

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Jiří Komrška

Korpuskulární optika jako experimentální východisko při výuce kvantové mechaniky [Dokončení]

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 27 (1982), No. 3, 148--150,151--162

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139703>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1982

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Korpuskulární optika jako experimentální východisko při výuce kvantové mechaniky*)

Jiří Komrská, Brno

8. Elektronové interference s dělenou amplitudou

Představa interference ... patří ... k nejcennějším statkům fyziky. Kdykoli jsou pochyby o nějakém druhu záření, hledíme vyvolat interferenci; podaří-li se to, je tím dokázána vlnová povaha záření.

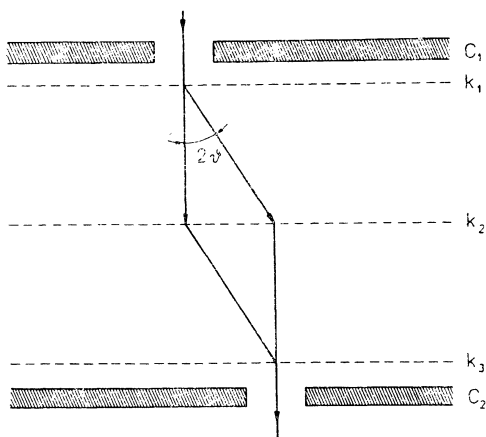
M. v. Laue [1]

Nejprůkaznějším projevem vlnové povahy volných elektronů jsou elektronové interferenční jevy získané zařízeními obdobnými interferometrům ve světelné optice. V těchto případech totiž dochází k interferenci dvou svazků, které jsou od sebe makroskopicky separovány (makroskopicky v tom smyslu, že vzdálenost mezi oběma svazky je v nějakém místě velká ve srovnání s atomovými rozměry).

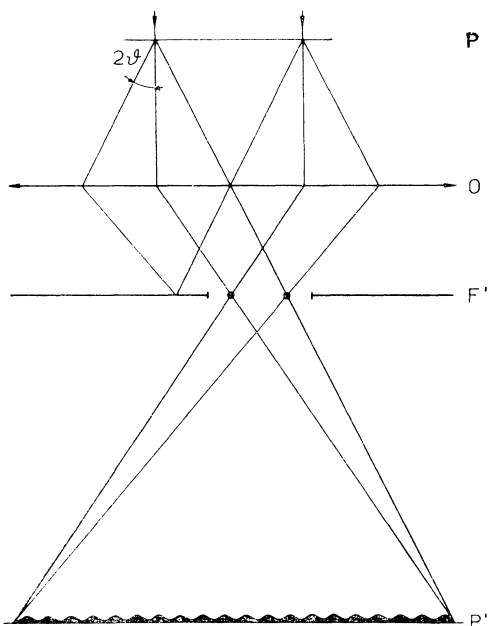
První elektronové interferometry byly navrženy L. Martonem [2] v r. 1951. Šlo o interferometry s dělenou amplitudou. Schéma jednoho z nich je naznačeno na obr. 8.1. Elektronové svazky byly děleny difrakcí na tenkých (≈ 15 nm) epitaxiálních krystalech k_1, k_2, k_3 zlata s rovinou (100) kolmou ke směru dopadajícího elektronového svazku. Vzdálenost mezi krystaly byla 35 mm a jejich velikost několik mm^2 . Uvážíme-li, že odchylka 2 θ primárního svazku a difraktovaného svazku na krystalu k_1 je asi 0,027 rad, vychází, že v místě krystalu k_2 je vzdálenost mezi oběma větvemi interferometru kolem 1 mm. L. Marton, J. S. Simpson a J. A. Suddeth [3] registrovali tímto interferometrem interferenční proužky při dráhovém rozdílu mezi oběma větvemi interferometru 27,6 nm, což při kinetické energii elektronů kolem 60 keV ($\lambda \approx 5$ pm) odpovídá $5,8 \cdot 10^3$ vlnových délek [4].

V elektronové mikroskopii krystalických objektů je mnoho jevů, v nichž lze rozpoznat elektronové interferenční jevy s dělenou amplitudou. Interferující svazky však většinou nebývají makroskopicky oddělené. Přesto však existuje několik jevů a technik, kdy k takovému oddělení interferujících svazků dochází. Např. při „zobrazování mřížkových rovin“ způsobem, kdy se v obrazové ohniskové rovině F' objektivu O propustí otvorem clony jen primární stopa a jedna nebo několik stop odpovídajících Braggovým reflexím [5] (srov. obr. 8.2), je vlastně „obraz mřížkových rovin“ v obrazové rovině P' vyvolán

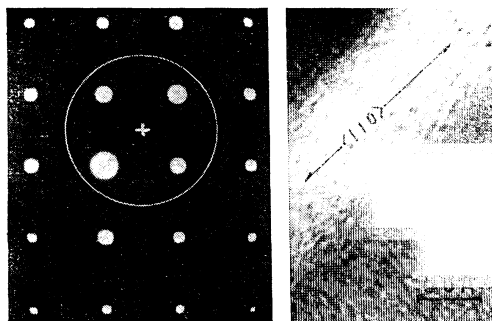
*) Dokončení večerní přednášky pronesené 12. 5. 1981 na semináři „Pedagogická fyzika“ (Luhačovice 12.—14. 5. 1981). První dvě části jsme otiskli v číslech 1 a 2 tohoto ročníku PMFA. (Pozn. red.)



Obr. 8.1. Martonův elektronový interferometr s dělenou amplitudou [2]. C_1 , C_2 — clony, k_1 , k_2 , k_3 — tenké monokrystaly zlata.



Obr. 8.2. Optické schéma „zobrazení“ mřížkových rovin preparátu založené na interferenci primárního svazku a některých Braggových reflexí propuštěných clonou v obrazové ohniskové rovině F' objektivu O .



(a)

(b)

Obr. 8.3. (a) Difrakční obrazec vrstvy zlata v orientaci (001). Kroužkem je vyznačena oblast propuštěná clonou k dalšímu zobrazovacímu procesu. Propuštěné svazky odpovídají primáru a difrakcím na rovinách (200), (020) a (220). Křížek vyznačuje polohu optické osy zobrazovací soustavy elektronového mikroskopu.

(b) Interferenční „obraz“ rovin (200) zlaté vrstvy v orientaci (001) získaný pomocí svazků vyznačených na obr. (a) [6].

interferenci propuštěných svazků, jež jsou v ohniskové rovině F' separovány asi o desetinou mm. Na obr. 8.3a je Komodův [6] difrakční obrazec tenké vrstvy zlata, jehož povrchová rovina má Millerovy indexy (001). Aby se nesnížila rozlišovací schopnost zobrazovací soustavy mikroskopu, je optická osa osvětlovací soustavy vzhledem k optické ose zobrazovací soustavy nakloněna. Poloha optické osy zobrazovací soustavy je na obrázku vyznačena křížkem; kroužkem je vyznačena oblast propuštěná clonou v ohniskové rovině F' objektivu. Čtyři propuštěné stopy odpovídají primáru a difrakcím na mřížkových rovinách (200), (020) a (220). Obr. 8.3b ukazuje výsledné „zobrazení mřížkových rovin (200)“ získané pomocí svazků vyznačených v obr. 8.3a.

Literatura

- [1] LAUE M. v.: *Dějiny fyziky*. Orbis, Praha 1959, 40.
- [2] MARTON L.: Nat. Bur. Stand. (V. S.) Circ. 527 (1951), 1; Phys. Rev. 85 (1952), 1057.
- [3] MARTON L., SIMPSON J. A., SUDDETH J. A.: Phys. Rev. 90 (1953), 490; Rev. Sci. Instr. 25 (1954), 1099.
- [4] MARTON L.: Science 118 (1953), 470; též ve sborníku Proceedings of the Third international conf. on electron microscopy 1954. (Vyd. R. Ross.) Royal Microscopical Society, London 1956, 272.
- [5] MENTER J. W.: Proc. Roy. Soc. (London) A 236 (1956), 119.
- [6] KOMODA T.: Jap. J. Appl. Phys. 5 (1966), 603.

9. Elektronové interference s dělenou vlnoplochou

Elegantní teorie slučující matematickou krásu s fyzikální skutečností je konečným cílem všeho našeho snažení ve fyzice. Avšak jsou-li teorie konečným produktem vědy, jsou experimenty hnací silou.

F. J. Dyson [1]

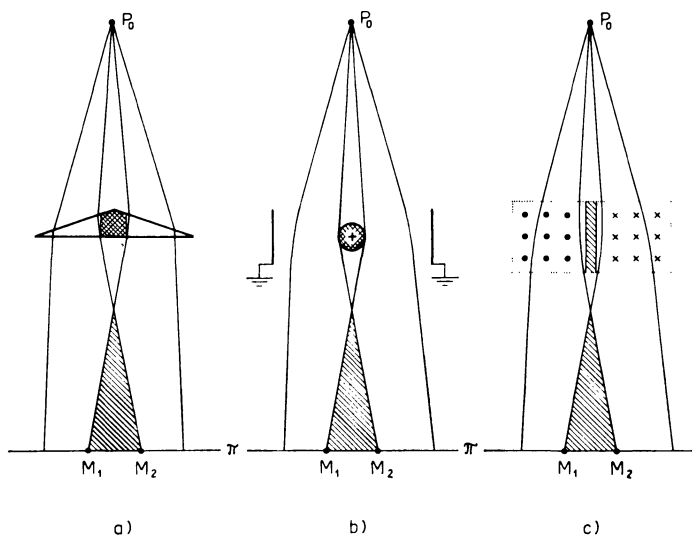
Snad každý fyzik zažil pocit únavy, zklamání, skoro až zoufalství, kdy mu připadá, že všechno, co za něco stojí, je už uděláno a že nové poznatky lze získat jen „rozšířením okrajových podmínek“. Myslí si pak, že šťastnější osud mají ti, jimž je dopřáno pracovat v „giga-mikro-fyzice“ disponující „megainvesticemi“, jejíž cíle i metody jsou však nezúčastněným zčásti záhadné, zčásti nepochopitelné a zčásti utajené. V takovém duševním rozpoložení je lékem vědomí, že existují jednotlivci a poměrně nevelké ústavy, v jejichž díle dominují a převažují čisté a svěží fyzikální nápady nad vynaloženými investicemi. V oblasti, kterou dnes večer sledujeme, je takovou postavou G. Möllenstedt a takovým ústavem jeho Ústav aplikované fyziky na univerzitě v Tübingen. Stovky publikací, které odtud od začátku padesátých let vzešly, jsou dokladem krásy současné experimentální fyziky i harmonie klasické a moderní fyziky. Většina těchto prací vychází z různých variací Möllenstedtova elektronového interferometru s dělenou vlnoplochou, jehož podstatě a několika aplikacím je věnována tato kapitola.

V elektronové optice se používá dvou druhů interferometrů s dělenou vlnoplochou: elektrostatického dvojhranolu [2] a magnetostatického dvojhranolu [3]. Oba jsou analogické Fresnelovu dvojhranolu ve světelné optice (srov. obr. 9.1, 9.2).

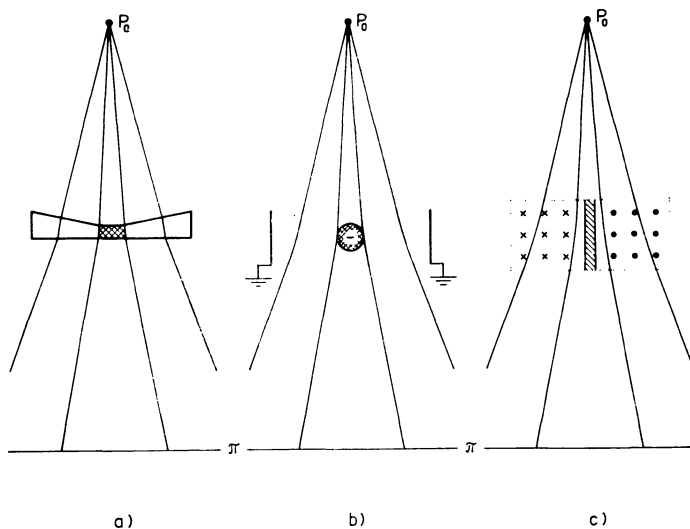
V případě elektrostatického dvojhranolu je svazek elektronů vycházející ze zdroje P_0 rozdělen tenkým vodivým vláknem (o průměru 0,3 až 2 μm), které je umístěno mezi dvěma uzemněnými vodivými deskami vzdálenými od sebe několik mm. Je-li vlákno rovněž uzemněno, objeví se v rovině pozorování π Fresnelův ohyb na vlákně (obr. 9.3c). Je-li na vlákně záporný potenciál, jsou elektrony polem v okolí vlákna odchýleny od osové roviny (obr. 9.2b) a rozložení intenzity v rovině pozorování (obr. 9.3a, b) připomíná ohybový jev na silném vlákně. V tomto případě jde o divergentní dvojhranol. Je-li naproti tomu na vlákně kladný potenciál, jsou elektrony po obou stranách vlákna přichýleny k osové rovině a do jednotlivých bodů interferenční oblasti $M_1 M_2$ roviny pozo-

rování (obr. 9.1b) dopadají elektrony, jejichž trajektorie vedly po obou stranách vlákna. V interferenční oblasti M_1M_2 se objevují interferenční proužky (obr. 9.3d, e, f). Mluvíme pak o konvergentním dvojhranolu.

Obr. 9.1.
Konvergentní dvojhranol
a) Fresnelův,
b) elektrostatický,
c) magnetostatický.

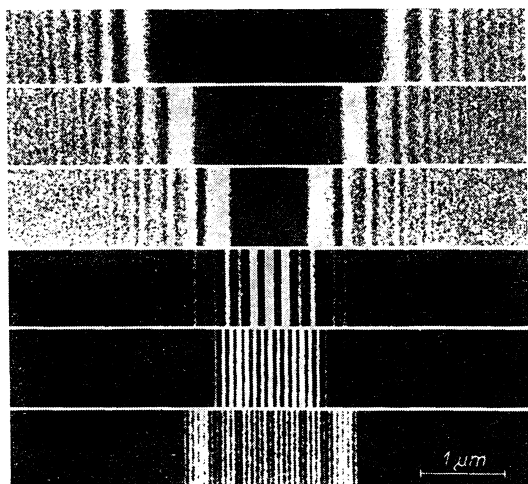


Obr. 9.2.
Divergentní dvojhranol
(srov. obr. 9.1)



Působení magnetického dvojhranolu je obdobné. Rozdíl je jen v tom, že rozdělení části elektronového svazku jsou k sobě přichýleny opačně orientovaným magnetickým polem. Je zajímavé, že zatímco ve světelné optice nenašel Fresnelův dvojhranol žádné aplikace, mají jeho elektronově optické analogie aplikací hned několik.

V jistém smyslu lze spatřovat analogii magnetostatického dvojhranolu v Lorentzově

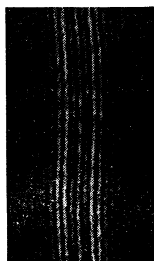


Obr. 9.3.
Elektronové interference při různých potenciálech vlákna dvojhnanolu.
a) -20 V; b) -10 V; c) 0 V; d) 10 V; e) 20 V; f) 30 V.
Vlnová délka $\lambda = 4,33 \cdot 10^{-9}$ mm (75 keV); vzdálenost vlákna dvojhnanolu od zdroje elektronů $143,2$ mm; vzdálenost vlákna dvojhnanolu od roviny pozorování $33,8$ mm; průměr vlákna $0,415$ μm .

mikroskopii s rozostřením obrazu [4], kdy dvě sousední Weissovy domény feromagnetické fólie působí jako konvergentní nebo divergentní magnetický dvojhnanol, takže v rozostřeném elektronově mikroskopickém obraze jsou stěny mezi doménami lemovány interferenčními proužky. Pěkným příkladem je snímek permalloyové vrstvy, publikovaný H. Boerschem a spolupracovníky [5] v r. 1962, jenž je reprodukován na obr. 9.4. Dnes je Lorentzova mikroskopie obecně rozšířenou technikou studia fero-

Obr. 9.4.

Elektronové interference za vrstvou permalloye. Vlnová délka $\lambda = 5,65 \cdot 10^{-9}$ mm (45 keV), vzdálenost zdroje elektronů od vrstvy 18 mm, vrstvy od roviny pozorování 167 mm, odchylka trajektorie od původního směru $3 \cdot 10^{-5}$. Rozteč interferenčních proužků v rovině pozorování 1 μm [5].



magnetických fólií. Stejněho principu bylo použito i ke zviditelnění stěn mezi feroelektrickými doménami v BaTiO_3 [6], avšak interferenční jevy byly mnohem méně zřetelné. Interferenční jevy v rozostřených obrazech umožňují také zviditelnovat p–n přechody v tenkých polovodičích vrstvách [7]. Interpretací těchto jevů bude snad dokonce možné posuzovat výstižnost modelu rozložení potenciálu v okolí p–n přechodu [8]. Z hlediska rozlišení je na těchto technikách nepříznivé, že se pozorují rozostřené obrazy. Magnetické domény lze však zviditelnovat i v zaostřeném obraze, a to tzv. Foucaultovou mikroskopii [9]. J. Podbrdský [10] získal modifikací této metody snímky domén v železné fólii s rozlišením 6 nm.

Jinou aplikací je interferenční elektronová mikroskopie [11], rozvíjená u nás V. Drahošem a A. Delongem [12], umožňující zjistit z posuvu interferenčních proužků rozdíl optické dráhy $(n - 1) d \doteq |e\phi| d / (2T)$ mezi oběma větvemi interferometru a z něho vypočítat buď střední vnitřní potenciál ϕ materiálu, nebo tloušťku d fólie.

E. Krimmel, G. Möllenstedt a W. Rothemund [13] využili elektronových interferencí získaných elektrostatickým dvojhranolem k měření kontaktního potenciálu tenkých vrstev. Polovinu vlákna dvojhranolu pokovili tenkou vrstvou olova, druhou polovinu tentou vrstvou mědi. Elektrostatický potenciál jedné a druhé části vlákna se pak lišil o hodnotu kontaktního potenciálu a interferenční proužky v rovině pozorování pod částmi vlákna pokovenými jedním a druhým kovem měly různou rozteč. Z rozdílu rozteče interferenčních proužků bylo možné vypočítat kontaktní potenciál (v uvedeném příkladě Cu – Pb byl zjištěn kontaktní potenciál $(0,34 \pm 0,02)$ V).

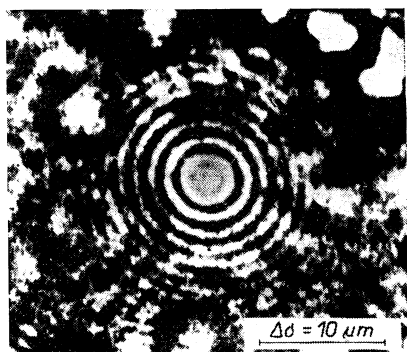
Elektrostatického dvojhranolu je také použito při konstrukci Michelsonova interferometru pro elektronové vlny [14], jenž umožňuje detekovat dráhové rozdíly 80 pm. (Na rozdíl od světelné optiky, kde je Michelsonův interferometr interferometrem s dělenou amplitudou, je zařízení [14] interferometrem s dělenou vlnoplochou.)

V „čistě fyzikálních“ aplikacích se elektronových interferenčních jevů získaných elektrostatickým dvojhranolem použilo při ověřování předpokladu, že vektorový potenciál \mathbf{A} ovlivňuje fázi elektronové vlny, i když elektrony procházejí pouze oblastmi, v nichž není žádné elektrické nebo magnetické pole [15]. (Tento jev byl předpověděn W. Franzem [16] v r. 1939, W. Ehrenbergem a R. E. Sidayem [17] v r. 1948 a Y. Aharonovem a D. Bohmem [18] v r. 1959 a nazývá se někdy Aharonovým-Bohmovým jevem.) Dále bylo těchto interferencí použito k měření slabých magnetických toků a k ověření toho, že magnetický tok v supravodivých dutých válkách je kvantován v jednotkách $h/(2e)$ [19].

Interferenci a difrakci elektronů je věnováno mnoho pozornosti v monografii [20]. Přehled o elektronové interferometrii a jejích aplikacích do r. 1980 podává referát [26].

Elektronové interferenční jevy s dělenou vlnoplochou se rovněž vyskytují při nekonvenčních technikách elektronové mikroskopie. Tak např. v neoficiálních diskusích na III. evropské regionální konferenci o elektronové mikroskopii v Praze v r. 1964 se hodně diskutovalo o tom, proč některé dielektrické objekty – např. krystaly NaCl –, které jsou pro elektrony nepropustné, se v elektronově mikroskopickém obraze jeví nikoli tmavé, nýbrž světlé. Proč je tomu tak v zaostřeném obraze, zůstává dosud nevyjasněné. V silně rozostřeném obraze, resp. při stínové elektronové mikroskopii vysvětlil tento jev L. Reimer [21] tím, že se tyto objekty v důsledku sekundární elektronové emise kladně nabíjejí. Výtěžek sekundárních elektronů dielektrických částic je totiž větší než jedna, a proto se dielektrické částice v proudu elektronů nabíjejí kladně, jak bylo několikrát experimentálně prokázáno [21, 22, 25]. Při určité velikosti kladného náboje nastane rovnováha mezi nabíjením a vybíjením, takže velikost náboje se s časem nemění. (Velikost tohoto rovnovážného náboje závisí na energii a proudové hustotě dopadajících elektronů a geometrii preparátu – dielektrické částice leží obvykle na vodivé podložní bláně.) Kladný náboj zakřivuje trajektorie elektronů obdobně jako kladně nabitě vlákno dvojhranolu, takže do stínové oblasti za částicemi dopadá mnohem víc elektronů než do nezastíněných oblastí. Detailní interpretaci těchto jevů umožnily teprve snímky V. Drahoše a A. Delonga [23, 24], z nichž je detail reprodukováán na obr. 9.5. Jde o stínový obraz kuličky z polystyrénového latexu o průměru 0,56 μm , ležící na uhlíkové podložní bláně. Expozice byla provedena při velmi malé úhlové apertuře osvětlovacího svazku, což umožnilo pozorovat rozptylové kroužky způsobené

kladným nábojem, jež jsou obdobné interferenčním proužkům při kladně nabitým vlákně dvojhranolu. Interpretací tohoto snímku bylo možno zjistit [25], že na kuličce je $1,05 \cdot 10^3$ elementárních nábojů a že napětí mezi podložní blánou a bodem kuličky nejbzdálenějším od blány je asi 4 V.



Obr. 9.5. Rozptyl elektronů nabitou kuličkou z polystyrénového latexu, spočívající na vodivé podložní bláně. Vlnová délka $\lambda = 4,33 \cdot 10^{-9}$ mm (75 keV), vzdálenost zdroje od kuličky 75 mm, roviny pozorování od kuličky 415 mm, průměr latexové kuličky 0,56 μ m.

Literatura

- [1] DYSON F. J.: *Physics Today* 23 (1970) č. 9, 23.
- [2] MÖLLENSTEDT G., DÜKER H.: *Naturwiss.* 42 (1955), 41; *Z. Phys.* 145 (1956), 377.
- [3] KRIMMEL E.: *Z. Phys.* 158 (1960), 35.
- [4] BOERSCH H., HAMISCH H., WOHLLEBEN D., GROHMANN K.: *Z. Physik* 159 (1960), 397; 164 (1961), 55.
- [5] BOERSCH H., HAMISCH H., GROHMANN K., WOHLLEBEN D.: *Z. Phys.* 167 (1962), 72.
- [6] FUCHS E., LIESK W.: *J. Phys. Chem. Solids* 25 (1964), 845.
- [7] MERLI P. G., MISSIROLI G. F., POZZI G.: *Phys. stat. sol. (a)* 20 (1973), K 87.
- [8] LO VECCHIO G., MORANDI G.: *Phys. stat. sol. (a)* 51 (1979), 383.
- [9] WOHLLEBEN D.: *J. Appl. Phys.* 38 (1967), 3341.
- [10] PODBRDŠKÝ J.: *Journal of Microscopy* 101 (1974), 231.
- [11] MÖLLENSTEDT G., KELLER M.: *Z. Phys.* 148 (1957), 34.
- [12] DRAHOŠ V., DELONG A.: *Čs. čas. fyz. A* 13 (1963), 278; *A* 15 (1965), 476; *Slaboproudý obzor* 25 (1964), 523.
- [13] KRIMMEL E., MÖLLENSTEDT G., ROTHMUND W.: *Appl. Physics Letters* 5 (1964), 209.
- [14] LICHTÉ H., MÖLLENSTEDT G., WAHL H.: *Z. Physik* 249 (1972), 456.
- [15] CHAMBERS R. G.: *Phys. Rev. Letters* 5 (1960), 3.
 FOWLER H. A., MARTON L., SIMPSON A., SUDDETH I. A.: *J. Appl. Phys.* 32 (1961), 1153.
 BOERSCH H., HAMISCH H., GROHMANN K., WOHLLEBEN D.: *Z. Physik* 165 (1961), 79; 169 (1962), 263.
 MÖLLENSTEDT G., BAYH W.: *Naturwiss.* 49 (1962), 81; *Physikalische Blätter* 18 (1962), 299.
 BAYH W.: *Z. Physik* 169 (1962), 492.
 SCHAAL G., JÖNSSON C., KRIMMEL E.: *Optik* 24 (1966/67), 529.
- [16] FRANZ W.: *Verhandl. DPG (3)* 20 (1939), 65; *Z. Physik* 184 (1965), 85.
- [17] EHRENBERG W., SIDAY R. E.: *Proc. Phys. Soc. (London)* B 62 (1949), 8.
- [18] AHARONOV Y., BOHM D.: *Phys. Rev.* 115 (1959), 485; 123 (1961), 1511.
- [19] WAHL H.: *Optik* 28 (1968/69), 417; 30 (1970), 508, 577.
 LISCHKE B.: *Phys. Rev. Letters* 22 (1969), 1366; *Z. Physik* 237 (1970), 469; 239 (1970), 360.
 BOERSCH H., LISCHKE B.: *Z. Physik* 237 (1970), 449.

- BOERSCH H., KUNZE V., LISCHKE B., RODEWALD W.: Phys. Letters A 44 (1973), 273.
 BOERSCH H., LISCHKE B., SÖLLIG H.: Phys. stat. sol. (b) 61 (1974), 215.
 KUNZE V., LISCHKE B., RODEWALD W.: Phys. stat. sol. (b) 62 (1974), 377.
 LISCHKE B., RODEWALD W.: Phys. stat. sol. (b) 63 (1974), 97.
- [20] STOJANOVA I. G., ANASKIN I. F.: *Fyzikálne osnovy metodov prosvěčivající elektronnoj mikroskopii*. Nauka, Moskva 1972.
- [21] REIMER L.: Z. Naturforsch. 20a (1965), 151.
- [22] JÖNSSON C., HOFFMAN H.: Optik 21 (1964), 432.
- [23] DRAHOŠ V., DELONG A.: Czech. J. Phys. B 15 (1965), 761.
- [24] DRAHOŠ V., DELONG A. ve sborníku Third Czechoslovak conference on electronics and vacuum physics transactions. (Vyd. L. PÁTÝ.) Academia, Praha 1967, 665.
- [25] DRAHOŠ V., KOMRSKA J., LENC M.: Z. angew. Phys. 27 (1969), 227.
- [26] MISSIROLI G. F., POZZI G., VALDRÈ U.: J. Phys. E: Sci. Instrum. 14 (1981), 649.

10. Interpretace difrakčních a interferenčních jevů získaných částicemi

*Je chrámem příroda s živými piliři,
 jež slovy zmatenými někdy zahovoří;
 v symbolů černé hvězdy se tu člověk noří,
 jež na něj důvěrně svůj pohled zamíří.*

Ch. Baudelaire [1]

Interpretace difrakčních a interferenčních experimentů s částicemi je skutečným požitkem pro lidi, které těší souhlas teorie a experimentu, kterým přináší uspokojení vzájemná inspirace metod klasické a kvantové fyziky nebo kteří mají rádi historii fyziky.

Aby vynikl půvab celé věci, provedeme myšlenkový experiment. Budeme si představovat, jak typický současný absolvent fyziky – při jehož výchově byl kladen nepoměrně větší důraz na kvantovou fyziku než např. na klasickou optiku – přistupuje k interpretaci rozptylových jevů na nabitých objektech popsanych v předcházející kapitole, konkrétně např. k interpretaci elektronových interferencí získaných dvojhranolem.

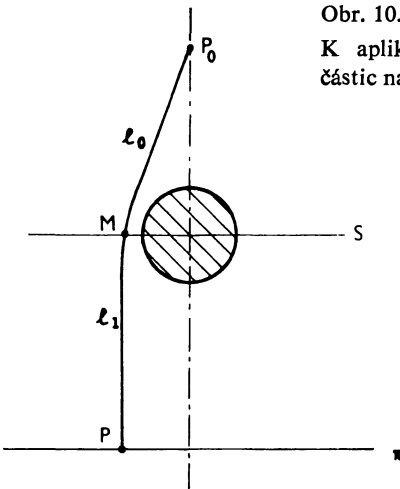
Takový absolvent si jistě ihned všimne, že jde o rozptyl elektronů na nabitém vlákně s tak malým potenciálem, že potenciální energie elektronů představuje poruchu.

(a) Použije tedy kvantové teorie rozptylu a problém vyřeší. Pak si všimne, že toto řešení dává směrové rozložení rozptýlené intenzity a že je má konfrontovat s experimentálním rozložením intenzity, jež je však funkcí polohy v rovině pozorování π . Po krátkém zaváhání vynásobí rozptylové úhly vzdáleností roviny pozorování π od vlákna dvojhranolu, a tím dostane vypočtené polohy maxim a minim intenzity v rovině pozorování, jež zhruba souhlasí s experimentem. S tím se buď spokojí, nebo ho fyzikální cit upozorní na to, že nejde jen o polohy maxim a minim, ale že experimentální maxima jsou různé velikosti a mají rozmanité profily (srov. obr. 9.3, resp. obr. 10.2 uvedený v dalším textu), o nichž jeho výpočty nic rozumného neříkají.

(b) Pak si uvědomí, že je splněna nejen podmínka $U(\mathbf{r}) \ll T(\mathbf{r})$, ale i ostatní podmínky kvaziklasické aproximace [2]: $hm|\nabla U(\mathbf{r})| \ll p^3(\mathbf{r})$, $\lim_{r \rightarrow \infty} U(\mathbf{r}) \rightarrow 0$. Použije tedy kvaziklasické aproximace (tj. WKB metody). S první aproximací nevystačí, neboť ta se liší od neporušené vlnové funkce jen fází, kdežto z existence interferenčních proužků je

zřejmé, že poruchou je ovlivněna i amplituda. Musí tedy počítat aspoň druhou aproximací. To ho může stát velkou námahu, neboť – na rozdíl od učebnicového výkladu – není úloha jednorozměrná; a tedy diferenciální rovnice pro jednotlivé aproximace nejsou obyčejné, nýbrž parciální (na tento rozdíl se v učebnicích neupozorňuje). Nad výsledkem zpláče, neboť souhlas s experimentem není lepší než v případě (a).

(c) To může způsobit otřes a náš typický (ale dávno už ne čerstvý) absolvent se zamyslí nad tím, poruchou čeho je potenciál na vlákně dvojhranolu, tj. co odpovídá neporušené situaci. Shledá, že neporušené situaci odpovídá Fresnelův ohyb na vlákně. Ten se však již od dob Fresnelových interpretuje difrakčním integrálem. Rozhodne se tedy modifikovat difrakční integrál pro řešení svého problému – a má vyhráno. Za



Obr. 10.1.

K aplikaci difrakčního integrálu na rozptyl částic nabitými objekty.

plochu S , k níž je difrakční integrál vztažen, zvolí rovinu jdoucí středem vlákna kolmo k optické ose (obr. 10.1). Vlnovou funkci $\psi(M)$ v rovině S vyjádří první kvaziklasickou aproximací ve tvaru

$$\psi_1(M) = |\psi_0(M)| \exp \left\{ \frac{2\pi i}{\lambda_0} \left[l_0 - \frac{1}{2T_0} \int_{l_0} U(r) dl_0 \right] \right\},$$

kde ψ_0 , λ_0 a T_0 značí vlnovou funkci, vlnovou délku a kinetickou energii elektronů při nulovém potenciálu vlákna. O tom, že tato první aproximace stačí, se může přesvědčit experimentálně. Interferenční jevy v rovině π se totiž zvětšují pomocí elektronové optické soustavy. Při zaostření soustavy nikoli do roviny π , ale do roviny S , tedy do roviny vlákna, pozoruje se ostrý obraz vlákna (za předpokladu $U \ll T$). To je dokladem toho, že amplitudy funkcí $\psi_0(M)$ a $\psi_1(M)$ jsou stejné. Symetrie problému nebo matematické odvozování pak přivedou našeho absolventa k tomu, že stačí-li prvá aproximace pro vyjádření vlnové funkce v rovině S , stačí také prvá aproximace pro vyjádření „sekundárních vln“ vycházejících podle Huygensova-Fresnelova principu z bodů M roviny S a skládajících se ve výsledný rozruch v bodech P roviny pozorování π . (Termín princip není třeba brát doslova, neboť Huygensův-Fresnelův princip lze pro příslušný

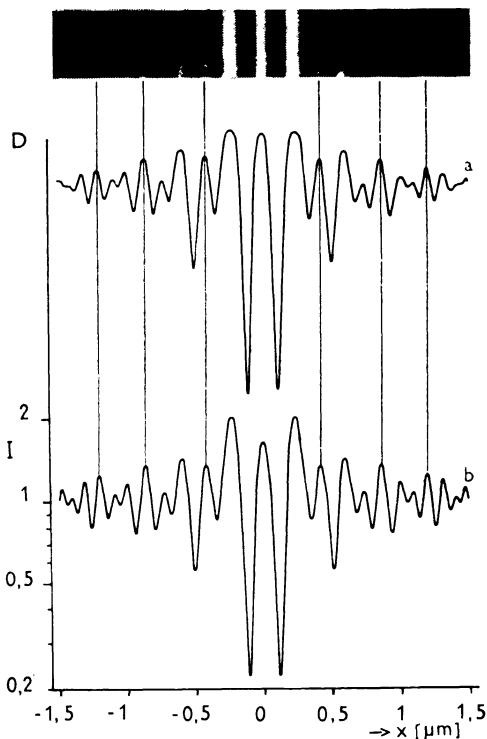
speciální případ Schrödingerovy rovnice odvodit [3].) Tak dostane vlnovou funkci ve tvaru difrakčního integrálu

$$\psi(P) = -\frac{i}{\lambda_0} \int_S \psi_0(M) \exp \left[\frac{2\pi i}{\lambda_0} \int_{l_0+l_1} n(\mathbf{r}) dl \right] dS,$$

kde index lomu $n(\mathbf{r}) \doteq 1 - U(\mathbf{r})/(2T_0)$. Odměnou za tento – z hlediska učebnic kvantové mechaniky neortodoxní – způsob výpočtu vlnové funkce je dokonalý souhlas s experimentem. Dokonalý v tom smyslu, že postihuje každý detail experimentálního rozložení intenzity, jak je to ilustrováno na obr. 10.2.

Obr. 10.2.

Porovnání teorie a experimentu. Interferenční obrazec byl získán elektrostatickým dvojhranolem při potenciálu na vlákne 7,5 V. Ostatní parametry experimentálního uspořádání jsou stejné jako pro interference na obr. 9.3. Fotometrický záznam rozložení zčernání D na snímku interferenčního jevu (křivka a) je porovnán s vypočteným rozložením intenzity I (křivka b) [3].



V čem spočívá cena pečlivé interpretace experimentů s difrakcí a interferencí částic z hlediska pedagogicko-fyzikální problematiky kvantové fyziky?

(1) Shoda mezi teorií a experimentem bývá tak dokonalá, že je to pro fyzikální vzdělávání obecně poučné: Pečlivou interpretací rozložení intenzity v difrakčním nebo interferenčním obrazi bývá možné zpřesnit některý obtížně měřitelný parametr experimentu. Např. při experimentech s elektrostatickým dvojhranolem se používá pozlaceného pavoučího vlákna o průměru asi $4 \cdot 10^{-4}$ mm. Vzhledem k tomu, že pavoučí vlákna nemívají všude stejný průměr, je důležité znát průměr vlákna v místě, kde na ně dopadá elektronový svazek. Změřit tento průměr je obtížné. Světelnou mikroskopií to nelze, neboť průměr vlákna je menší než vlnová délka světla. Elektronovou mikroskopií

to také dost dobře nejde už proto, že zvětšení mikroskopu nebývá známo přesněji než na 5 %. Je proto cenné, že rozbořením Fresnelova difrakčního obrazce lze stanovit průměr vlákna s přesností lepší než 2 %, a to přesně v místě, kde vlákno rozděluje elektronový svazek [4]. Jiným příkladem je stanovení náboje na latexové kuličce z rozptylového obrazce na obr. 9.5 [3]. Dalším příkladem může být absolutní měření urychlovacího napětí pomocí difrakce rychlých elektronů na polykrystalické vrstvě TiCl nebo zlata s přesností několik desetin procenta. Z difrakčního experimentu lze totiž poměrně přesně stanovit vlnovou délku a z ní vypočítat kinetickou energii elektronů a tím urychlovací napětí. Přesnost omezuje fakt, že deformace difrakčních kružnic bývají v desetinách procenta [5].

(2) Z hlediska spojení klasické a kvantové fyziky je zajímavé a poučné, že hlavní zásluhu na fascinujícím souhlasu experimentu a teorie difrakčních a rozptylových jevů založené na difrakčním integrálu má nikoli kvantová teorie, ale difrakční integrál vytvořený Fresnelovým géniem více než 100 let před vznikem kvantové mechaniky. Je to neocenitelná lekce úcty a pokory před dílem klasiků minulých staletí.

(3) Interpretace rozptylu částic na nabitých objektech je velmi ilustrativním příkladem použití kvaziklasické (WKB) aproximace kvantové mechaniky, na němž se člověk naučí citlivě zacházet s fází vlnové funkce. (Pro docenění významu fáze vlnové funkce jsou poučné všechny difrakční a interferenční experimenty.)

(4) Cenné je také, že jsou to netriviální a skutečné příklady na řešení Schrödingerovy rovnice v případě, kdy vlastní hodnoty energie mají spojité spektrum. Příkladů tohoto typu totiž není v učebnicích nadbytek.

Úspěch interpretace difrakčních a rozptylových jevů na makroskopických objektech pomocí difrakčního integrálu by neměl zabránit, abychom postřehli, že tento přístup je poněkud formální. Nepřihlíží totiž k mechanismu interakce částic s objektem. Spokojuje se s tím, že objekt je nepropustný nebo částečně propustný (a eventuálně ovlivňující fází), a nestará se o to, čím je to způsobeno. (Podobně je tomu, když se skalární teorie difrakce aplikuje na ohyb světla). Tento rys formálnosti nám jistě nezkaží radost ze zdařilých interpretací experimentů, dovolí nám však dát za pravdu Josefu Čapkovi, když říká [6]: „*Věci jsou asi přibližně takové, jak je vidíme, jak je známe. Ale říká-li se „zmocniti se reality“, je to zatrapeně veliké, velkohubé slovo!*“

Uvedený rys formálnosti nemá teorie difrakce částic na krystalových mřížkách. V těchto případech se totiž teorie zabývá mechanismem interakce částic s rozptylovými centry (atomy a ionty) krystalové mřížky. Tím se však stává detailní interpretace těchto difrakčních obrazců příliš složitá a v důsledku toho méně vhodná pro nespécializovanou výuku kvantové fyziky.

Literatura

- [1] ČAPEK K.: *Francoouzská poesie*. (Překlady) Fr. Borový, Praha 1940, 19.
- [2] LANDAU L. D., LIFŠIC E. M.: *Kvantová mechanika*. Izdatělstvo Nauka, Moskva 1974, §46.
- [3] KOMRSKA J.: *Scalar diffraction theory in electron optics*. Ve sborníku *Advances in electronics and electron physics*. Vol. 30. (Vyd. L. MARTON.) Academic Press Inc., New York—London 1971, 139—234.

- [4] KOMRSKA J., DRAHOŠ V., DELONG A.: *The application of Fresnel fringes to the determination of the local filament diameter in an electron biprism*. Czech. J. Phys. B14 (1964), 753–756.
- [5] KOMRSKA J.: *Referenční metoda přesného měření mezirovinných vzdáleností elektronovou difrakcí*. Čs. čas. fyz. A14 (1964), 428–434.
- [6] ČAPEK J.: *Psáno do mraků*. Československý spisovatel, Praha 1970, 76.

11. Postludium o de Broglieových vztazích

Přiznávám se, že jsem mluvil o věcech, jimž nerozumím. Jsou to věci pro mě příliš divuplné, které neznám.

Job 42.3

De Broglieovy vztahy vyjadřují frekvenci ν de Broglieových vln prostřednictvím celkové energie E a vlnovou délku prostřednictvím hybnosti:

$$(1) \quad \nu = E/h, \quad \lambda = h/p.$$

Frekvence elektronů a všech těžších (nebo hmotnostnějších?) částic je tak veliká, že se jí jen zřídka používá při interpretaci experimentů s těmito částicemi [1]. Naproti tomu vlnová délka byla měřena nesčetněkrát. Interpretace kteréhokoliv experimentu uvedeného v předcházejících kapitolách dovoluje stanovit více nebo méně přesně vlnovou délku.

Je však skutečně nesporné, že vlnová délka částic je vždy měřitelná veličina, resp. že pojem vlnové délky má vždy fyzikální smysl? Tato otázka souvisí s tím, jaký má význam veličina p v de Broglieově vztahu $\lambda = h/p$. Je to mechanická hybnost $\mathbf{p}_m = \partial T/\partial \mathbf{v}$ nebo složka kanonické hybnosti $\mathbf{p} = \partial L/\partial \mathbf{v} = \mathbf{p}_m + q\mathbf{A}$ do směru mechanické hybnosti \mathbf{p}_m ? Z de Broglieovy disertace [2], str. 51–52, 60–61, je zřejmé, že p ve vztahu $\lambda = h/p$ má význam uvedené složky kanonické hybnosti. De Broglieův vztah pro vlnovou délku nabitých částic by se tedy měl psávat ve tvaru

$$(2) \quad \lambda = h/(p_m + q\mathbf{A} \cdot \mathbf{p}_m/p_m).$$

O vektorovém potenciálu \mathbf{A} je však známo, že je určen až na aditivní gradient libovolné reálné skalární funkce $\chi(\mathbf{r}, t)$ souřadnic a času, neboť elektrické a magnetické pole se nemění při změně potenciálů [3]

$$(3) \quad \mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla\chi, \quad \phi' = \phi - \frac{\partial\chi}{\partial t}.$$

V učebnicích teoretické fyziky se dále píše [3]: „Fyzikální smysl mají pouze ty veličiny, které jsou invariantní vzhledem k transformaci potenciálů (3); proto všechny rovnice musí být invariantní vzhledem k této transformaci.“

Kanonická hybnost nabitých částic však není invariantní vzhledem ke kalibrační

transformaci (3), a nemá tedy fyzikální smysl. Rovněž vlnová délka nabitých částic nemá fyzikální smysl: přičtením funkce $q \nabla \chi \cdot \mathbf{p}_m / p_m$ ke jmenovateli (2) může vlnová délka nabýt jakékoliv hodnoty (a to nejen když se nabitá částice pohybuje v magnetickém poli, ale také v případě $\mathbf{H} = 0$).

Rozložení intenzity v difrakčních a interferenčních obrazcích je však naprosto určité a jednoznačné. Je dobře měřitelné, což snad zaručuje, že fyzikální smysl má. To znamená, že všechny vztahy, jichž se používá k interpretaci rozložení intenzity, by měly být nezávislé na volbě funkce $\chi(\mathbf{r}, t)$. Něco takového však nikdo, kdo interpretuje konkrétní difrakční a interferenční obrazce, nemůže zaručit. V učebnicích kvantové mechaniky [4] se sice uvádí, že je-li $\psi(\mathbf{r}, t)$ řešení Schrödingerovy rovnice s hamiltoniánem

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} (p - q\mathbf{A})^2 + q\phi,$$

je $\psi' = \psi \exp(2\pi i q \chi / h)$ řešením Schrödingerovy rovnice s potenciály (3) a že funkce ψ i ψ' dávají touž hustotu pravděpodobnosti výskytu částic $\psi\psi^*$ i též vektor hustoty toku pravděpodobnosti

$$\mathbf{j} = \frac{i\hbar}{4\pi m} (\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi) - \frac{q}{m} \mathbf{A} \psi \psi^*.$$

Jenže při interpretaci skutečných difrakčních a interferenčních obrazců se používají řešení, která jsou sice z hlediska numerického neuvěřitelně přesná, v matematickém smyslu jsou však přece jen přibližná. Nikdo se však nezajímá o to, jak se tato přibližná řešení srovnávají s obrovskou volností, která je k dispozici při volbě potenciálů.

Rovněž přistupuje-li se k problému z optického hlediska, je překvapující, jak nesmírně různá nehomogenita a anizotropie optického prostředí odpovídá různým dovoleným volbám potenciálů. Je skoro neuvěřitelné, že by vlnění procházející tak rozmanitým optickým prostředím dávalo stejné rozložení intenzity.

Tento problém zřejmě souvisí s významem elektromagnetických potenciálů v kvantové mechanice (Aharonovův-Bohmův jev [5]). Je proto s podivem, že zůstává stranou zájmu fyziků. Jediný O. Rang [6] jej řešil pro maximálně zjednodušený případ interference dvou rovinných elektronových vln v bezsilovém prostoru. Tento bezsilový prostor považuje za anizotropní (avšak homogenní!) prostředí. V závislosti na této anizotropii svírají normály k rovinným vlnoplochám různě velké úhly se směry šíření vlny. Tato skutečnost umožňuje, že rozložení intenzity v interferenčním obrazci pak zůstává nezávislé na volbě uvažovaného typu anizotropie.

Obecněji a obecně problém nezávislosti rozložení intenzity v interferenčních a difrakčních obrazcích (a také v elektronově mikroskopických obrazech) na volbě potenciálů řešen nebyl. Trpělivě čeká na fyziky, kteří by v něm našli zalíbení, posoudili, je-li smysluplný, a eventuálně ho rozřešili.

Literatura

- [1] MÖLLENSTEDT G., LICHTÉ H.: *Doppler shift of electron waves*. Ve sborníku Electron Microscopy 1978, Volume 1, Physics. 9. International Congress on Electron Microscopy. Microscopical Society of Canada, Toronto 1978, 178.
- [2] BROGLIE L. DE: *Recherches sur la théorie des quanta*. Annales de Physique, série 10. 3 (1925), 22—128.
- [3] LANDAU L. D., LIFŠIC E. M.: *Teorija polja*. Izdatělstvo Nauka, Moskva 1973, § 18.
- [4] BLOCHINCEV D. I.: *Základy kvantové mechaniky*. NČSAV, Praha 1956, 205—206.
LANDAU L. D., LIFŠIC E. M.: *Kvantovaja mechanika*. Izdatělstvo Nauka, Moskva 1974, 521.
- [5] AHARONOV Y., BOHM D.: *Significance of Electromagnetic Potentials in the Quantum Theory*. Phys. Rev. 115 (1959), 485—491.
AHARONOV Y., BOHM D.: *Further Considerations on Electromagnetic Potentials in the Quantum Theory*. Phys. Rev. 123 (1961), 1511—1524.
- [6] RANG O.: *Zur Eichtransformation der Elektronenwelle*. Optik 21 (1964), 59—65.
RANG O.: *Is the electron wavelength an observable?* Ultramicroscopy 2 (1977), 149—151.

12. Závěrečné nokturno s meditací na téma „Vznik minulých a současných legend“

*... a tak musím prohlásit v nevýslovném pláči:
moc a síla vzdělání blátem se teď vláčí.
Kdo jinak než povrchně do knih dnes se dívá?
Jména Mistr většina nyní zneužívá...*

Neznámý autor z 12. stol. [1]

Uvedený citát dokazuje, že problémy vrcholného středověku nemusí být naší epoše vědeckotechnické revoluce tak cizí, jak se někdy povyšně domníváme. Skutečně je naším oblíbeným povyražením poněkud zlehčovat minulost, zejména tu starší, nejlépe středověkou. V takovém rozpoložení se bavíme tím, čemu všemu naši předkové věřili. A tu by mohla nezkušeného člověka napadnout otázka: Jak to, že intelektuálové oné doby strpěli, aby fakta a události, jež jim byly doslova svaté, byly opřádány tolika výmysly? Zkušenosti — mezi nimi také četba učebnic kvantové fyziky — však člověka odnaučí klást takové otázky a naučí ho pohlížet na tyto věci s nevyčerpatelnou tolerancí.

Je určitě víc příčin, které vedly a vedou ke vzniku legend. Významná však mezi nimi jistě je snaha učit a popularizovat bez adekvátního kritického a historického přístupu k problematice. Stalo se běžnou zvyklostí, že ani specialisté nikdy nečetli a vážně se nezamýšleli nad zakladatelskými pracemi svého oboru. Vždyť kolik z těch, kdo přednášejí např. o Schrödingerově rovnici, četlo Schrödingerovy články. Kolik elektronových optiků se zamýšlelo nad Buschovými články, kdo z optiků pracujících s Michelsonovým interferometrem si vyhledal, jaký interferometr si Michelson skutečně postavil. Takové výjimky však ještě jsou. Avšak kdo z přednášejících o Huygensově principu se na tento princip podíval do Huygensovy knihy? Skoro každý to považuje — ve srovnání s jinými naléhavými úkoly — za zbytečné. Pak ovšem stačí, aby se při přednášce zmínil o tom, jak si to Huygens představoval — a další legenda je na světě.

Vím, je to celkem nevinné, ale dělat by se to nemělo. Tak totiž vznikl středověk. Neboť – jak říkal národní umělec Jan Werich [2] – „*Středověk si vymysleli lidé žijící v novověku, aby si odreagovali svůj Minderwertigkeitskomplex, aby, jaksi, se jim dostalo poct a uznání, které třeba by se jim dostalo až po smrti, a oni nechtějí čekat, nuž, tudíž, teda zesměšňují způsob myšlení a práce svých prapraotců a pradědů a nazývají ho středověkem a zapomínají, že touto metodou konsekvantně jejich prapraděti a pravnucci se budou dívat zpátky z jejich novověku na jejich středověk a budou říkat: „No, no, no, no, nóó...!“*“

Literatura

[1] *Písně žáků darebáků*. Přeložil a vydal R. Mertlík. Svoboda, Praha 1970, 292.

[2] WERICH J.: *Scény z her Osvobozeného divadla*. Soubor gramofonových desek Supraphon DM 15258–60, Praha 1966.

Poděkování

Paní J. Táborské děkuji za přepsání textu. Dr. M. Fojtíkové, Z. Kučerové, dr. M. Lencovi, dr. M. Rozsivalovi a účastníkům luhačovického semináře, zejména doc. dr. J. Formánkovi, CSc., děkuji za připomínky k textu. Prof. dr. H. Boerschovi, prof. dr. Ch. Fertovi, prof. dr. C. Jönssonovi, dr. T. Komodovi a prof. dr. E. Zeitlerovi děkuji za laskavé svolení k reprodukci jejich původních snímků difrakčních a interferenčních jevů.

Autor

Teorie dynamických systémů

Martin Macháček, Ondřejov

1. Úvod

Boltzmannovu formulaci tzv. ergodické hypotézy z r. 1871 lze považovat za jeden z počátků teorie dynamických systémů (DS). Boltzmann chtěl teoreticky odůvodnit, proč při provedení série náhodně rozložených měření na určitém uzavřeném hamiltonovském systému o mnoha stupních volnosti (typickým modelem zde byl klasický plyn) výsledky vykazují stejné statistické vlastnosti, jako kdyby měření byla prováděna současně na souboru identických nezávislých systémů rozložených rovnoměrně po tenké