

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Paul R. Halmos

Jak psát matematiku [Dokončení]

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 19 (1974), No. 3, 127--140

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139687>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1974

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

# Jak psát matematiku

*Paul R. Halmos*

## 8. Pište dobrou angličtinou

Vše, co jsem dosud řekl, má co dělat s psaním v širokém, globálním smyslu. Je načase obrátit se k jeho lokálním zřetelům.

Proč by se nemohlo psát „continuous“ místo „continous“? Není vůbec nebezpečí, že by mohlo dojít k nedorozumění, a je to o písmeno kratší, tak proč ne? Odpověď, na níž by se všichni, dokonce i ti nejpovolnější moderní lingvisté shodli, záleží v tom, že každá reforma současně rozptyluje, tedy plýtvá časem a úspora nakonec nestojí za to. Namátkou zvolený příklad, jako je tento, asi příliš nepřesvědčí; většina z nás by asi souhlasila s tím, že nebude působivým prostředkem matematického výkladu kniha napsaná celá reformovaným pravopisem, jako např. „izi“ místo „easy“. Ať již jsou jakékoliv přednosti pravopisných reforem, slova znetvořená proti běžně přijatým slovníkovým vzorům zlehčují užitek, který kniha může přinést: zdržují a rozptylují čtenáře, případně ho matou a dráždí.

Nezmiňuji se o pravopise proto, že je to snad obecné zlo anebo vážné nebezpečí pro většinu autorů, ale proto, že chci osvětlit a zdůraznit mnohem důležitější bod. Chtěl bych osvědčit, jak je důležité psát matematické knihy (a články a dopisy a přednášky) dobrým anglickým slohem, přičemž pod „dobrým“ rozumím „správným“ podle běžných a obecně přijatých zvyklostí. (Francouzští, japonské nebo ruští autoři dosadte laskavě „francouzským“, „japonským“ nebo „ruským“ za „anglickým“.) Nemyslím, že by sloh měl být pedantský nebo ztrnulý nebo formální nebo úřední nebo květnatý nebo že by to snad měl být akademický žargon. Myslím si, že by měl být zcela nevtíravý jako dobrá hudba k filmu, aby čtenář mohl postupovat bez vědomých nebo nevědomých zábran způsobených sdělovacím prostředkem a ne obsahem.

Dobrý anglický sloh předpokládá bezvadnou gramatiku, vhodnou volbu slov, správnou interpunkci a především asi důvtip. Je rozdíl mezi „that“ a „which“ a „less“ a „fewer“ není totéž a dobrý autor to musí vědět. Čtenář nemusí být schopen vysvětlit rozdíl, ale stovky stránek jazykových zmetků nebo něčeho ještě horšího mají stupňující se otupující účinek, který autor jistě nezamýšlel. FOWLER [4], ROGET [8] a WEBSTER [10] jsou na mém stole hned vedle DUNFORDA-SCHWARTZE; patří na podobné místo na každý autorský stůl. Není sice pravděpodobné, že by jediná vynechaná čárka proměnila správný důkaz ve špatný, ale neustálé chybování v takových maličkostech má dalekosáhlé důsledky.

Anglický jazyk může být krásným a mocným prostředkem pro zajímavou, jasnou a úplně přesnou informaci a věřím, že právě tak je tomu s franštinou nebo japonštinou nebo ruštinou. Je právě tak důležité pro autora seznámit se s ním, jako je pro chirurga znalost jeho nástrojů. Euklid může být vykládán špatným jazykem a ve špatném slohu

a slepé střevo odstraněno rezavým kapesním nožem, ale oběť by jistě dala přednost lepšímu zacházení, i když nic neví o původu svého trápení.

Všichni matematici, dokonce i ti nejmladší, kteří teprve začínají, vědí, že matematika má svůj vlastní jazyk (ve skutečnosti sama je jazykem) a autor musí vládnout gramatikou a slovníkem tohoto jazyka právě tak dokonale jako svým vlastním. Žádná Berlitzova metoda\*) pro matematický jazyk není; patrně jediný způsob, jak se mu naučit, je žít s ním po léta. Co následuje, není a ani nemůže být matematickou podobou Fowlera, Rogeta a Webstra, ale chce ukázat tučet nebo dva z tisícovky bodů, které by tato podoba měla obsahovat.

## 9. Čestnost je nejlepší politika

Užívání dobrého matematického jazyka má ulehčit čtenáři porozumění předmětu a možná že je i příjemnit. Sloh má být dobrý ne lichým leskem, ale dokonalou nenápadností. Má upravit čtenářovi cestu, předvídat jeho potíže a předcházet jim. Cílem je jasnost, ne pedantství; porozumění, ne bloudění.

Důraz v předchozím odstavci, i když asi nutný, mohl by zavést v nesprávném směru, a proto pospíchám opravit jeho možný falešný výklad. Stavím-li se proti pedantství a zmatku, nestavím se tím proti přesnosti a správnosti; domnívám se, že tyto cíle jsou slučitelné. Ani nemám v úmyslu radit mladému autorovi, aby byl sice tak nepatrně, ale velmi mazaně nečestným a obcházel těžkosti. Někdy například není jiné cesty, jak dospět k nějakému výsledku, než sednout a pracně počítat. V tom případě je autorovou povinností provést výpočet a veřejně; nanejvýš si může ulevit a prokázat své sympatie k čtenáři třeba takto: „naneštěstí jediný známý důkaz záleží v tomto otravném výpočtu“.

Tady je další ukázka, co považuji za ne zcela čestné. V okamžiku, když jste hrdě dokázali jisté tvrzení  $p$ , cítíte se nuceni prohlásit: „Všimněte si však, že z  $p$  neplyne  $q$ “ a potom v domněnku, že jste udělali kus dobré práce, přejdete spokojeně na jiné věci. Vaše pohnutky mohou být naprosto čisté, ale čtenář se přesto může cítit podveden. Kdyby věděl všechno o tom, co píšete, nečetl by vás; málo naplat, pro něho zůstane toto tvrzení nepodložené. Je to zřejmé? (Řekněte to.) Bude protipříklad uveden později? (Slibte to nyní.) Je to dobře známé z literatury, ale nepodstatné? (Uveďte odkaz.) Nebo snad, horribile dictu, je to tak, že jste zkoušeli odvodit  $q$  z  $p$ , nepodařilo se vám to a ve skutečnosti nevíte, zda z  $p$  plyne  $q$ ? (Přiznejte to hned!) Buď jak buď: nic před čtenářem neskrývejte.

Není nic špatného na často vysmívaném „zřejmé“ a „snadno nahlédnete“, ale jsou jistá minimální pravidla pro jejich užívání. Když jste napsali, že něco je zřejmé, jistě si myslíte, že tomu tak je. Když o měsíc nebo dva nebo o šest měsíců později vytáhnete rukopis a pročítáte jej, myslíte si stále, že je to zřejmé? (Pár měsíců zraní vždy rukopisu prospěje.) Když jste to vysvětlovali příteli nebo probírali na semináři, bylo to opravdu

---

\*) Ve smyslu, jak se snadno a rychle naučit cizím řečem. V Berlitzových školách vyučovali většínou cizinci svému rodnému jazyku a výklad se vedl výlučně v řeči vyučovaného jazyka (pozn. př.).

shledáno zřejmým? (Nebo snad někdo vyslovil pochybnosti a přestal reptat, když jste ho přesvědčili? Opravdu jste ho přesvědčili nebo umlčeli?) Zřejmé odpovědi na tyto řečnické otázky patří mezi pravidla řídící užívání „zřejmé“. Je ještě jedno pravidlo, prvotní a všeobecně známé, jehož porušování je nejčastší příčinou matematických chyb: Přesvědčte se, zda co je „zřejmé“, opravdu platí.

Netřeba říkat, že nehodláte před čtenářem skrývat fakta: píšete přece proto, abyste je odkryli. Neskrývejte však před ním ani jejich povahu, ani váš vztah k nim. Kdykoliv něco tvrdíte, vyložte, jak se to s tím má: to bylo dokázáno, to nikoliv, to bude dokázáno a to nikoliv. Vyzdvihujte, co je důležité, a potlačujte triviality. Je mnoho dobrých důvodů, proč čas od času uvést zřejmé tvrzení; abyste je však uvedli do správné perspektivy pro nezkušeného čtenáře, je třeba o něm prohlásit, že je zřejmé, I když se proto na vás některý čtenář rozzlobí, má dobrý smysl ukázat, jak vy na věc pohlížíte. Je třeba se však řídit určitými pravidly. Nenechávejte čtenáře nikdy na holičkách; chce vám věřit. Pokrytectví, klam a úskok nevyjdou třeba najevo hned, ale většina čtenářů pocítí, že něco není v pořádku, a nebude vinit ani fakta, ani sebe, ale po právu autora. Naprostá čestnost je velký čin ve prospěch velké jasnosti.

## 10. Pryč s nepodstatným a triviálním

Stane se, že nějaké tvrzení je tak zřejmé, že se to nemusí ani připomínat, a přesto může být vyloženo špatně; špatně, protože uvádí ve zmatek, na scestí, zdržuje. Myslím tím něco takového: „Jestliže  $R$  je komutativní poloprostý okruh s jednotkou a jestliže  $x$  a  $y$  jsou z  $R$ , potom  $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$ .“ Bystrý čtenář se zeptá, co má poloprostota a jednotka společného s tím, co již dávno považuje za zřejmé. Nepodstatné, svévolně přidané předpoklady, nesprávný důraz nebo naopak nedostatek správného důrazu mohou způsobit úplnou spoušť.

Právě tak plývá čtenářovým časem a jen ho zdržuje, opomene-li autor probrat odděleně triviální případ nebo jej, je-li třeba, vyloučit. Každé komplexní číslo je součinem nezáporného čísla a čísla velikosti 1. To je pravda, avšak čtenář bude nejistý, bude se mu zdát, že je oklamán, jestliže brzy po tom, co jste to řekli (nebo připomněli při jiné příležitosti, třeba když chystáte nějaké zobecnění), současně neřeknete, jak je to s  $0$  (triviální případ). Ne snad, že by bylo matematicky pochybené nezmínit se zvlášť o triviálních případech; nemluvíme teď na téma „nedopouštějte se omylů“. Vtip je v tom, že trvat na legislativně správných, avšak nedostatečně výslovných tvrzeních („tvrzení je správné tak, jak je – co víc chcete?“) zavádí z cesty, je to špatné pro výklad, je to špatné psychologicky. Může to být také skoro špatné matematicky. Jestliže například autor připravuje diskusi tvrzení, že každá lineární transformace je za náležitých předpokladů součinem dilatace a rotace, potom nedbání  $0$  v jednorozměrném případě vede k neporozumění singulární lineární transformace v obecném případě.

Tady je namístě říci pár slov o stavbě teorémů, neboť zde více než kde jinde je nutné vystříhat se zbytečností.

První otázka je, kde má teorém své místo, a moje odpověď je: první. Neupadejte do uvolněných mravů, kdy neřeknete čtenáři, kam směřujete, a najednou prohlásíte

„Tak jsme dokázali, že ...“. Čtenář se může na důkaz lépe soustředit, ví-li, co dokazujete, a může lépe pochopit, kde se užívá předpokladů, ví-li předem, jaké jsou. (Uvolněný způsob vede často k „zavěšeným“ větám, a to je, myslím, ohavné. Mám na mysli něco jako: „Tak jsme dokázali

větu 2 ... .“

Tento skok, který je koneckonců zahalenou interpunkcí, skřípavě přeruší větu a poté, co čtenář sebral svůj um a přišel na trik, který se s ním hraje, vznikne v něm dojem, že se odděluje tvrzení věty a jeho formální znění.)

Tím nechci říci, že by se teorém měl objevit bez úvodu, bez předchozích definic a pomocných motivací. To vše předchází; tvrzení následuje; a důkaz přijde na konec. Tvrzení teorémů by se mělo pokud možno skládat z jediné věty: jediná implikace nebo jediné prohlášení za předpokladu, že dosud platí obecné předpoklady, stanovené dříve. Vynechte žvásty, jako: „Beze ztráty obecnosti můžeme předpokládat ...“ nebo „mimo to z věty 1 plyne, že ...“, které nepatří do tvrzení věty.

Ideální tvrzení je vyjádřeno nejen jednou větou, ale větou co nejkratší. Teorémy, které vyplní téměř celou stránku (nebo i více!), jsou těžko stravitelné, tíž než je nezbytné třeba. Seznam osmi předpokladů (i když pečlivě sestavených) a seznam šesti závěrů ještě netvoří teorém; je to špatně vyložená teorie. Je třeba všech předpokladů pro každý závěr? Jestliže ne, je pochybnost této teorie zřejmá; jestliže ano, popisují patrně předpoklady nějaký obecný pojem, který zasluhuje být izolován, pojmenován a studován.

## 11. Opakujte a neopakujte se

Jedno pravidlo dobrého matematického slohu vyžaduje opakování a podle jiného se ho máte vystříhat.

Opakováním v prvním smyslu nemyslím říkat totéž poněkolikrát jen jinými slovy. Myslím tím při výkladu tak přesného předmětu, jako je matematika, opakování slovo za slovem věty nebo dokonce mnoha vět, jen aby se zdůraznila lehká odchylka v sousední větě. Jestliže jste cosi definovali nebo poznamenali nebo dokázali v kapitole 1 a jestliže chcete v kapitole 2 rozvinout souběžnou teorii nebo obecnější teorii, velmi pomůže čtenáři, užijete-li těchže slov v témž pořádku tak dalece, jak jen možno, a potom s patřičným vířením bubnů zdůrazníte rozdíl. Víření bubnů je důležité. Nestačí vyjmenovat šest přídavných jmen v jedné definici a přejmout jich pět a oslabené šesté v druhé. Má to být sice tak, ale nesmírně pomůže, řeknete-li navíc: „Všimněte si, že prvních pět podmínek v definicích  $p$  a  $q$  je navlas stejných; co je odlišuje, je oslabení šesté.“

Abyste mohli vyvinout takový důraz v kapitole 2, musíte se často vrátit do kapitoly 1 a přepsat tam, co jste již měli za vyhovující, ale teď vidíte, že vám podle opakovacího pravidla uniká souběžnost s příslušnou částí kapitoly 2. To je další důvod, proč je nevyhnutelný spirální plán psaní a je to jen další zřetel toho, co nazývám organizací látky.

Předchozí odstavce popisují důležitý druh matematického opakování, totiž dobrý druh; jsou dva jiné, a to zlé druhy. V jednom z nich platí opakování za dobrou učební metodu, podle které dosáhnete tím pravděpodobněji cíle, čím častěji budete opakovat

jedno a totéž stále týmiž nebo jen lehce pozměněnými slovy. Nesouhlasím. Řeknete-li něco podruhé, i nejlhostejnější čtenář si uvědomí, že už to jednou slyšel, a začne přemýšlet, je-li to totéž, co se měl už naučit, nebo jen něco tomu podobného, ale úplně jiného. (Řeknete-li však „říkám teď přesně totéž, co jsem již řekl na straně 3“, pomůžete mu tím.) I nejmatnější takový údiv je zlý. Je zlé, co bez užitku děsí, zbytečně baví nebo jinak rozptyluje. (Nezamýšlené dvojsmysly otravují život mnoha autorům.) Ostatně dobrá organizace a především spirální, předem promyšlený plán organizace je náhradou za opakování; náhradou, která se osvědčuje nesrovnatelně lépe.

Druhý zlý druh opakování lze shrnout do stručného a jen poněkud nepřesného varování: nikdy neopakujte důkaz. Jestliže některé kroky v důkazu věty 2 nápadně připomínají části důkazu věty 1, je to znamení, že něco nebylo dost dobře pochopeno. Jiné projevy téže choroby jsou: „stejným způsobem (nebo metodou nebo nápadem nebo trikem) jako v důkazu věty 1 ...“ nebo neurvale „viz důkaz věty 1“. Je-li tomu tak, bude asi existovat lemma, které stojí za to najít, zformulovat a dokázat, lemma, jehož jasným a snadným důsledkem jsou obě věty 1 a 2.

## 12. Autorské MY není docela špatné

Jedna stránka naučného slohu, která často trápí začínající autory, je užívání autorského „my“ v protikladu k jednotnému „já“ nebo neutrálnímu „se“. Tady nejvíc záleží na zdravém úsudku. Poradím vám, co považuji sám za účelné. Protože nejlepší naučný sloh je nenápadný, přikláním se dnes k neutrálnímu způsobu. To neznamená užívat „se“ často nebo stále; věty, jako „tím se dokázalo, že ...“, jsou hrozné. To neznamená vyhýbat se úplně první osobě ať jednotného nebo množného čísla. „Poněvadž  $p$ , platí  $q$ .“ „Z toho plyne  $p$ .“ „Užití  $p$  na  $q$  dává  $r$ .“ Většina (všechny?) matematických spisů je (měla by být?) věčná; jednoduché oznamovací věty se nejlépe hodí na předávání faktů.

Rozkazovací způsob je často velmi působivý a účinný. „K odvození  $p$  vynásobte  $q$  a  $r$ .“ „Je-li dáno  $p$ , položte  $q$  rovno  $r$ .“ (Dva poklesky při užívání „dáno“. (1) Neužívejte ho, neznamená-li nic. Příklad: „Ke každému danému  $p$  existuje  $q$ .“ (2) Zapamatujte si, že základem je činné sloveso a to se nechce stát pouhým přívěskem. Příklad: Nikoliv „dáno  $p$ , existuje  $q$ “, ale „dáno  $p$ , nalezněte  $q$ “.)\*)

Není nic špatného na autorském „my“, ale užíváte-li ho rádi, nepřehánějte to. Nechť „my“ znamená „autor a čtenář“ (nebo „přednášející a posluchač“). Tak například je docela pěkné říci „užitím lemmatu 2 můžeme zobecnit větu 1“ nebo „lemma 3 nám dává způsob, jak dokázat větu 4“. Nepěkné je „naše práce na tomto výsledku je z roku 1969“ (ledaže tak jedním hlasem říká více autorů) a „děkujeme naší ženě za pomoc při prepisování rukopisu“ je vždycky špatné.

Užívání první osoby a zvláště její nadměrné užívání někdy odpuzuje zdáním povýšenosti nebo postoje ex cathedra, a proto se mu vyhýbám, kde jen mohu. Má své místo v krátkých zprávách a samozřejmě v osobních pamětech a možná v pojednáních, jako je toto.

\*) Je ovšem věčný rozdíl mezi „existuje“ a „nalezněte“. Pozn. př.

### 13. Užívejte správně slov

Další nejmenší sdělovací jednotkou po celkovém tématu, hlavních kapitolách, odstavcích a větách jsou slova. Předchozí oddíl o zájmenech pojednával vlastně o slovech, ve skutečnosti se však týkal stylistické prozíravosti. Nechystám se teď kázat o tom, že je třeba užívat slov ve správném smyslu; to by mělo být samosebou. Chystám se zdůraznit, jak je nutné uvažovat a opatrně užívat těch drobných slov obecného jazyka a intuitivní logiky a výlučně matematických slov (technických termínů), které mohou silně ovlivnit matematický smysl.

Obecným pravidlem je užívat logických a matematických slov správně. Jako v případě psaní vět nenabádám k pedantství; nenabádám k záplavě technických termínů, lišících se navzájem jen o chlup. Právě naopak: vybízím k dovednosti tak zběhlé, že je současně správná a nenápadná.

Něco na vzor: „Dokažte, že jakékoliv\*) komplexní číslo je součinem nezáporného čísla a čísla modulu 1.“ Měl jsem studenty, kteří by předložili takový důkaz: „ $-4i$  je komplexní číslo a je součinem čísla 4, které je nezáporné, a  $-i$ , jehož modul je 1; q.e.d.“ Kořen věci je v tom, že v hovorové češtině je „jakýkoliv“ víceznačné slovo; podle souvislosti může zastupovat existenční kvantifikátor („máte jakoukoliv vlnu?“, „jestliže to vůbec kdokoliv\*\*) svede, on to svede“) nebo univerzální („jakékoliv číslo může hrát“). Závěr: neužívejte nikdy „jakýkoliv“ v matematické literatuře. Místo toho užíjte „každý“ nebo celou větu předělejte.

Jeden způsob, jak pozměnit větu z předcházejícího odstavce, která sloužila za vzorek, je úmluva, že všechny „individuální proměnné“ budou z oboru komplexních čísel a potom napsat

$$\forall z \exists p \exists u [(p = |p|) \wedge (|u| = 1) \wedge (z = pu)]$$

Neradím to. Symbolismus formální logiky je nepostradatelný při rozboru logiky matematiky, ale použijete-li ho při předávání myšlenek jednoho smrtelníka druhému, stane se z něho toporný kód. Autor do něho musí překládat své myšlenky (popírám, že by někdo myslil v termínech  $\exists$ ,  $\forall$ ,  $\wedge$  apod.) a čtenář musí luštit, co autor napsal; oba kroky shltnou spoustu času a jsou jen na překážku dorozumění. Symbolický výklad, vedený po způsobu moderního logika nebo klasického epsilonisty, může sice zapsat stroj, ale jen málokdo mimo stroj číst.

Tolik co se týče „jakéhoholiv“. Ostatní provinilci, zatíženi menšími zločiny, jsou „kde“ a „ekvivalentní“ a „jestliže ..., pak jestliže ..., pak ...“. „Kde“ je většinou znamením lenosti a pozdního nápadu, který měl být rozmyšlen předem. „Jestliže  $n$  je dostatečně velké, pak  $|a_n| < \varepsilon$ , kde  $\varepsilon$  je předem dané kladné číslo“; obojí, nemoc i lék jsou jasné. „Ekvivalentní“ užito na teorém je logický nesmysl. (Teorémem rozumím matematickou pravdu, něco dokazaného. Tvrzení, které má smysl, může být nepravdivé, teorém však nikoliv; „nepravdivý teorém“ je nesmysl.) Jaký to má smysl říci, že úplnost

\*) V originále „any“. Proč nepřekládám jako „každé“, je zřejmé z dalšího. Pozn. př.

\*\*) Místo „jakýkoliv člověk“ píšu „kdokoliv“. Pozn. př.

$L^2$  je ekvivalentní s reprezentačním teorémem pro lineární funkcionály v  $L^2$ ? Chce se tím říci, že sice důkazy obou vět jsou středně obtížné, ale jakmile jedna z nich byla dokázána, může být dokázána druhá s relativně menším úsilím. Logicky přesné slovo „ekvivalentní“ tu není namístě. Co se týče „jestliže ..., pak jestliže ..., pak ...“ to je právě častý stylistický poklesek, páchaný rychlými pisateli a proklínaný pomalými čtenáři. „Jestliže  $p$ , pak jestliže  $q$ , potom  $r$ .“ Logicky je vše v pořádku ( $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ ), ale psychologicky je to další kámen úrazu a zbytečně. Obyčejně stačí pozměnit větu, ale všeobecně platný vzor tu není; co je nejlepší, záleží případ od případu. Může to být „jestliže  $p$  a  $q$ , pak  $r$ “ nebo „jestliže platí  $p$ , předpoklad  $q$  má za následek  $r$ “ nebo mnoho jiných obrátů.

#### 14. Užívejte správné technických termínů

Příklady matematického slohu, které jsem dosud uvedl, jsou logické povahy. Abych objasnil možnosti nevtíravého užití přesného jazyka v každodenní matematické práci, zmíním se krátce o třech příkladech: funkce, posloupnost a obsahovat.

Patřím ke škole, která věří, že funkce a jejich hodnoty jsou natolik rozdílné, že se jejich rozdílnost má zachovávat. Není třeba nadělat s tím mnoho povyku, alespoň ne veřejně. Stačí, nebudete-li vykládat, že „funkce  $f(z) = z^2 + 1$  je sudá“. Zabere sice o trochu víc času, řeknete-li „funkce definovaná vztahem  $f(z) = z^2 + 1$  je sudá“ nebo, což je z mnoha stránek výhodnější, „funkce  $z \rightarrow z^2 + 1$  je sudá“, ale je to dobrý zvyk, který často uchrání čtenáře (a autora) vážných chyb a je vždy naprospěch snadnému čtení.

„Posloupností“ se mívá „funkce na množině přirozených čísel“. Napíše-li autor „sjednocení posloupnosti měřitelných množin je měřitelná množina“, zavádí čtenářovu pozornost, kam nepatří. Toto tvrzení nemá nic společného s prvním místem první množiny, druhým místem druhé atd.; posloupnost je tu zbytečná. Správně zní toto tvrzení „sjednocení spočetné množiny měřitelných množin je měřitelná množina“ (nebo chcete-li položit důraz jinak „sjednocení spočetně nekonečné množiny měřitelných množin je měřitelná množina“). Věta o tom, že „limita posloupnosti měřitelných funkcí je měřitelná“, je něco zcela jiného; tady je posloupnost na místě. Jestliže čtenář ví, co to posloupnost je, cítí-li její definici v kostech, pak ho zneužití tohoto slova jen zneklidní a zabrzdí jeho čtení, i když třeba nepatrně; jestliže to ovšem neví, jeho pozorování se vážně odsune.

Sloves „obsahovat“ a „zahrnovat“\*) se nejčastěji užívá jako synonym, přechásto těmi, kteří pečlivě vštěpují svým studentům, že  $\in$  a  $\subset$  není zdaleka totéž. Je nejvýš nepravděpodobné, že by zaměňování těchto slov vedlo ke zmatkům. Nicméně před lety jsem začal s experimentem a dosud ho zkouším: Systematicky a vždy v mluvené a psané řeči užívám obsahuje pro  $\in$  a zahrnuje (v sobě) pro  $\subset$ . Neříkám, že jsem tím něco dokázal, ale mohu říci, že (a) se tomu snadno navykne, (b) vůbec to neškodí a (c) nemyslím si, že si toho někdo všiml. Mám podezření, ale to je pravděpodobně neprokazatelné, že důslednost v terminologii (bez zbytečného povyku kolem toho) může přispět k čtenářovu (a posluchačovu) pohodlí.

\*) „contain“ and „include“ ... Pozn. př.



Důslednost je mimochodem hlavní ctností a její opak hlavní nectností při výkladu. Důslednost je důležitá v řeči, při značení, odkazech, v tiskové úpravě — je důležitá všude, a chybí-li, může nastat cokoliv od mírného zmatku k úplné spoušti.

Mé rady k užívání slov mohou být krátce shrnuty asi takto: (1) Vyhýbejte se technickým termínům a zvláště tvoření nových, kde jen můžete. (2) Přemýšlejte úporně o termínech, které musíte vytvořit; konzultujte se *Slovníkem spisovného jazyka českého* (v originále: *Rogeta*); tvořte je tak přiléhavě, jak jen možno. (3) Užívejte běžných termínů správně a důsledně, avšak bez rušivého pedantství.

## 15. Odpírejte si symboly

Vše, co bylo řečeno o slovech, lze mutatis mutandis uplatnit na ještě menší jednotky matematického psaní, na matematické symboly. Nejlepší značení je — žádné značení; kdekoliv je možné vyhnout se složitému abecednímu aparátu, vyhněte se mu. Dobře uděláte, budete-li při přípravě psaného matematického výkladu předpokládat, že bude pronesen. Představte si, že vykládáte o předmětu příteli na dlouhé procházce lesem a nemáte papír po ruce; zacházejte do symbolismu, jen když je to skutečně nutné.

Ze zásady, že čím méně znaků, tím je značení lepší a v podobě se zásadou vynechávat nepatřičné předpoklady, vyhýbejte se nepatřičným symbolům. Příklad: „Na kompaktním prostoru je každá reálná spojitá funkce  $f$  omezená.“ Čím přispívá symbol „ $f$ “ k jasnosti tvrzení? Jiný příklad: „Jestliže  $0 \leq \lim_n a_n^{1/n} = \beta \leq 1$ , potom  $\lim_n a_n = 0$ .“ Co tady dělá  $\beta$ ? Odpověď je táž v obou případech (nic), ale důvody jejich uvedení mohou být různé. V prvním případě „ $f$ “ může být jen nervózní zvyk; v druhém je  $\beta$  pravděpodobně připraveno pro důkaz. Nervózní zvyk je snadné zlomit. To druhé je těžší, protože to znamená pro autora více práce. Bez  $\beta$  v tvrzení bude důkaz o půl linky delší; začne třeba takhle: „Pište  $\beta = \lim_n a_n^{1/n}$ .“ Opakování („ $\lim_n a_n^{1/n}$ “) stojí za námahu; obojí, tvrzení i důkaz, se čtou snáze a přirozeněji.

Názorný způsob, jak vyjádřit „neužívejte zbytečných písmen“, je říci „neužívejte žádného písmene jen jednou“. Na co narážím, vyjádřil by logik větou „nenechávejte žádnou proměnnou volnou“. V případě tvrzení o spojitě funkci je  $f$  volná proměnná. Nejlepší způsob, jak vyloučit osamocené „ $f$ “, je prostě je vynechat; v některých případech je lépe proměnit volnou proměnnou ve vázanou. Většina matematiků by to udělala takto: „Jestliže  $f$  je reálná funkce spojitá na kompaktním prostoru, potom je  $f$  omezená.“ Někteří logikové by trvali na tom, že  $f$  je stále v nové větě (dvakrát) volná, a po technické stránce by měli pravdu. Aby se změnila ve vázanou proměnnou, bylo by třeba vsunout na vhodné místo „pro všechna  $f$ “, ale běžný způsob, jak se matematici s tímto problémem vyrovnávají, záleží v (mlčenlivém) odvolání na (nevyslovenou) úmluvu, že každé větě předcházejí všechny univerzální kvantifikátory, kterých je třeba, aby proměnily všechny její volné proměnné ve vázané.

Pravidlo nenechávat nikdy volnou proměnnou v tvrzení podobně jako mnoho jiných pravidel, která jsem stanovil, je někdy lépe porušit než uposlechnout. Věta je především živou jednotkou a chcete-li nastrčit volné  $f$  v jedné větě, abyste se na ně mohli odvolat, řekněme, v témž odstavci, nemyslím si, že byste měli být proto vyhnáni z pluku. Pravidlo

je to však v zásadě dobré, a má-li být někdy překročeno, rozhodně nezaslouží být rozsekáno na cimprcamp.

Jsou i jiné logické chloupky, které mohou vést ke zmatení nebo přinejlepším k chvilkovému zmatku, pokud se s nimi nezachází dost pečlivě. Předpokládejte například, že jste někde vyložili relaci

$$(*) \quad \int_0^1 |f(x)|^2 dx < \infty,$$

jako třeba větu dokázanou pro nějakou funkci  $f$ . Jestliže se později setkáte s jinou funkcí  $g$ , která má podobnou vlastnost, musíte odolat pokušení prohlásit, že „ $g$  také splňuje (\*)“. To je logický a abecední nesmysl. Místo toho řekněte „(\*) bude platit, jestliže  $f$  nahradíte  $g$ “ nebo lépe, označte nějak (\*) (v tomto případě, jak je zvykem) a řekněte „ $g$  také náleží do  $L^2(0,1)$ “.

Co se týče „nerovnost (+)“ nebo „rovnice (7)“ nebo „formule (iii)“; mají být všechny zvláštnosti pojmenovány nebo očíslovány? Moje odpověď je: nikoliv. Důvod: jako se nemáte zmiňovat o zbytečných předpokladech nebo uvádět zbytečné pojmy, tak také nemáte připojovat zbytečná pojmenování. Nepatrná část čtenářovy pozornosti je přitahována písmenem a nepatrná část jeho mysli se pozastaví, proč tam to písmeno je. Jestliže je k tomu důvod, pak je údiv zdravou nezmatenou přípravou pro budoucí odvolání na tutéž myšlenku; není-li k tomu důvod, potom pozornost a údiv jsou promarněny.

Je dobře být skoupým v užívání písmen, ale lakomství také může zajít do krajností. Nedoporučuji vám dělat to, co jednou udělal DICKSON ([2]). Na straně 89 říká: „Tak ... jsme dostali (1) ...“ – avšak strana 89 je na začátku nové kapitoly a nic, co by bylo označeno (1), neobsahuje. Pozoruhodnost označená (1) se objeví na straně 90, o stránku později a mně za nic nenapadlo podívat se tam. Tento úskok mě stál pět bezmocných a zoufalých minut. Když jsem konečně prohlédl, cítil jsem se zahanben a současně oklamán a nikdy jsem to Dicksonovi neodpustil.

Na jednom místě se často objevuje těžkopádný zápis; je to při matematické indukci. Často se tomu nelze vyhnout. Častěji lze, myslím si, ukázat krok z 1 na 2 a připojíte-li povznesené atd., je to právě tak přesné a nepochybné jako podrobný výpočet, avšak daleko pochopitelnější a přesvědčivější. Podobně se často lépe dokáže obecné tvrzení o maticích  $n \times n$  ne vypisováním  $a_{ij}$  spolu s třemi tečkami v řádcích, sloupcích a diagonálách, ale důkazem typického (řekněme  $3 \times 3$ ) zvláštního případu.

Všechny tyto požadavky střídmosti ve značení mají svůj důvod. Je totiž jen jediný způsob, jak vysvětlit stupidnímu počítači přesný pojem matematického důkazu, avšak pro lidskou bytost, nadanou geometrickou intuicí, denně se prohlubující zkušeností, netrpělivostí a neschopností soustředit se po příliš dlouhou dobu na jednotvárné podrobnosti, je tento způsob špatný způsob. Jiným příkladem je důkaz, který je řetězcem výrazů spojených rovnítky. Takový důkaz se snadno napíše. Autor začne s první rovností, udělá přirozenou substituci a dostane druhou rovnici, výrazy upraví, vynásobí a najednou jakoby z náhlého vnuknutí zkrátí, a tak se dostane konečně k poslední rovnosti. To je opět jinotaj a čtenář je nucen nejen sledovat postup důkazu, ale současně odhalovat, oč jde. To dvojitě úsilí je zbytečné. Obětuje-li autor deset minut k napsání pečlivě stylizovaného odstavce, může ušetřit každému svému čtenáři půl hodiny času a navíc spoustu

zmatku. Měl by to být návod k postupu, který by nahradil neprospěšný kód oznamující pouze výsledky a nechávající čtenáře napospas dohadům, jak se k nim vlastně došlo. Ten odstavec by měl postupovat asi takto: „V důkazu nejdříve  $q$  nahraďte  $p$ , potom výrazy upravte a konečně je vynásobte a zkrátte potom  $r$ .“

Je starý známý trik, jak nepěkně začínat důkaz: „Dáno  $\varepsilon > 0$ , buď  $\delta = \left(\frac{\varepsilon}{3M^2 + 2}\right)^{\frac{1}{3}}$ .“

To je tradiční zpětný způsob vedení důkazu známý z klasické analýzy. Má tu výhodu, že může být snadno ověřen strojem (ale ne již pochopen člověkem) a pochybnou výhodou, že nakonec něco vyjde menší než  $\varepsilon$  namísto menší než třeba  $\left[\frac{(3M^2 + 7)\varepsilon}{24}\right]^{\frac{1}{3}}$ . Je nabíledni, jak usnadnit úděl lidskému čtenáři: pište důkazy zpředu. Začněte, jak autoři vždy začínají, položte něco menší než  $\varepsilon$  a potom udělejte, co je třeba – v pravý okamžik vynásobte  $3M^2 + 7$  a potom vydělte 24 atd. atd. – až skončíte, s čím máte skončit. Ani jeden způsob není příliš elegantní, ale způsob vedení důkazu zpředu je pochopitelnější a lépe se pamatuje.

## 16. Užívejte správně symbolů

S mimoabecedními symboly nelze napáchat mnoho škody, ale i tady je dobře být důsledným a odvykat zlovykům, které zůstanou sice v jednotlivých případech nepovšimnuty, vyskytují-li se však hromadně, působí rušivě. Například je dobře užívat nějakého symbolu tak důsledně, že jeho slovní překlad je stále týž. To je sice dobře, ale asi je to nemožné; nicméně nějaký úmysl lepší než žádný. Jak máme číst „ $\varepsilon$ “: jako slovesnou větu „je  $v$ “ nebo jako předložku „ $v$ “? Je správné říci „Pro  $x \in A$  máme  $x \in B$ “ nebo „jestliže  $x \in A$ , potom  $x \in B$ “? Dávám ostře přednost druhému (vždy číst „ $\varepsilon$ “ jako „je  $v$ “) a dvojnásob oplakávám první způsob (oba jsou v jedné větě). Dobře se píše a snadno se čte „Pro  $x \in A$  máme  $x \in B$ “; každý nesouzvuk, každá byť i chvilková dvojsmyslnost je vyloučena. Totéž platí pro „ $\subset$ “, i když slovní překlad je delší, a ještě spíše pro „ $\leq$ “. Věty jako: „Pokud je kladné číslo  $\leq 3$ , jeho čtverec je  $\leq 9$ “ jsou hrozné.

Nejen odstavce, věty, slova, písmena a matematické symboly, ale i nevinně vyhlížející symboly běžné prózy mohou být zdrojem úchylek a nedorozumění; týká se to interpunkce. Dvojice příkladů postačí. Zaprvé: rovnost nebo nerovnost nebo inkluze nebo jiná matematická věta jsou po obsahové stránce ekvivalentní větám obecného jazyka a právě tak chtějí být oddělovány od svých sousedů. Jinými slovy: oddělujte symbolické věty, jako byste oddělovali slovní věty. Zadruhé: Nepřetěžujte rozdělovací znaménka, jako jsou tečky a čárky. Snadno je pak čtenář přehlédne a takové přehlédnutí znamená vrátit se, tápat, zdržet se. Příklad: „Předpokládejme, že  $a \in X$ .  $X$  náleží do třídy  $C$ .“ Tečka mezi dvěma  $X$  je přetížená a právě tak je tomu ve větě: „Předpokládejme, že  $X = 0$ .  $X$  náleží do třídy  $C$ , ...“ Je dobré pravidlo: nikdy nezačínáte větu symbolem. Chcete-li mermomocí začít větu zmínkou o věci, kterou symbol označuje, postavte symbol do přístavku, tedy: „Množina  $X$  náleží do třídy  $C$ , ...“

Přetížená tečka není o nic horší než přetížená čárka. Nikoliv: „Pro nezvratné  $X$ ,  $X^*$  je také nezvratné“, ale „Pro nezvratné  $X$ , adjungované  $X^*$  je také nezvratné“. Podobně

nikoliv „jelikož  $p \neq 0$ ,  $p \in U$ “, ale „jelikož  $p \neq 0$ , je  $p \in U$ “. I obyčejné „nelíbí-li se vám to, nechte tak“ (nebo spíše jeho matematické podoby) je obtížněji stravitelné než poněkud zatuchle znějící „nelíbí-li se vám to, potom nechte tak“; doporučuji „potom“ s přítomností „jestliže“ ve všech matematických souvislostech. Přítomnost „potom“ nemůže zmýlit; jeho nepřítomnost ano.

Poslední technická otázka, která může posloužit výkladu a měla by tady o ní být zmínka, je v jistém smyslu dokonce nepatrnější než interpunkční znaménka; je v jistém smyslu tak nepatrná, že je neviditelná, a přece v jiném smyslu nejnápadnější na vytištěné stránce. Mám na mysli situaci, architekturu, vzhled samé stránky, všech stránek. Spisovatelská zkušenost spojená s vědomým a kritickým čtením vám má dát cit a představu, jak bude vyhlížet vytištěno, co právě píšete. Vyhlíží-li stránka jako slušná próza, bude mít odpudivý, kazatelský účinek; je-li změtí výpočtů, děsí a působí složitým dojmem. Zlatá střední cesta je zlatá. Rozbijte text, ale ne příliš; užívejte prózy, ale ne příliš. Rozsijte dost pastvy pro oko, aby mělo příležitost pomoci rozumu; užíjte symbolů, ale uprostřed rozsáhlejší prózy, abyste uchránili mysl od utonutí v bažinách indexů.

## 17. Každé sdělení je výklad

Řekl jsem již jednou a chtěl bych to zdůraznit znova, že rozdíly mezi knihou, článkem, přednáškou a dopisem (a mezi ostatními sdělovacími prostředky, které si jen můžete vymyslet) jsou menší než podobnosti.

Píšete-li naučný článek, úlohu „lístků papíru“, z nichž může být sestavena osnova knihy, mohou sehrát teoremy a důkazy, které jste k nim našli; ale hra v patience, kterou s nimi musíte hrát, je táž.

Přednáška je něco trochu jiného. Zpočátku je přednáška statí; musíte si ji rozmyslet a sestavit stejným způsobem. Rozdíl je v tom, že musíte pamatovat na úskalí slovního výkladu. Čtenář knihy může nechat svou pozornost bloudit a později, zachce-li se mu, najít znovu nit, aniž by cokoliv ztratil vyjma svůj čas; posluchač přednášky nikoliv. Čtenář si může zkusit dokázat váš teorém po svém a použít vašeho výkladu jako vodítka ke své práci; posluchač to udělat nemůže. Rozpětí čtenářovy pozornosti je dost malé; posluchačovy ještě menší. Je-li nutný výpočet, může být přenechán čtenáři; posluchačovi nikdy. Polovina umění dobře psát je v umění vypouštět; při mluveném slově je umění vypouštět devět desetin triku. Tyto rozdíly nejsou značné. Je jisté, že by i dobrý článek, přečten nahlas, byl hroznou přednáškou — ale ne horší, než jsem už slyšel.

Vzhled vytištěné stránky je u přednášky nahrazen vzhledem tabule a smyšleným autorovým posluchačstvem jsou živí lidé; to jsou značné rozdíly. K tabuli: dává příležitost rozvíjet a tvořit, kterou nemáte na tištěné stránce. (Přednášející, kteří si připravují tabuli předem a popíší ji celou dříve, než začnou přednášet, jsou nemoudří a bezohlední k posluchačovi.) K živým lidem: představují bezprostřední zpětnou vazbu, o které každý autor sní, ale kterou nikdy nemůže mít.

Základní problémy všech naučných sdělení jsou tytéž; popsal jsem je v tomto pojed-

nání. Obsah, smysl a organizace spolu s životně důležitými podrobnostmi mluvnickými a výrazovými a spolu se značením – to a ne snad předvádění sama sebe – jsou základní kameny dobrých přednášek, právě tak jako dobrých knih.

## 18. Braňte svůj sloh

Uhlazené, důsledné a působivé sdělení má svého nepřítel; jmenuje se jazykový korektor.

Redaktor může znamenat pro spisovatele velkou pomoc. Matematici se musejí bez této pomoci většinou obejít, protože redaktor matematických publikací by měl být sám matematik a redaktorů matematiků je málo. Ideální redaktor by měl mít schopnosti porozumět každé podrobnosti autorovy práce a poskytnout mu vnitřní, ale nezaujatý pohled na jeho dílo, který sám autor mít nemůže. Ideální redaktor je spojením přítele, ženy, studenta a mladého, vědou zaujatého studenta, jejichž příspěvek pro dokončení díla jsem popsal dříve. Matematictí redaktori knižních řad a časopisů se ani nepřiblíží tomuto ideálu. Jejich redakční práce je jen malým zlomkem jejich života, zatímco dobrý redaktor, to je práce na plný úvazek. Ideální redaktor matematik neexistuje; kombinace přítel-žena-atd. je téměř ideální náhražka.

Jazykový korektor je pracovník na plný úvazek, jehož úkolem je přistihnout vás při nedůslednostech mluvnických a pravopisných, slohových chybách a prohřešcích – prostě při všem, co můžete udělat špatně s výjimkou matematického obsahu. Potíží je v tom, že se korektor nepovažuje za prodlouženou autorovu ruku, ale většinou upadá do mechanického používání mechanických pravidel. Uvedu příklady.

Kdysi jsem studoval určité transformace, míru zachovávající transformace („measure-preserving“. Povšimněte si té pomlčky – říká Halmos – má důležitou úlohu, neboť vytváří ze dvou slov jediné, a to přídavné jméno.). Některé studované transformace se vymykaly tomuto pojmenování, jejich výjimečnost byla samozřejmě vyznačena předponou *ne*. Po dlouhé řadě špatně pochopených pokynů mluvila vytištěná podoba o „nemíru zachovávajících transformacích“ (nonmeasure preserving transformation). To je nesmysl, samozřejmě zábavný nesmysl, ale nesmysl rozptylující a zmatený.

Přítel matematik mi jednou vyprávěl, že v rukopisu knihy napsal asi tuto větu: „*p* nebo *q* platí podle toho, je-li *x* záporné nebo kladné.“ Korektor to změnil takto: „*p* nebo *q* platí podle toho, je-li *x* kladné nebo záporné,“ že prý to lépe vypadá. To je k smíchu, kdyby to nebylo smutné a ovšem velmi, velmi špatně.

Kdo někdy diskutoval s korektory o uvozovkách, ví, jaké jsou spory o jejich postavení vzhledem k ostatním rozdělovacím znaménkům. Zdá se, že je snad nějaký mezinárodní sazečský zvyk, podle kterého je tečka nebo čárka následující bezprostředně po uvozovkách „ohyzná“. (Jako tady: korektor by to změnil na „ohyzná.“ Kdybych ho byl nechal.) Z hlediska logicky myslícího matematika (a ještě spíše matematického logika) je takový zvyk nesmyslný; čárka nebo tečka patří tam, kam ji nutí umístit logika situace. Tedy: Řekl: „Ta čárka je ohyzná.“ Zde patří tečka jasně do přímé řeči; ty dvě situace jsou rozdílné a žádného nepružného pravidla nelze užít na obě.

Ponaučení: jsou pravopisná pravidla (čímž se často myslí sazečské zvyklosti), ale běda, užívají-li jich korektoři mechanicky. Chcete-li se stát autory, musíte být připraveni bránit svůj sloh; vyzbrojte se a do boje!

## 19. Přestaňte

Bitva s korektory je posledním autorovým úkolem, ale většina autorů jej nepovažuje za poslední. Subjektivně poslední úkol přijde těsně před tím; je to ukončení knihy – přestat psát. To je kruté.

Vždy zůstane něco nedokončeno, vždy je možno ještě něco říci nebo je ještě lepší způsob, jak to říci, nebo přinejmenším zůstane znepokojivý neujasněný pocit, že správný závěr nebo zlepšení visí ve vzduchu, a hrůza z výčitek, že nebylo nalezeno! Právě když to píše, lituji, že jsem nezařadil jeden nebo dva paragrafy o důležitosti libozvučnosti a rytmu pro matematický výklad. Nebo, zadržte minutu! nemohu přece skončit a nepojednat o výstižném označování pojmů (proč „usměrňovač“ je dobře a „množina první kategorie“ špatně) a výstižném označování vět (proč „teorém o uzavřeném grafu“ je dobře a „Cauchyova-Buňakovského-Schwarzova věta“ je špatně). A co malé kázání o vzoru, které jsem nebyl schopen uspokojivě vyjádřit. Zvolte si někoho, chtěl jsem říci, jehož způsob psaní vám dokáže uçarovat a poučit vás (poslouchejte: can touch and teach you) a upravte a pozměňte jeho sloh tak, aby vyhovoval vaší osobnosti a vašemu předmětu – určitě se mi to musí podařit nějak vyjádřit.

Není jiného řešení tohoto problému než to zřejmé; jediný způsob, jak přestat, je nemilosrdnost. Můžete agonii o něco oddálit a měli byste to udělat, zkoumat důkazy, ověřovat výpočty a nechat rukopis uzrát a potom jej celý přečíst jedním dechem – ale potom už nelze dál konec odkládat.

Když jste už napsali vše, o čem jste přemýšleli, udělejte si den nebo dva volna a přečtěte rychle rukopis podle zřejmých bodů, které uhodí cizího čtenáře do oka. Je to dobrá matematika, je výklad zajímavý, je jazyk jasný, je rukopis pěkný na pohled a dobře se čte? Potom projděte a přepočtete výpočty; to je docela obvyklá rada a není třeba vykládat, jak to udělat. O „zrání rukopisu“ se sice dobře mluví, ale není je vždy snadné provést: znamená to odložit rukopis z dohledu a snažit se na pár měsíců na něj zapomenout. Když to vše uděláte a potom znovu pročtete celé dílo ze zbývajících hledisek, udělali jste, co jste mohli. Neváhejte, ani nedoufejte v nějaký další výsledek a zanechte vybrušování. I kdybyste k tomu výsledku dospěli nebo odstranili nějakou ostrou hranu, jenom se před vámi vynoří nová vidina.

Shrneme-li to vše: Začněte od začátku, pokračujte, až dospějete na konec a pak, aniž byste co dodali, skončete.

## 20. Poslední slovo

Dospěl jsem ke konci všech rad matematického spisování, které jsem mohl vtěsnat do jediného pojednání. Doporučení, která jsem dal, jsou zčásti založena na tom, co sám dělám, z větší části na tom, co lituji, že jsem neudělal, a nejvíce na tom, co bych si přál,

aby dělali druzí pro mne. Můžete kritizovat to, co jsem řekl, z mnoha důvodů, ale přál bych si, aby mezi nimi nebylo srovnání mých minulých činů s mými současnými radami. Dělejte, prosím, jak říkám a ne jak dělám, a uděláte lépe. Potom přepište toto pojednání a řekněte příští generaci, jak to dělat ještě lépe.

*Přeložil Přemysl Vihan*

#### Literatura

- [1] BIRKHOFF, G. D., *Proof of the ergodic theorem*, Proc. N. A. S., USA 17 (1931) 656—660.
- [2] DICKSON, L. E., *Modern algebraic theories*, Sanborn, Chicago (1926).
- [3] DUNFORD N. and SCHWARTZ J. T., *Linear operators*, Interscience, New York (1958, 1963).
- [4] FOWLER H. W., *Modern English usage* (Second edition, revised by Sir Ernest Gowers), Oxford, New York (1965).
- [5] HEISEL C. T., *The circle squared beyond refutation*, Heisel, Cleveland (1934).
- [6] LEFSCHETZ S., *Algebraic topology*, A. M. S., New York (1942).
- [7] NELSON E., *A proof of Liouville's theorem*, Proc. A. M. S. 12 (1961) 995.
- [8] *Roger's International Thesaurus*, Crowell, New York (1946).
- [9] THURBER J. and NUGENT E., *The male animal*, Random House, N. Y. (1940).
- [10] *Webster's New International Dictionary*, Merriam, Springfield (1951) Indiana University.

---

*Zřejmě neexistují objevy ani v elementární, ani ve vyšší matematice, a dokonce ani v žádné jiné oblasti, které by mohly být uskutečněny bez analogie.*

G. POLYA

---