Miroslav Katětov

P. S. Uryson a počátky obecné topologie

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 19 (1974), No. 5, 251--261

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/139676

projektů nenutí jednotlivé vědní disciplíny sledovat jejich extrémní potřeby. S pomocí sovětské Akademie věd bylo naší fyzice umožněno účastnit se na studiu stavby hmoty pomocí velkých experimentálních zařízení vědeckých ústavů AN SSSR, naše přístroje pracující v projektu Interkosmos přinášejí jistě řadu podnětů naší přístrojové technice. Plodná spolupráce se rozvinula ve vědách o Zemi, kde mimo velké geofyzikální programy umožnila např. i naši účast na výzkumu v Antarktidě.

Dřívější zprvu nesmělé a jen individuální styky naší a ruské vědy, závisející do značné míry na iniciativě jednotlivců, jsou v dnešní době zahrnuty do plánovitého rozvoje socialistické vědy a v tomto integračním procesu narůstá i mezinárodní úloha a význam AN SSSR.

P. S. Uryson a počátky obecné topologie

Miroslav Katětov, Praha

Před 50 lety zemřel ve věku 26 let P. Uryson, jenž patří – přesto, že jeho vědecká činnost trvala vlastně jen čtyři roky – k nejvýznamnějším matematikům 20. století. Lze říci, že obecná topologie, kterou založil zejména F. HAUSDORFF, se v Urysonových pracích poprvé rozvinula v samostatnou disciplínu s vlastní hlubokou problematikou.

Je již několik publikací pojednávajících o životě a díle P. Urysona, i když je jich možná méně, než by odpovídalo jeho významu. Pokud jde o průběh života, rysy osobnosti, dobu vzniku prací atd., budeme se plně opírat o údaje v publikacích [1] – [5].

Život a osobnost

Pavel Samuilovič Uryson se narodil 3. února 1898 v Oděse. Jeho mnohostranné mimořádné nadání se projevilo velmi brzy. Jak bylo tehdy dosti běžné, o jeho vstupu na střední školu se začalo uvažovat až poměrně pozdě. V r. 1908 vykonal úspěšně přijímací zkoušky do II. třídy gymnasia v Oděse. Nebyl však přijat se strohým a jednoznačným odůvodněním „vvidu otsutstvija vakansii dlja učenikov-jevrejev". Stejný výsledek měl další pokus o rok později.

V r. 1910 se rodina Urysonů přestěhovala do Moskvy. Tam byl P. Uryson bez obtíží přijat do IV. třídy jednoho soukromého gymnasia, jež se celým svým charakterem značně lišilo od oficiálních školských institucí. Jako žák VII. třídy začal P. Uryson navštěvovat na soukromé universitě v Moskvě přednášky a praktika známého fyzika P. P. LAZAREVA. Ten brzy rozpoznal vynikající Urysonovo nadání a velmi si ho cenil. Asi za rok pak publikoval P. Uryson práci týkající se Coolidgeových trubic.

Již v této době byl zřejmě rozhodnut zaměřit se na vědeckou práci, zdálo se však, že půjde o fyziku. Jak uvádí v [3] L. NĚJMANOVÁ, Urysonova starší sestra, dovedl si už tehdy stanovit hlavní cíl a odsunout vše vedlejší; záměrně se přestal zabývat aktivně hudbou, protože „měl důležitější věci na práci".

V r. 1915 složil P. Uryson maturitní zkoušku a pak byl přijat na moskevskou universitu. Přijetí nebylo z příčin, které se projevily při přijímání na gymnasium, docela hladké, a zdá se, že o něm rozhodl až zákrok P. P. Lazareva. Na universitě se P. Uryson poměrně brzy začal zajímat především o matematiku. Způsobily to nejspíše přednášky D. F. JEGOROVA a zejména N. N. LUZINA, za jehož žáka se P. Uryson považoval, ač tematicky byly jeho vlastní práce dosti vzdáleny Luzinova směru. Zájem o fyziku si přitom zachoval stále; ostatně některé jeho matematické práce přímo souvisí s problematikou fyziky, resp. mechaniky a také vzbudily tehdy pozornost fyziků. Ještě v r. 1923 až 1924 přednášel na moskevské universitě teorii relativity.

V r. 1918, pro který již máme údaje v zachovaném Urysonově deníku (viz výňatky v [3], [5]; deník byl veden od ledna 1918 do března 1921 a obsahoval osobní záznamy i záznamy o studiu a práci), se Urysonovy vědecké zájmy již zcela soustřeďují na matematiku, a to zejména na matematickou analýzu. V listopadu 1918 napsal svou první matematickou práci [6].

Byl značně ovlivněn tehdejším moskevským matematickým ovzduším, zejména N. N. Luzinem a kolem něho soustředěnou neformální skupinou mladých matematiků (většinou ještě studentů), tzv. „Luzitánií", do níž P. Uryson také patřil, aktivně se účastnil jejího života a byl v ní velmi oblíben. Vlastní Urysonovu práci ovlivnila „Luzitánie" poměrně málo, neboť její rozkvět patří spíše až do r. 1920 a 1921. S N. N. Luzinem se P. Uryson stýkal po určitou dobu dosti intenzívně; v deníku mluví mj. o tom, jak Luzinovi často podrobně referoval o svých výsledcích ještě dříve, než si je ověřil, i o občasném několikahodinovém společném uvažování o určitém problému.

Začátkem r. 1919 skládá P. Uryson závěrečné zkoušky na universitě a stává se, řečeno v nynější terminologii, aspirantem u N. N. Luzina. Poněkud později pak zároveň s aspiranturou přednáší na jedné z moskevských technických vysokých škol. Pracuje tehdy i nadále na problematice z matematické analýzy, zajímá se však též o problémy topologického charakteru; v dubnu 1920 dokončil původní článek [7] týkající se rovinných oblastí.

Po ukončení aspiratury se stal v létě 1921 docentem na moskevské universitě (později byl jmenován profesorem). Přibližně v téže době, kdy ho již upoutávaly takové topologické problémy jako např. otázka „vnitřní" topologické charakterizace čtverce, upozornil ho D. F. Jegorov na důležitost problému – poněkud vágního, ale, jak se ukázalo, nesmírně plodného – vnitřní topologické charakterizace „křivek“ a „ploch“ pojatých ve velmi širokém smyslu (D. F. Jegorov se sám zmínil o tomto problému pro „křivky“ v r. 1911 v přednášce na jedné konferenci). To přivádí P. Urysona k intenzívnímu zájmu o otázky, které nyní zařazujeme do teorie dimenze; tato teorie tehdy ovšem neexistovala a teprve P. Uryson ji vytvořil. V souvislosti s tím se pak zabývá obecnou topologií (která tehdy byla na rozdíl od kombinatorické topologie teprve v počátcích). Začíná tříleté období intenzívní činnosti, v němž vzniklo Urysonovo vědecké dílo.

V tomto období se P. Uryson koncentruje zcela převážně na zmíněné oblasti, zajímá se však i nadále o analýzu i jiné obory matematiky. Z analýzy napsal ještě dvě práce; jedna ([8]) se týkala funkcionálních rovnic, druhá ([9]) množiny hraničních hodnot jisté potenční řady.

Značnou úlohu v životě i práci P. Urysona mělo v této době úzké přátelství s Pavlem Sergejevičem Alexandrovem (jenž byl starší o dva roky). Setkali se již v r. 1916 a od r. 1921 se stýkali velmi intenzívně. Prázdniny trávili v těchto letech spolu, často ještě s dalšími matematiky. Bývaly pro Urysona zároveň dobou velmi plodného tvůrčího přemýšlení. P. S. Alexandrov vzpomíná ([2]), že k definici dimenze (v nynější terminologii šlo o malou induktivní dimenzi) dospěl Uryson jednoho srpnového rána r. 1921 a pak při koupání podrobně vyložil plán vybudování teorie dimenze s celou soustavou základních vět, které později postupně dokazoval. Tento plán uskutečnil pak na podzim 1921 a v zimě 1921–22. O rok později připravil první část ([10]) svých výsledků definitivně pro tisk; druhá část byla publikována až posmrtně.

Přibližně v téže době se začal intenzívně zajímat o obecnou teorii topologických prostorů. V prvních měsících r. 1922 dospěl k prvním výsledkům o metrizaci topologických prostorů [11], v průběhu roku pak spolu s P. S. Alexandrovem v podstatě připravil rozsáhlé společné pojednání [12], jež bylo z technických příčin publikováno až v r. 1929. Zajímal se tehdy také o teorii míry; zanechal jí však, když zjistil, že výsledky, k nimž směřoval, již získal F. Hausdorff.

V zimě 1922–1923 pracoval P. Uryson na přípravě svých zmíněných publikací; jaro a léto 1923 pak ztrávil společně s P. S. Alexandrovem v Německu, hlavně v Göttingen, kde jejich výsledky vyvolaly značnou pozornost. Teprve srpen a září věnovali převážně rekreaci (P. Uryson se zmiňuje v jednom dopise o tom, že vlastně již přes tři roky neodpočíval). Na podzim 1923 a v zimě 1923–24 se začal P. Uryson zabývat velmi usilovně kombinatorickou topologií, jakož i problematikou, která se nyní zařazuje do tzv. topologické dynamiky, otázkami uzavřených geodetik aj. Na jaře 1924 odcestovali P. S. Uryson a P. S. Alexandrov znovu do Německa, pak do Holandska a do Francie. Koncem června 1924 odjeli oba z Paříže na rekreaci k moři do vesničky Le Batz. P. Uryson dopisoval konečné znění práce [13].

V neděli 17. srpna 1924 si oba přátelé šli zaplavat, přestože moře bylo mimořádně rozbouřené. Za chvíli se vraceli, ale prudká vlna mrštila P. Urysona na skálu. Jeho přítel se ho snažil vytáhnout z vody, ale podařilo se mu to až po poměrně dlouhé době. Úsilí lékaře, který byl náhodou na břehu, bylo marné.

P. S. Uryson byl nejen – přes krátkost své vědecké dráhy – velkým matematikem; byl také vynikající mnohostrannou osobností. Šíře jeho záběru v matematice bude patrná z popisu jeho díla; o jeho znalostech z fyziky jsme se již zmínili. Jeho zájmy byly velmi široké — šachy (zápis z deníku 28. 9. 1920: „zkoušky budou co nevidět, ale ani mě nenapadá, že bych studoval, a spíše přehrávám šachové partie...“), literatura, občas divadlo, hudba, politika.

Již velmi brzy dovedl se soustředit na podstatné, a když šlo o důležitou věc — a nejdůležitější pro něho byla matematika — dokázal pracovat s mimořádným úsilím a vytrvalostí. Samotné formulování důkazů v jeho hlavních pracích bylo — se zřetelem k tomu, že příslušná technika nebyla ještě vůbec vypracována — nejen významným vědeckým dílem, ale také mimořádným pracovním výkonem. Nebyl však pilný v obvyklém studijním smyslu a vůbec dovedl brát běžné věci života trochu lehčeji.

Své pedagogické povinnosti, jež bývaly dosti namáhavé, bral však velmi vážně. Zdá se ostatně, že P. Uryson uměl výborně přednášet. Jeho universitní topologické přednášky i jeho referáty v Moskevské matematické společnosti vynikaly jistě především obsahem, ale zároveň také způsobem podání. Dovedl velmi dobře přednášet také na technice a konat populární vědecké přednášky (např. v lednu 1923 spolu s P. S. Alexandrovem cyklus přednášek s názvem „O matematickém poznání světa ve světle teorie relativity“).

Kombinace hluboké zaujatosti pro svůj obor a širokého mnohostranného rozhledu, vysoké úrovně a skromnosti, temperamentu a citlivého přístupu k lidem činily z P. Urysona neobyčejně přitažlivou osobnost. Přispívaly k tomu také jeho schopnost radovat se, přirozené nedbání konvence, celková mladistvost zjevu i vystupování. Zároveň s tím byl v Urysonově povaze jakýsi skrytý hluboký smutek. Nebyly asi náhodné takové záznamy v deníku jako (uvádím zkráceně) „neměl jsem dětství, neboť jsem začal studovat příliš brzy; neměl jsem chlapectví, neboť jsem neměl kamarády; neměl jsem ani mládí ...“, a jinde „již dávno jsem došel k tomu, že v Encyklopedii bude: Uryson Pavel Samuilovič (1898 – 1935) ...“.

Vědecké dílo

Těžiště práce P. Urysona je ovšem v obecné topologii a v teorii dimenze. Ve srovnání s tím ustupují jeho ostatní práce do pozadí, naprosto však nejsou zanedbatelné. Nejdůležitější z nich je asi první práce [6], v níž jde o integrální rovnici

$$\varphi(x) = \lambda \int_a^b K(x, s, \varphi(s))\, \mathrm{d}s + f(x)\,.$$

Za jistých předpokladů dokazuje mj. to, že — zhruba řečeno — hodnoty λ, pro něž má rovnice řešení, tvoří interval a pro každé λ z tohoto intervalu má daná rovnice právě jedno kladné řešení, jež závisí na λ spojitě a monotonně.

Zdá se, že tato práce dosti dlouho neměla skoro žádný ohlas. Teprve podstatně později (sr. poznámky ke zmíněné práci v [1] a článek [14]) se začaly soustavněji zkoumat rovnice uvedeného tvaru (za širších předpokladů) i obecnější příbuzné typy rovnic; těmto rovnicím a příslušným operátorům se nyní často dává Urysonovo jméno.

Pozornosti si zaslouží též práce [15] o konvexních tělesech. P. Uryson v ní navazuje na myšlenky MINKOWSKÉHO a dokazuje, že v obvyklém n-dimenzionálním prostoru má ze všech konvexních těles dané tzv. střední šířky největší objem právě koule. Práce je zajímavá mj. tím, že měla být, jak je to patrné z jejího úvodu, přípravou pro vybudování teorie k-dimenzionální míry v n-dimenzionálním prostoru. Později však P. Uryson zanechal, jak jsme se již zmínili, této tematiky.

Šíři Urysonových zájmů ukazuje též práce [16], v níž jde o analytické funkce f, které splňují rovnici

$$\sum_{i=1}^{n} k_i f(\lambda_i z + \mu_i) = 0 .$$

Přitom k_i, λ_i, μ_i jsou daná komplexní čísla a funkce f se má chovat „v nekonečnu" předepsaným způsobem. Práce je zajímavá též pro souvislosti s topologií: za určitých okolností je množina singularit funkce f kontinuem jistého typu, který P. Uryson zkoumal ve svých topologických pracích.

Konečně drobná Urysonova práce [17] patří vlastně do teorie topologických lineárních prostorů (která ovšem tehdy ještě neexistovala). Dokazuje se v ní, že jistá přirozená topologie na lineárním prostoru nemůže být dána prostřednictvím normy.

Podstatu Urysonova vědeckého díla tvoří vybudování teorie dimenze a základů obecné topologie (zčásti společně s P. S. Alexandrovem). První topologická práce [7], o které jsme se již zmínili, byla vlastně svého druhu cvičením v topologickém uvažování. Ihned po ní následuje práce [10], jež má fundamentální význam. V základních myšlenkových obrysech vznikla v létě 1921; hlavní výsledky byly dokázány na podzim 1921 a v zimě 1921-1922; pro tisk byla připravena (až na malé doplňky) v březnu 1923.

Problém, z něhož P. S. Uryson vychází, lze zhruba popsat tímto způsobem (nepředpokládáme přitom žádné znalosti z teorie dimenze a používáme jen nejzákladnějších topologických pojmů): Zkoumejme podmnožiny n-rozměrného euklidovského prostoru E^n; omezme se zatím třeba na uzavřené podmnožiny. Vezmeme třeba nejdříve nejjednodušší netriviální případ, tj. rovinu E^2. Pak u některých množin (např. u „oblouků", tj. množin, na něž se dá spojitě vzájemně jednoznačně zobrazit úsečka, nebo u množin, jež jsou sjednocením konečného počtu oblouků a přitom jsou souvislé) je názorně dosti jasné, že bychom je měli považovat za křivky. Můžeme však jít dále, a není ihned jasné, kde se máme zastavit; zřejmé je asi jen to, že množina, která má v E^2 vnitřní body (takže jakýsi kruh je celý její částí), určitě nemůže být považována za křivku. „Křivky" byly v této době často pojímány – pod názvem „Cantorovy křivky" – právě tímto širokým způsobem: Cantorova křivka v E^2 je prostě souvislá omezená uzavřená množina (čili „kontinuum"), která nemá v E^2 vnitřní body. Pod pojem „křivky" se pak sice zahrnují také útvary dosti vzdálené názornému chápání křivky, pojetí je však důsledné a zachovává některé důležité názorné vlastnosti. Tak např. Cantorova křivka se rozpadne na libovolně malé kusy, když ji vhodně „přestřihneme" v některých navzájem nesouvisejících bodech (byť možná tvořících nekonečnou množinu). Uvedené pojetí bylo dosti všeobecně akceptováno, nebylo však vůbec jasné, jak postupovat dál, třeba už jen jak zavést – nejširším přijatelným způsobem – pojem „křivky" v E^3. P. S. Uryson si právě položil otázku, jak je třeba pojmout „křivky" v E^n, $n \geqq 2$, „plochy" (2-rozměrné) v E^n,

$n \geqq 3$, 3-rozměrné „nadplochy" v E^n, $n \geqq 4$, atd. Šlo přitom o definici, která by využívala pouze vnitřní vlastnosti množiny, o kterou jde, a nikoli polohu množiny v prostoru E^n (jak tomu vlastně je při uvedeném pojetí Cantorovy křivky).

P. Urysonovi se podařilo najít vhodné pojetí a přitom zároveň vybudovat to, čemu se nyní říká teorie dimenze, a to způsobem, který se dá použít pro mnohem obecnější útvary než podmnožiny prostoru E^n.

K širšímu významu tohoto objevu se ještě vrátíme. Teď jen připomeneme pojem dimenze a pak uvedeme některé věty obsažené v práci [10].

Pojem dimenze podmnožiny eukleidovského prostoru E^n se zdá zřejmý, až banální, dokud jde o množiny dostatečně přístupné názoru. Jakmile se přejde ke složitějším množinám, není zdaleka nasnadě vhodná definice. První se o definici (pro množiny v E^3) pokusil B. BOLZANO (např. [18], [19]). Jeho základní myšlenka byla správná, a spočívá na ní i nynější definice; podaná definice však nevyhovovala (ostatně tehdy ani nebyly prostředky pro její přiměřenou formulaci). Mnohem později načrtává v r. 1911 H. POINCARÉ ([20]) dosti nejasným způsobem obecnou induktivní definici a v r. 1913 podává L. E. J. BROUWER ([21]) zřetelnou definici, přičemž mu však jde jen o n-rozměrnou krychli a hlavně o to, že není homeomorfní s m-rozměrnou krychlí pro $m \neq n$. Teprve P. S. Uryson, který zřejmě o těchto námětech a výsledcích nevěděl, podává obecnou definici použitelnou pro velmi širokou třídu prostorů. Lze ji ve stručnosti vyslovit takto: (1) prostor P má dimenzi $\leqq 0$, jestliže každý jeho bod má libovolně malá okolí, jejichž hranice je prázdná (tak je tomu např. pro prostor všech racionálních čísel). (2) je-li již definováno, co znamená, že P má dimenzi $\leqq n$, pak definujeme: P má dimenzi $\leqq n + 1$, jestliže každý bod $x \in P$ má libovolně malá okolí, jejichž hranice má dimenzi $\leqq n$. Takto zavedené dimenzi se nyní říká „malá induktivní dimenze" (je mnoho jiných druhů dimenze; o tom však zde nebudeme mluvit).

Tento pojem dimenze*) a pojmy, které s ním souvisí, jsou vlastně hlavním předmětem zkoumání v práci [10]. Hlavní výsledky jsou dvojího rázu: jednak značně obecné věty, které P. Uryson sám považoval, aspoň ze začátku, spíše za pomocná tvrzení, jež však nyní tvoří základ obecné teorie dimenze, jednak speciálnější tvrzení (vztahující se na množiny v E^n), která v Urysonově práci spočívají na konkrétních konstrukcích geometrického rázu. Jedním z nejdůležitějších obecných tvrzení obsažených v [10] je věta o rovnosti induktivní a tzv. kombinatorické dimenze: pro metrizovatelný prostor se spočetnou bazí je induktivní dimenze rovna nejmenšímu n, pro které platí, že prostor lze pokrýt libovolně malými otevřenými množinami takovým způsobem, že žádný bod nepatří do více než $n + 1$ množin. Jako příklad výsledku jiného rázu lze uvést větu o společné hranici, kterou P. Uryson dokázal pro $n = 2$; věta říká, že omezená uzavřená množina, která je společnou hranicí dvou oblastí v E^{n+1}, je tzv. n-dimenzionální Cantorovou varietou, tj. souvislým kompaktním prostorem dimenze n, jehož dimenzi nelze snížit odstraněním uzavřené množiny dimenze $\leqq n - 2$.

Na práci [10] navazuje věcně i myšlenkově práce [22], kterou připravil pro tisk P. S. Alexandrov. Má speciálnější ráz: P. Uryson se v ní zabývá Cantorovými křivkami

*) Teorii dimenze budoval přibližně současně s P. Urysonem také K. MENGER. Podle všeho je však Urysonova priorita jednoznačná; dosti podrobně se o tom pojednává v [2].

a soustavně buduje jejich teorii. Podobně jako v práci [10] se některé výsledky patřící vlastně do algebraické topologie dokazují ryze „množinovými" metodami.

Množin v E^n, topologie kontinuí a příbuzných otázek se týkají – ponecháme-li stranou předběžná sdělení apod. – ještě čtyři Urysonovy články. Z hlediska celkové charakteristiky Urysonova díla je zajímavá zejména práce [23], v níž se velmi podstatně používá pojmů a postupů deskriptivní teorie množin, a práce [24], jež vznikla v r. 1924 a je první – a bohužel také poslední – Urysonovou prací patřící do algebraické (kombinatorické) topologie.

Druhou skupinu Urysonových topologických prací tvoří články z obecné teorie topologických, resp. metrických prostorů včetně prací o metrizaci. Patří do ní – ponecháme-li stranou některá předběžná sdělení apod. – 10 prací, z nichž tři jsou společné s P. S. Alexandrovem.

První práce [25] z tohoto okruhu byla připravena začátkem r. 1922 a publikována v r. 1923. Je v ní podán nástin důkazu tvrzení, že kompaktní topologický prostor (Hausdorffův) se spočetnou bazí je metrizovatelný. Důkaz je obtížný, velmi konstruktivní a vtipný; je z něho mj. patrné, že P. Uryson tehdy ještě neznal fundamentální tvrzení, kterému se nyní říká „Urysonovo lemma".

Z obecného hlediska je pozoruhodné to, že P. Uryson podává hned na začátku práce obecné vymezení pojmu prostoru. V článku stojí – zdůrazněno kurzívou – toto: „Množina jakýchkoliv prvků se stává prostorem, jsou-li v ní určeny ty nebo ony vztahy mezi jejími prvky". To se velice podobá, byť ve značně zúžené formě, modernímu a nyní již běžnému pojetí množiny opatřené strukturou. P. Uryson pak ihned přechází k různým pojetím topologických, popř. uzávěrových prostorů atd. Přitom nemá už vztahy (relace) mezi prvky dané množiny, nýbrž širší vztahy (mezi prvky a podmnožinami apod.), takže možná své vymezení pojmu prostoru mínil širším způsobem, než je vyslovil. To se však sotva dá vyjasnit: nikde jinde se už u P. Urysona tak obecné pojetí prostoru nevyskytuje, a to ani v práci [11], v níž je podrobně rozveden důkaz naznačený v [25].

Velmi brzy po prvních výsledcích týkajících se metrizace začal se P. Uryson zabývat spolu s P. S. Alexandrovem obecnými topologickými prostory (splňujícími Hausdorffův axióm oddělitelnosti). K hlavním výsledkům dospěli na jaře a v létě 1922. V celém rozsahu byly výsledky, jak jsem se již zmínil, uveřejněny ([12]) až v r. 1929; řada výsledků je však obsažena v dílčích předběžných článcích publikovaných v r. 1923, 1924, 1925. Z nich je zejména významný článek [26] o metrizaci normálních prostorů se spočetnou bazí. V pojednání [12] se neudává, který výsledek pochází od kterého z obou autorů; někdy se možná autorství ani nedalo rozlišit; někdy se však dá zjistit na základě obsahu jiných článků.

Pojednání [12] mělo značný význam pro další rozvoj obecné topologie. Byl v něm zaveden fundamentální pojem bikompaktního (v terminologii, která nyní převažuje, kompaktního) prostoru a byly dokázány některé základní věty o těchto prostorech. Zároveň byly zavedeny, popř. prozkoumány – někdy jen v základních rysech, někdy podrobněji – některé příbuzné třídy prostorů i četné další pojmy, jejichž užitečnost se jasně ukázala v pozdějším vývoji. Jedna z kapitol je věnována lokálně bikompaktním a lokálně kompaktním (v nynější terminologii lokálně spočetně kompaktním) prostorům. Závěrečná kapitola věnovaná metrizaci obsahuje zejména Urysonovu větu o metrizovatelnosti normálního prostoru se spočetnou bazí a větu o nutné a postačující podmínce pro metrizovatelnost lokálně kompaktního prostoru. Ještě důležitější je to, že v pojednání je obsaženo fundamentální Urysonovo lemma, jež říká toto: v normálním prostoru lze libovolné dvě disjunktní uzavřené množiny oddělit spojitou funkcí, tj. existuje spojitá reálná funkce, která v každém bodě jedné množiny má hodnotu 0, v každém bodě druhé hodnotu 1.

Vzhledem k významu lemmatu všimneme si teď poněkud podrobněji jeho historie. P. Uryson objevil lemma na jaře nebo v létě 1922; to je patrné z toho, že věty obsažené v [12] nalezl ve zmíněné době a referoval o nich v Moskevské matematické společnosti v červnu a říjnu 1922, a na druhé straně, jak jsem se již zmínil, na počátku r. 1922 zřejmě ještě toto lemma neznal. Lemma bylo poprvé publikováno až v r. 1925 v práci [13]; je v ní uvedeno až v dodatcích, konstrukční postup, kterým se dostane, je však obsažen již v hlavním textu (zhruba řečeno jde tam, o to, že v normálním prostoru existuje soubor mohutnosti exp $\aleph_0$, skládající se z navzájem disjunktních uzavřených množin oddělujících dva dané body). Vezmeme-li ještě v úvahu to, že k některým důležitým výsledkům obsaženým v práci [13], např. k příkladu spočetného souvislého prostoru, dospěl P. Uryson již začátkem r. 1922, zdá se, že by stála za uvážení následující domněnka, k jejímuž ověření by ovšem bylo nutné velmi podrobné prozkoumání všech souvislostí.

Zdá se, že P. Uryson objevil konstrukční postup vedoucí k jeho fundamentálnímu lemmatu již někdy na jaře 1922 a odvodil na jeho základě větu o mohutnosti souvislého normálního prostoru. Jeho přístup k topologické problematice byl výrazně geometrický; spojité funkce na topologickém prostoru nebyly středem jeho zájmu. Proto si všiml až poněkud později toho, že zmíněný konstrukční postup dává také tvrzení o oddělování disjunktních uzavřených množin spojitou funkcí. Při sepisování základního textu práce [13] pak buď použil původního náčrtu, anebo spíše dal přednost původní formulaci, v níž se nepoužívá funkcí, a tvrzení o funkcích umístil až do dodatku.

Dalším důležitým výrazným rysem pojednání [12] je velký počet příkladů prostorů. Tyto příklady většinou ukazují, že topologický prostor může mít jistou vlastnost, která se u běžných prostorů (např. podprostorů E^n) nevyskytuje. V tomto smyslu tehdy asi často měly překvapivý charakter a podnítily další rozvoj topologie možná neméně než obecné věty. Práce obsahuje také řadu otevřených problémů, které většinou byly vyřešeny až mnohem později a také podstatně ovlivnily práci v obecné topologii.

S pojednáním [12] myšlenkově souvisí, jak jsem již uvedl, práce [13]. Problematika, z níž se v ní vychází, totiž otázky mohutnosti souvislých prostorů apod., byla důležitá; pro další vývoj topologie však je závažné především fundamentální lemma (o němž již byla řeč) a neméně fundamentální Urysonova věta o tom, že omezenou spojitou funkci definovanou na uzavřené části normálního topologického prostoru lze rozšířit na spojitou funkci na celém prostoru. P. Uryson objevil tuto větu patrně až nedlouho před svým úmrtím: v definitivním textu práce [13] je obsažena (i s důkazem) až v posledním odstavci označeném „dodatečné poznámky“; přitom definitivní text je datován dnem 14. srpna 1924. Je ovšem možné, že P. Uryson znal větu a dovedl ji dokázat již třeba mnohem dříve, ale teprve v uvedené době našel dostatečně jednoduchý nebo výrazný důkaz nebo výraznou formulaci věty anebo si teprve plně uvědomil její význam.

S metrizačními větami v práci [12], ještě více však s prací [11] souvisí společná práce [27] P. S. Urysona a P. S. Alexandrova, v níž je udána podmínka, jež je nutná a stačí pro metrizovatelnost topologického prostoru. Podmínka není sice dosti uspokojivá (je v ní, jak říká P. S. Alexandrov, vlastně napodobována známá „trojúhelníková" nerovnost pro metriku), byla však (podstatně později) východískem pro jiné důležité pojmy a postupy.

Z drobnějších prací topologických připomenu již jen topologické charakterizace prostoru iracionálních čísel obsažené v práci [28] společné s P. S. Alexandrovem.

Poněkud stranou ostatních Urysonových prací z topologie je konečně pozoruhodný článek [29]. Je v něm sestrojen metrický prostor U, který je separabilní, tj. obsahuje spočetnou hustou množinu, a je „největší" ze všech takových prostorů: každý separabilní metrický prostor se dá zobrazit se zachováním metriky na jistou část prostoru U. Kromě toho prostor U je homogenní v tom smyslu, že jsou-li A, B navzájem izometrické konečné podmnožiny U, pak existuje isometrické zobrazení prostoru U na sebe, které převádí A v B. Ukazuje se přitom, že každý metrický prostor, který má uvedené vlastnosti prostoru U, je již izometrický s U. Tento pozoruhodný výsledek zůstával dlouho nepovšimnut. Pokud vím, nebylo na něj přímo navázáno; otázka „metrické univerzality" byla ovšem v různých obměnách předmětem zkoumání.

K plnému a podrobnému zhodnocení významu Urysonova díla by bylo třeba sledovat dosti podrobně, jak se v matematice postupně uplatňovaly a dále rozvíjely jeho koncepce a konkrétní výsledky. Jeho dílo je však natolik významné, že se lze obejít i bez takové detailní analýzy. Každý, kdo se seznámil aspoň se základy obecné topologie, ví, že jedním z nezbytných a nyní již skoro samozřejmých prostředků při většině úvah je Urysonovo lemma a Urysonova věta. Metrizační věta pro normální (resp. regulární, což zde dává totéž) prostory se spočetnou bází patří rovněž mezi základní fakta topologie a zároveň je jejím důležitým nástrojem. Teorie dimenze je jednou z nejpoutavějších a nejrozvinutějších kapitol teorie topologických prostorů. Přitom Urysonovy výsledky zároveň otevíraly výhledy dalšího bádání, které vedlo k jejich různým zobecněním, rozšířením a modifikacím. Ty zároveň ještě více zdůraznily klasickou jednoduchost a hloubku základních Urysonových výsledků.

Jak jsem již uvedl, lze říci, že F. Hausdorff založil obecnou topologii a P. Uryson z ní učinil samostatnou disciplínu s vlastní problematikou. F. Hausdorff vytvořil vhodný pojem i našel vhodnou axiomatiku a odvodil její důsledky. Tím bylo zjištěno, že řadu pojmů a faktů týkajících se běžných prostorů lze získat na základě velmi široce pojatých axiómů. To byl prvořadý tvůrčí čin, zejména vezmeme-li v úvahu, že přístup, při němž se obsažné obecné teorie budují na základě jednoduchých axiómů, byl tehdy teprve v začátcích svého rozvoje. K tomu však, aby obecná topologie se stala plnoprávnou disciplínou, bylo třeba mnohem více: bylo třeba zjistit fakta, která nemají přímou obdobu u běžných prostorů a přitom se ve svém celku řídí určitými jednoduchými hlubokými zákonitostmi; bylo třeba objevit obecné věty, které by umožňovaly zkoumání širokých tříd topologických prostorů a přitom vedly k dosud nezjištěným důsledkům i u prostorů běžného typu. To vše učinil jako první P. Uryson. Podstatně se přitom zřejmě uplatnila jeho pronikavá intuice, blízká intuici geometrické, ale přece od ní odlišná. Lze říci ve zkratce, že P. Uryson byl první, kdo opravdu „viděl" strukturu topologických prostorů.

Význam Urysonova díla však v mnohém překračuje hranice topologie. Byl patrně první, kdo při budování abstraktní teorie (teorie určitého typu matematických struktur) vědomě dospěl v tak širokém rozsahu k „realizačním" větám, totiž k větám o vyjádření abstraktních struktur pomocí relativně konkrétních objektů, v tomto případě reálných čísel, a také prvním, kdo takovou teorii soustavně vybudoval až k hlubokým výsledkům, které dávají nové poznatky o objektech klasického typu.

Literatura.

[1] P. S. URYSON: *Trudy po topologii i drugim oblasťam matematiki*. Redakcija, primečanija i vstupitělnaja stafja P. S. Alexandrova. Moskva, Leningrad, 1951. Tom I, II; 992 str. (paginováno průběžně). Tato publikace obsahuje — v ruském znění a místy s drobnými úpravami — všechny Urysonovy matematické práce (s výjimkou několika drobných článků překrytých jinými publikacemi apod.).

[2] P. S. ALEXANDROV: *P. S. Uryson i jego mesto v matematičeskoj nauke*. — [1, 9—42].

[3] LINA NĚJMAN: *Radosť otkrytija. Matematik Pavel Uryson*. Moskva, 1972.

[4] L. A. LJUSTERNIK: *Molodosť moskovskoj matematičeskoj školy*. Uspechi matem. nauk *22* (1967), č. 1, 137—161.

[5] A. F. LAPKO, L. A. LJUSTERNIK: *Iz istorii sovětskoj matematiki*. Uspechi matem. nauk *22* (1967), č. 6, 13—140.

[6] P. URYSON: *Ob odnom tipe nělinejnych integralnych uravněnij*. Matem. sb. *31* (1923), 236—254. — [1, 45—77].

[7] P. S. URYSON: *Ob odnoj zadače Karateodori* [*Carathéodory*]. Matem. sb. *31* (1924), 86—90. — [1, 85—92].

[8] P. URYSOHN: *Sur quelques équations fonctionelles linéaires*. Matem. sb. *36* (1929), 385—400. — [1, 823—845].

[9] P. URYSOHN: *Exemple d'une série entière prenant, sur son cercle de convergence, un ensemble de valeurs non mesurable B*. C. R. Acad. Paris *183* (1926), 548—550. — [1, 819—822].

[10] P. URYSOHN: *Mémoire sur les multiplicités cantoriennes*. Fund. Math. *7* (1925), 30—139; Fund. Math. *8* (1926), 225—359. — [1, 229—512].

[11] P. URYSOHN: *Über die Metrisation der kompakten topologischen Räume*. Math. Ann. *92* (1924), 275—293. — [1, 124—146].

[12] P. ALEXANDROFF, P. URYSOHN: *Mémoire sur les espaces topologiques compacts*. Verh. Kon. Akad. Wetensch. Amsterdam, 1 sectie, *XIV*, No 1 (1929), 1—96. — [1, 854—963].

[13] P. URYSOHN: *Über die Mächtigkeit der zusammenhängenden Mengen*. Math. Ann. *94* (1925), 262—295. — [1, 177—218].

[14] M. A. KRASNOSELSKIJ: *Vtoroje rožděnije*. — V knize [3], str. 170—174.

[15] P. URYSON: *Zavisimosť meždu sredněj širinoj i objomom vypuklych těl v n-mernom prostranstve*. Matem. sb. *31* (1924), 477—485. — [1, 107—119].

[16] P. URYSOHN: *Sur quelques équations fonctionnelles linéaires*. Matem. sb. *36* (1929), 385—400. — [1, 823—845].

[17] P. URYSOHN: *Sur un problème de M. Fréchet relatif aux classes des fonctions holomorphes*. C. R. Congrès Sociétés Savantes 1924. — [1, 172—176].

[18] B. BOLZANO: *Die drey Probleme der Rectification, der Complanation und der Cubirung ....* Leipzig, 1817. — Znovu publikováno v knize B. BOLZANO, *Geometrické práce*. Vydal a poznámkami opatřil J. Vojtěch. Praha, 1948; str. 67—138.

[19] B. BOLZANO: *Über Haltung, Richtung, Krümmung und Schnörkelung ....* Napsáno 1844, poprvé publikováno v právě uvedené knize, str. 139—184.

[20] H. POINCARÉ: *Pourquoi l'espace a trois dimensions*. Révue de metaphysique et de morale *20* (1912), 483—504.

[21] L. E. J. BROUWER: *Über den natürlichen Dimensionsbegriff.* Journ. reine angew. Math. *142* (1913), 146—152.

[22] P. URYSOHN: *Mémoire sur les multiplicités Cantoriennes, II. Les lignes Cantoriennes.* Verh. Kon. Akad. Wetensch. Amsterdam. 1 sectie, *13*, No 4 (1928), 1—172. — [1, 517—739].

[23] P. URYSOHN: *Sur les points accessibles des ensembles fermés.* Proc. Kon. Akad. Watensch. Amsterdam *28*, No 10 (1925), 984—993. — [1, 807—818].

[24] P. URYSOHN: *Über Räume mit verschwindender erster Brouwerscher Zahl.* Proc. Akad. Wetensch. Amsterdam *31* (1928). 808—810. — [1, 796—798].

[25] P. URYSOHN: *Sur la metrisation des espaces topologiques.* Bull. Acad. Polon. (A) 1923 (1924), 13—16. — [1, 120—123].

[26] P. URYSOHN: *Zum Metrisationsproblem.* Math. Ann. *94* (1925), 309—315. — [1, 740—746].

[27] P. ALEXANDROFF, P. URYSOHN: *Une condition nécessaire et suffisante pour qu'une classe (L) soit une classe (D).* C. R. Acad. Paris *177* (1923), 1274—1275. — [1, 964—972].

[28] P. URYSOHN, P. ALEXANDROFF: *Über nulldimensionale Mengen.* Math. Ann. *98* (1927), 89—106. — [1, 973—992].

[29] P. URYSOHN: *Sur un espace métrique universel.* Bull. Sciences Math. (2) *51* (1927), 43—64, 74—90. — [1, 747—777].

K výročí B. Kučery (1874—1921)

22. března uplynulo 100 let od narození významného českého fyzika Bohumila Kučery. B. Kučera se narodil r. 1874 v Semilech, vysokoškolská studia konal na Univerzitě Karlově a polytechnice v Curychu. Roku 1900 se stal asistentem na univerzitě v Darmstadtu, kde se r. 1903 habilitoval z experimentální fyziky. Téhož roku se vrací do Prahy na českou univerzitu, kde se r. 1908 stává mimořádným, 1912 řádným profesorem experimentální fyziky. Zemřel 16. 4. 1921.

Po některých drobnějších výsledcích vzbudil Kučera pozornost svou habilitační prací — studiem elektrokapilárních křivek metodou vážení kapek. Proti elektrokapilární parabole, získané Lippmannovou klasickou metodou založenou na kapilární depresi, vykazovaly Kučerou získané křivky jisté anomálie. Kučera sice obhájil správnost své metody proti námitkám vzneseným v literatuře, odvodil ze svých měření i vztah vyjadřující adhezi rtuti k elektrolytu, ale ve zkoumání dané problematiky již dále nepokračoval. Teprve r. 1918 upozornil Kučera na anomálie elektrokapilární křivky, získané jeho metodou, J. HEYROVSKÉHO a vybídl ho, aby se pokusil objasnit podstatu tohoto jevu. Série Heyrovského prací k tomuto tématu pak dala vznik polarografii.

Kučera sám obrátil svou pozornost k radioaktivitě. Získal v tomto tehdy novém oboru značnou erudici a i řada jeho původních prací se zařadila do běžné světové produkce. Bohumil Kučera byl jediný, kdo se v našich zemích před první světovou válkou radioaktivitou vědecky zabýval.

Jako vysokoškolský učitel pojímal Kučera experimentální fyziku moderně, se značným důrazem na teorii, jak o tom svědčí i jeho učebnice *Základy mechaniky tuhých těles.* Bohumil Kučera byl i dlouholetým funkcionářem JČMF a redaktorem fyzikální části Časopisu pro pěstování matematiky a fyziky.

I. S.

Biogr. a bibliogr.: ZÁVIŠKA F., *Prof. Dr. Bohumil Kučera,* Časopis pro pěstování matematiky a fyziky *51* (1922), 240—247.