem jasné, že sepsal posudek bez hlubší znalosti předmětu. Nesmělo se za ním nějaký čas s podobným úmyslem přijít, což působilo těžkosti při některých promočních řízeních.

Nakonec bylo vlastně zase vše v pořádku. Ale nepočítali s Janou.

Koncem roku před oponenturou výsledků p. s. Věda nastoupil profesor Frischauf delší přednáškovou cestu do spřátelené ciziny. Před odjezdem dal svému zástupci dr. Kallenbachovi některé orientační pokyny pro sestavení zprávy. Je sice téměř jisté, že stromy těch druhých také nevyrostly do nebe, přesto se však nezdá být vhodným sahat každý rok po vavřínu. Spíše je třeba dbát na zachování věrohodnosti. V jasné řeči to znamená, že zpráva musí prokázat solidní splnění plánu, ale nic víc.

Když dr. Kallenbach předložil koncept zprávy pracovní skupině, přihlásila se Jana o slovo. Řekla, že je udivena tímto hodnocením plnění plánu, když je všeobecně známo, že lemma 1 bylo špatně, a tedy řešení 3. Kurzova problému se nezdařilo. I když se to týká jí samotné, nemůže s takovým přikrášením skutečnosti být srozuměna.

Dr. Kallenbach se nemohl v umění vést lidi zdaleka měřit s profesorem Frischaufem. Rovněž mu chyběla zkušenost k tomu, aby předvídal žeň, jež zde byla zaseta. Rozpačitě se usmál a dopustil se dokonce té chyby, že částečně doslova citoval pokyny profesora Frischaufa. Nato byla Janina žádost podpořena oběma aspiranty. Dr. Irmer a dr. Riedel se nevyjádřili, ale zkušený pozorovatel si mohl povšimnout, že v dr. Riedelovi zazářil celý lustr škodolibostí, neboť dr. Riedel byl pracovníkem p. s. Věda dosti dlouho, aby předvídal důsledky, které to může mít pro profesora Frischaufa nebo dokonce pro papeže.

Dr. Kallenbach zprávu změnil a napsal: „Úkol tématu 4c nebyl splněn. Geometrický přístup k 3. Kurzovu problému se ukázal neúspěšným“.

Zpráva přišla nejprve na stůl vedoucího oddělení. Ten byl zvyklý na pečlivé a spolehlivé podávání zpráv ze skupiny profesora Frischaufa a poslal spis dále, aniž by do něj nahlédl.

Osobní papežův referent, který červenou tužkou a nůžkami vytvářel celkovou zprávu z jednotlivých příspěvků, první objevil bolavé místo. Ohlásil se u dr. Kallenbacha a řekl, že se mu zvolená formulace nezdá příliš šťastnou a že navrhuje vyjádřit se takto: „V rámci tématu 4c byl zkoušen jistý geometrický přístup a diskutovány některé aspekty 3. Kurzo-

va problému. Nejdůležitějším výsledkem je zjištění, že ke konečnému řešení problému je nutno geometrickou metodiku znovu promyslet“.

Když dr. Kallenbach váhal, řekl osobní referent důrazně, že tuto změnu zcela vážně doporučuje, ostatně nic nepravdivého se zde neříká a malé nuance při podávání zpráv jsou nesmírně důležité pro vážnost centra, a ta zase sehraje základní úlohu při rozhodování, až jednou centrum samo bude natahovat ruku. Je třeba si také uvědomit, kolika úrovněmi správní hierarchie taková zpráva putuje. Na každé úrovni se ví, že se za tento provokující odstavec dostane od nejbližší vyšší úrovně důtka. A v tom se taková soustava řízení zcela podobá člověku. Rány se bez výjimky dávají dál. Vezme-li dr. Kallenbach v úvahu počet úrovní řízení v podnikovém sdružení, může asi odhadnout koeficient zesílení pro rány, které by na centrum dopadaly.

Dr. Kallenbach, jehož funkční období se omezovalo na nepřítomnost profesora Frischaufa a jemuž byl osobní referent nesympatický, pouze přislíbil záležitost v pracovní skupině znovu projednat.

Ale tam se již původní nálada upevnila. Navíc ještě celým centrem se šířil jistý neklid. Stále častěji bylo vidět Janu na schodišti nebo na chodbách zabránu do prudkých diskusí s ostatními spolupracovníky.

Tehdy papež pozval dr. Kallenbacha a Janu k sobě. Jemu je přirozeně také podezřelé, začal ze široka, že plánované výzkumné úkoly bývají tak málokdy nesplněny. Je nutno se vážně ptát, v jakém stadiu vzniká nepoctivost. On sám je velmi pro to zbavit zprávy pozlátka a nazývat věci pravým jménem. Je na čase říci jednou jasně, že věda znamená riziko, On je posledním, který by v daném případě neměl odvahu přiznat neúspěch a nést důsledky u všech nadřízených orgánů. Jenom se musí samozřejmě pečlivě uvážít, zda případ, o který jde, je skutečně tím „daným případem“. Má spíše dojem, že jde prostě o nedorozumění, neboť profesor Frischauf se jistě nemohl domnívat, že mladá nezkušená doktorantka vyřeší proslulý 3. Kurzův problém. Jana zřejmě chybně interpretovala cíl tématu a všechno se nejspíše při profesorově návratu vyjasní.

Na Janu to zjevně učinilo dojem, přiznala však, že již odeslala hlášení podnikovému vedení FDJ. Nato papež rozhodl formulaci dr. Kallenbacha zachovat.

Za několik dní přišel od vedoucího pro přírodní vědy a matematiku v podnikovém sdružení dopis, v němž se papež vyzýval, aby podal obratem zprávu, jak mohlo v centru dojít k nesplnění plánovaného úkolu, jak je prováděna kontrola plnění plánu a jaká opatření byla během plánovacího roku učiněna. Potom přišly dopisy podobného obsahu od nadřazených vedení všech společenských organizací a v centru začala horečná schůzová činnost.

Situace se zhoršovala, neboť v některých pracovních skupinách se projevovaly zdánlivě již dávno překonané tendence uvádějící smysl plánování zcela v pochybnost. Nato se ukázalo nutným utvořit komisi, která pak prováděla s některými pracovníky osobní pohovory.

Ve všech zprávách a referátech ústředních orgánů podnikového sdružení bylo centrum uváděno jako příklad nedostatečné plánovací kázně.

Když věci dospěly tak daleko, vrátil se profesor Frischauf ze služební cesty. Jakmile získal přehled o situaci, předvolal si Janu. Vytýkal jí nezralost a nezodpovědnost. Jen kvůli tomu, že se malá husička snažila dostat na scénu, je nyní celá armáda vysoce

kvalifikovaných odborníků zdržována od vědecké práce. Přemýšlela vůbec již někdy o tom, jak je celkem nevýznamné, zda 3. Kurzův problém vyřešila nebo ne? Metoda nejmenšího variantního vlastního vektoru se v aplikacích úspěšně užívá již devadesát let. Důkaz suboptimality by k tomu zaručeně nemohl přinést žádný nový poznatek. Je to čistě akademická otázka, která nemá ani pro další rozvoj disciplíny podstatnou důležitost.

Jana, která již nějaký čas vypadala jako nemocná, byla touto rozmluvou hluboce dotčena. Pravděpodobně to nezpůsobila ani tak slova profesora Frischaufa jako skutečnost, že poprvé zpozorovala v jeho obličejí výraz silného pohnutí. Postupně se odebrala na rozličná vedení, aby vyjasnila, že v celé věci šlo pouze o její omyl. Když se o Janině nové akci dozvěděl papež, vážně rozmýšlel, zda jsou dány předpoklady k disciplinárnímu řízení. Vlna však byla již na ústupu. O Janina kajicná ujišťování se již skoro nikdo nezajímal.

Po několika měsících předvolal papež profesora Frischaufa. Je na čase, řekl, o některých mladých pracovnících rozhodnout, zda se skutečně hodí pro základní výzkum a zda je jejich setrvávání v centru opodstatněné. Rád by věděl, jaká je v tomto ohledu situace v pracovní skupině profesora Frischaufa. Profesor Frischauf odpověděl, že Jana Bocková bohužel nesplnila to, co se od ní očekávalo, a že on považuje za vhodné, aby se porozhlédla po praxi. Papež mínil, že nic jiného nečekal a že Jana je již zapsána v listině kádrů určených k fluktuaci.

Když bylo Janě toto rozhodnutí sděleno, neměla námitek. Rostla v ní naopak nová aktivita. Chtěla konečně zažít, jak aplikací matematických metod vzniká společnosti bezprostřední užitek. Prosila proto, aby při zprostředkování nového místa dávali pozor, zda tam skutečně jde o úkol národohospodářského významu.

Jak komentoval profesor Frischauf v úzkém kruhu svých spolupracovníků, dala by se tím Janě možnost konečně jednou způsobit opravdovou škodu.

vyučování

O ZAJÍMAVÉ KNÍŽCE
L. D. KUDRJAVCEVA

Blanka Kussová, Praha

Na následujících stránkách se seznámíme s hlavními myšlenkami knihy *Současná matematika a její vyučování* (vyd. Nauka, Moskva, 1980).

Nejprve však několik slov o autorovi.

Profesor L. D. Kudrjavcev je významným sovětským vědcem, pracovníkem Matematického ústavu Sovětské akademie věd a po více než čtvrt století vedoucím katedry matematiky na Vysoké škole technicko-inženýrské v Moskvě. Je vynikajícím pedagogem, autorem učebnice *Matematická analýza*, která dosáhla značného rozšíření v celém SSSR a jež se de facto stala základní učebnicí matematiky na všech vysokých školách technického zaměření.

Své více než 30leté zkušenosti s výukou matematiky pro studenty technických