

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Jiří Komrška

Korpuskulární optika jako experimentální východisko při výuce kvantové mechaniky

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 27 (1982), No. 1, 24--37

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139590>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1982

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Korpuskulární optika jako experimentální východisko při výuce kvantové mechaniky*)

Jiří Komrška, Brno

LABORATORIES FOR EDUCATIONAL PURPOSES

Previous to the nineteenth century, scientific laboratories existed simply for original investigation; they seldom played a part in elementary or in higher education. Doubtless, the error of this practice was felt by many teachers and scientists, and chief among such men was the Moravian educational reformer, **Johann Amos Comenius** (1592—1671), who said: "Men must be instructed in wisdom so far as possible, not from books, but from the heavens, the earth, the oaks and the beeches; that is, they must learn and investigate the things themselves, and not merely the observations and testimonies of other persons concerning the things." "Who is there," he cries, "who teaches physics by observation and experiment, instead of by reading an Aristotelian or other textbook?"

F. Cajori 1929 [1]

1. Intráda

„Tehdy jsem už měl s řešením Schrödingerovy rovnice dosti zkušeností, abych věřil, že se elektrony někdy chovají jako vlny, a od té doby mi už tahle věc nikdy starosti nedělala.“ Ivar Giaever [2] touto větou upřímně vystihl nepřírozenost cesty, jež přivedla většinu dnešních fyziků k přijetí vlnových představ. To s Karlem Čapkem tomu bylo jinak. Také on vyznal 14. 2. 1926 v Lidových novinách: „...věřím a vyznávám, že jsou na světě vlny a zázraky, amen.“ [3]. Ale řekl to ne proto, že byl znaven řešením okrajových problémů jisté rovnice, o níž mu někdo namluvil, že je vlnová, nýbrž proto, že se mu podařilo chytit na krystalku pražský Radiožurnál.

Markantním rysem současné výuky kvantové fyziky je důraz na formálně matematické stránce kvantové mechaniky. Nic proti tomu. Matematický formalismus je na fyzikální teorii jednou z nejkrásnějších věcí a poznávat, jak matematicky konzistentně vybudovaná teorie vysvětluje, nebo dokonce předpovídá jevy a události, patří k největším zážitkům, jaké studium fyziky poskytuje. Jenže na to už důraz kladen není. Studenti mají dojem, že kvantová mechanika je disciplínou aplikované matematiky a ne plnokrevnou fyzikou. Svůj podíl na tom mají i autoři učebních textů a přednášející. Jsou to většinou specializovaní teoretičtí fyzici. Ztratili však do té míry cit pro klasickou

* První část večerní přednášky, kterou autor proslavil 12. 5. 1981 na semináři „Pedagogicko-fyzikální problematika kvantové fyziky“, Luhačovice 12.—14. 5. 1981.

fyziku, o experimentální fyzice ani nemluvě, že odradí od aplikací hned na počátku, když používají k ilustraci „krachu klasických představ“ prostředků dosti nevybíravých, Úvodní kapitoly učebnic kvantové mechaniky k tomu poskytují nepřehledné množství příkladů. Student, který si může ještě některé pokusy, jež jsou prostou obměnou oněch pokusů ilustrujících „krach“, pamatovat z nedávných praktik, se pod vlivem tohoto experimentálního úvodu raději přestane pít po fyzikálních skutečnostech a pokorně se oddá studiu matematiky. Až se unaví, je náležitě zralý ocenit, že účelně postulovaná Schrödingerova rovnice tu neb ona skutečnost vysvětluje, např. spektrum vodíkového atomu. Dá se však ochotně usměrnit dobře míněnou radou, že je lépe do detailů se zatím nepouštět. Je totiž snazší porovnávat prostudovanou teorii s odvary experimentálních údajů vzniklými přepisováním učebnic a sbírek příkladů, než ji učit aplikovat konfrontací se skutečnými experimenty. Zhruba v tomto stadiu – po jednom nebo dvou semestrech – to vše skončí. Pak má student ještě možnost po dva nebo tři roky sledovat postoje svých učitelů ke kvantové fyzice a stane se absolventem. Do života si odnáší vědomí, že existuje nebesky krásná teorie, která je správná už tím, že je krásná. Vedle ní pak existuje fyzikální skutečnost, experimenty, které kdysi kdosi udělal. Ty nedisponují pravoúhlými potenciálovými stěnami a jinými pomůckami, které teorii pomáhají obnažit fakta kvantové fyziky, a proto moc krásné nejsou. Tím jsou poněkud problematické.

Tento obraz vztahu absolventa ke kvantové fyzice není míněn jako kritika a už vůbec ne jako kritika oněch specializovaných teoretiků, kteří mají na výuce kvantové mechaniky rozhodující podíl. Ti snaživě dělají, co mohou, a učí kvantové fyzice tak, jak to považují za nejlepší. Formálně matematická stránka se jeví zdůrazněna prostě proto, že nikdo na nic jiného důraz neklade. Má-li se na současném stavu výuky kvantové fyziky něco spravovat, mělo by se to týkat především experimentální stránky. Fyzikálně přiměřená interpretace poctivého fyzikálního experimentu by měla být minimálním požadavkem. Proč se tomu vyhýbáme? Vždyť např. difrakce rychlých elektronů na krystalech je užitečná pro fyziky, chemiky, krystalografy, a dokonce elektroinženýři v ní mohou shledat absolutní metodu měření stejnosměrného vysokého napětí (nad 25 kV), při níž je běžná přesnost i správnost 0,1%. A v republice jsou stovky – ne-li tisíce – elektronových mikroskopů.

Byl bych však nerad, kdyby vznikl dojem, že každý historický experiment se hodí jako příklad do cvičení ke kursu kvantové mechaniky ve 3. ročníku. Tak třeba nejčastěji používaný příklad – Davissonův-Germerův experiment s difrakcí pomalých elektronů na povrchu monokrystalu – je pro svou složitost nevhodný a jeho interpretace vyžaduje specialistu. Když už se takový složitý experiment uvádí jako příklad, nebo se dokonce požaduje jeho interpretace, je jistě možné ho zjednodušovat, nikoli však bez upozornění. Rozhodně je však nutné se vyvarovat scestných deformací skutečnosti.

Snaha předkládat studentům uhlazenou teorii má totiž vedle příjemného estetického působení také negativní důsledek: Skutečnosti jsou upravovány tak, aby hladce zapadaly do vytvářeného schématu. Tím vznikají deformace dvojího druhu.

Především je deformována faktická fyzikální stránka experimentů. Např. na interpretaci Davissonova-Germerova experimentu se jde tvrdě Braggovou rovnicí; při výkladu difrakce na dvojštěrbině se zaměňuje Fraunhoferova a Fresnelova difrakce atd. Lze

namítnout, že to nemusí moc vadit, neboť vážný zájemce se nakonec pravdy dobere. Většinou však už ne jako student 3. ročníku.

Za druhé bývá deformována historická stránka experimentů i teoretických objevů. Např. se tvrdívá, že Davissonovy pokusy s odrazem pomalých elektronů na povrchu niklu byly motivovány snahou ověřit de Broglieovy vztahy, že pokusy s difrakcí částic na dvojštěrbíně nebyly nikdy provedeny, a je tedy třeba se uchýlovat k myšlenkovému experimentu apod. To je vážnější, neboť i když se ze studenta stane odborník, nemá důvod si takové názory korigovat a ke korekci dochází jen náhodně. Tak se tyto deformace historie fyziky šíří dál a dochází k fabulaci a ke vzniku moderních legend.

Všimneme si proto při naší večerní procházce knihami a staršími časopisy také těchto legend a pokusíme se je uvádět na pravou míru. Přitom za pravdivé považujeme to, co se dočteme v původních časopiseckých článcích a co lze v laboratoři ověřit.

Literatura

- [1] CAJORI F.: *A history of physics*. Dover Publications Inc., New York 1962, 390.
- [2] GIAEVER I.: *Tunelování elektronů a supravodivost*. Čs. čas. fyz. A 25 (1975), 277–285.
- [3] ČAPEK K.: *Muž a krystal*. Lidové noviny 14. 2. 1926. Viz též *Na břehu dnů*. Československý spisovatel, Praha 1966, 175.

2. Úvod

*... poznat ji spěch lačný máme
a v románě ji poznáváme.
Sedají léta v naši líc,
nás nepotěšilo, žel, nic.
Zkušenost předstihnuše krásnou
svě štěstí kalíme si,...*

A. S. Puškin [1]

Při prvním setkání s kvantovou mechanikou upoutají zejména dvě skutečnosti: vlnový charakter částic a diskretní spektrum hodnot fyzikálních veličin. Jejich souvislost není a priori zřejmá a vyplývá teprve z rovnic kvantové mechaniky. Experiment, který by současně jednoznačně prokazoval obě skutečnosti, pravděpodobně neexistuje. Proto má smysl diskutovat experimenty, které potvrzují tu nebo onu skutečnost.

Při výuce kvantové mechaniky bývá teorie kvantitavně konfrontována pouze s experimenty, které prokazují kvantový charakter fyzikálních veličin (např. energiové spektrum atomu vodíku, komponenty momentu impulsu apod.). Těmito experimenty se dokazuje, že diskretní spektrum vlastních hodnot příslušné rovnice kvantové mechaniky odpovídá skutečnosti.

Menší pozornost bývá věnována pokusům, které bezprostředně prokazují vlnovou povahu částic. (Jde většinou o oblasti se spojeným spektrem vlastních hodnot.) Z nich bývá zmíněna – většinou nikoli bezchybně – pouze difrakce elektronů na krystalových mřížkách. V učebnicích kvantové mechaniky totiž nevykořenitelným způsobem zdomácněl mylný názor, že k difrakci vlnění je třeba mřížek s periodicitou srovnatelnou s vlnou-

vou délkou. Tak např. v překladu Blochincevovy učebnice [2] čteme: „*Z optiky je známo, že ohybový zjev je patrný jen tehdy, je-li vzdálenost mezi vrypy ohybové mřížky srovnatelná s vlnovou délkou ohýbajících se vln nebo je-li menší než vlnová délka.*“ (Když kdysi M. Horníček zobecnil zkušenost praotce Noa: „*Když loď, tak především na kopci!*“ [3], zdaleka nezašel tak daleko.) Vypadá to, jako bychom se rozhodli zapomenout klasickou fyziku, a zejména klasickou optiku, a nevzít na vědomí existenci elektro- nové optiky. A tak právě ty nejatraktivnější pokusy s difrakcí částic na makroskopických objektech, které jsou analogií základních difrakčních a interferenčních pokusů světelné fyzikální optiky (Youngův pokus s difrakcí na dvojici otvorů, ohyb na polorovině, šterbině, drátě, kuličce, kruhovém otvoru, interference získané Fresnelovým dvojhranolem), nejsou v učebnicích kvantové mechaniky buď vůbec, nebo jsou diskutovány jako myšlenkové experimenty. Většina těchto difrakčních a interferenčních experimentů, které položily v letech 1800–1850 základ vlnové teorii světla, má však dokonalou analogii v optice částic a byla skutečně provedena. Některé z nich jsou běžnou laboratorní technikou denně používanou v desetitisících elektronově mikroskopických laboratořích. Uvedené analogie jsou tak dokonalé, že často ani nelze říci, zda určitý snímek difrakčního nebo interferenčního jevu byl získán světlem nebo elektrony. Celé toto bohatství experimentálního materiálu čeká už 20 až 40 let na pedagoga, který by se ho pokusil využít k výuce kvantové fyziky již na velmi elementární úrovni.

Cílem přednášky je podat historicky přesný přehled těchto experimentů a upozornit na to, že korpuskulární optika (zejména elektronová optika) je vhodným, avšak zatím nedoceneným experimentálním východiskem při výuce kvantové mechaniky.

Literatura

- [1] PUŠKIN A. S.: *Eugen Oněgin*. Přel. J. Hora, SNKLU, Praha 1962, 247.
 [2] BLOCHINCEV D. I.: *Základy kvantové mechaniky*. NČSAV, Praha 1956, 36.
 [3] Scény z her Osvobozeného divadla. Soubor gramofonových desek Supraphon DM 15258–60, Praha 1966.

3. Index lomu v korpuskulární optice

*Učili jsme se ledabyly,
 stačili málo poznati:
 tak lze nám bez přílišné pýle
 svým vzděláním se blýskati.*

A. S. Puškin: *Eugen Oněgin* I, 5.

Ví bůh – a možná i psychologové – čím to je, že ucelená fyzikální teorie málo inspi- ruje k originálním aplikacím. Je ovšem možné, že za to nemůže teorie, ale spíš fyzici, kteří se v takové teorii zhlížejí jak Narcis ve studánce a nedbají Mefistofelova upozor- nění, že žití zlatý strom se zelená.

Varovný příklad necitlivosti krásné fyzikální teorie k aplikacím podává historie

vzniku a do značné míry i vývoje elektronové optiky. Uvedeme nejdříve fakta v jejich chronologické posloupnosti:

- (i) W. R. Hamilton v letech 1824 až 1834 matematicky objasnil analogii mezi mechanikou a optikou [1]. Konkrétně řečeno ukázal, že trajektorie částice v konzervativním silovém poli je stejná jako světelný svazek procházející jistým nehomogenním izotropním optickým prostředím.
- (ii) Již koncem 19. století se používalo rotačně symetrického pole k fokusaci svazku v katodových trubcích a také matematicky byl vyšetřován průchod katodových paprsků magnetickým polem [2 až 4].
- (iii) V r. 1926 a 1927 Hans Busch – experimentální fyzik specializovaný na elektrotechnické problémy, který později při přednáškách o sdělovacích ústřednách oslovoval posluchače svou fenomenální pamětí – publikoval dva články [5], v nichž dokázal, že rotačně symetrická statická elektromagnetická pole mají stejné fokusační vlastnosti jako rotačně symetrické soustavy ve světelné optice, a stal se tak otcem elektronové optiky.

Ke zhodnocení těchto faktů použijeme delšího citátu z knihy D. Gabora [6]:

„Když Busch studoval trajektorie elektronů v rotačně symetrických polích, nemyslel ani na vlnovou mechaniku, ani na hamiltonovskou analogii. Teprve když dokončil svůj článek a ukázal ho jednomu teoretickému fyzikovi, uslyšel zvolání: „Jak krásná ilustrace hamiltonovské analogie.“ Připomeňme si, že Sir William Hamilton napsal své slavné práce téměř přesně sto let před tím. Je zábavné rozvažovat o tom, že za těchto sto let studovaly Hamiltonovu dynamiku stovky schopných studentů a nebylo zřejmě jediného, jenž by si položil otázku: Nuže, je-li tak těsná analogie mezi dynamikou a optikou, co je analogií čočky v dynamice? Většina studentů asi vděčně přijímala hamiltonovskou analogii jen jako ukazatel na cestě k esoterickým mystériím kanonických transformací a k poslednímu násobiteli.

Aby experimentální fyzici neměli sklon usmívat se nad nepraktickým postojem matematiků, připomeňme, že měli elektronovou čočku v rukou po více než 25 let (1899 – 1926), aniž si všimli, že je to čočka. Byla to tzv. fokusační cívka katodových trubice nebo Braunových trubice, jak se jim tehdy říkalo. Na omluvu těchto experimentátorů lze říci jen to, že jejich trubice byly zařízení s výbojem v plynu, a dělo-li se v nich něco záhadného, bylo snadné to svalovat na výboj v plynu. Pouze Busch byl do té míry zaujat pozoruhodným působením fokusační cívky, že nad tímto problémem hloubal 15 let, a tak si plně zasloužil být objevitelem elektronové optiky.“

Jak tomu bylo na počátku, tak to zůstalo dlouho, ne-li dodnes. Elektronová optika je stranou zájmu fyziky a fyziků a rozhodující zásluhu na jejím rozvoji a podivuhodných aplikacích mají elektroinženýři. Ačkoli neberme to doslova, neboť ne všude se lidé ostře dělí na matematiky, fyziky, elektroinženýry, biology atd. jako v některých zemích střední Evropy.

Vraťme se však k indexu lomu v korpuskulární optice. Index lomu v korpuskulární optice je veličina úměrná složce hybnosti částice do směru trajektorie, tj. $\mathbf{p} \cdot \mathbf{t}$, kde \mathbf{p} je hybnost částice a \mathbf{t} jednotkový vektor tečny trajektorie. (Pokud je někdo toho názoru, že je zbytečné mluvit o složce hybnosti do směru trajektorie, když hybnost má přece směr

tečny k trajektorii, takže $\mathbf{p} \cdot \mathbf{t} = p$, prosím ho, aby měl chvíli strpení.) Poněvadž pro optické problémy je důležitý jen poměr indexů lomu, můžeme za index lomu považovat přímo tuto složku hybnosti $\mathbf{p} \cdot \mathbf{t}$. Nebo chceme-li, aby index lomu zůstal bezrozměrný, zvolíme za index lomu poměr složky $\mathbf{p} \cdot \mathbf{t}$ v obecném bodě a ve vhodně zvoleném – referenčním – místě optické soustavy.

O tom, že index lomu je úměrný tečné složce hybnosti $\mathbf{p} \cdot \mathbf{t}$ částice, se lze přesvědčit porovnáním variačních principů optiky a mechaniky. Fermatův princip vyjadřující, že světlo se šíří z bodu A do bodu B podél toho z možných paprsků, podél něhož je doba $t_B - t_A$ k tomu potřebná stacionární, tj.

$$(1) \quad \delta \int_{t_A}^{t_B} dt = 0,$$

ze použitím indexu lomu n , rychlosti světla c a elementu paprsku $ds = c/n dt$ vyjádřit ve tvaru

$$(2) \quad \delta \int_A^B n ds = 0.$$

Podobně z Hamiltonova principu, podle něhož se mechanická soustava v čase $t_B - t_A$ pohybuje tak, že integrál podle času z Lagrangeovy funkce je stacionární, tj.

$$(3) \quad \delta \int_{t_A}^{t_B} L dt = 0,$$

plyne [7] pro případ pohybu částice mezi body A a B ve statickém poli, kdy není třeba se zajímat o časový průběh pohybu, tzv. Maupertuisův princip

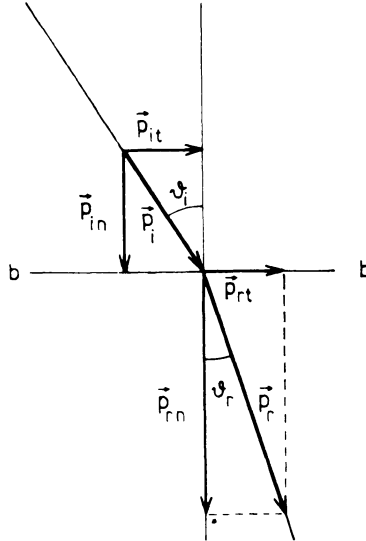
$$(4) \quad \delta \int_A^B \mathbf{p} \cdot \mathbf{t} ds = 0,$$

kde ds je element trajektorie. Z porovnání vztahů (2) a (4) vyplývá, že složka $\mathbf{p} \cdot \mathbf{t}$ hybnosti do směru tečny k trajektorii má v korpuskulární optice význam indexu lomu.

Ani ve Fermatově pojednání [8] z r. 1662, ani v Maupertuisově [9] z r. 1744 se ovšem nenajdou vztahy, které by připomínaly (1), (2) a (4). Jsou v nich však slovní formulace, které uvedené vztahy poměrně přesně vystihují (až na to, že oba klasikové mluví o minimech a nikoli o stacionárních hodnotách). Pozoruhodné je, že v obou citovaných článcích je věnováno mnoho pozornosti lomu světla na rozhraní dvou průzračných prostředí. U Fermata je to přirozené a nemusí to překvapovat ani u Maupertuise, neboť pro něj bylo světlo proudem částic. (Opticko-mechanickou analogii lze tedy stopovat ještě před Hamiltona až k Maupertuisovi. Pravda však je, že v práci z r. 1746 [10] Maupertuis tuto analogii už nerozvíjí a věnuje se zcela mechanice. Možná proto, že považoval šíření světla za speciální úlohu mechaniky.) Oběma klasikům byl zákon lomu důležitou oporou při zobecňování na cestě k formulaci obecných principů. Vraťme se tedy k tomuto prazdroji a napišme zákon lomu trajektorie částic na rovinném rozhraní b dvou oblastí s konstantními hodnotami potenciálů. Na potenciálovém rozhraní dochází ke změně normálové složky hybnosti $\Delta p_n = p_{rn} - p_{in}$. Z obr. 3.1 je vidět, že

$$(5) \quad \frac{\sin \vartheta_i}{\sin \vartheta_r} = \frac{p_{it}/p_i}{p_{rt}/p_r} = \frac{p_r}{p_i},$$

neboť $p_{it} = p_{rt}$, a – v tomto případě – také $\mathbf{p}_i \cdot \mathbf{t}_i = p_i \mathbf{p}_r \cdot \mathbf{t}_r = p_r$. Odtud vyplývá, že relativní index lomu $n_{ri} = \sin \vartheta_i / \sin \vartheta_r$ oblasti s potenciálem φ_r vzhledem k oblasti s potenciálem φ_i je roven podílu modulů hybnosti p_r/p_i .



Obr. 3.1.
Lom záření
podle korpuskulární představy.

Při zdůvodňování faktu, že indexem lomu je v korpuskulární optice tečná složka hybnosti $\mathbf{p} \cdot \mathbf{t}$, jsme – po vzoru mnoha učebnic fyziky – úzkostlivě dbali toho, abychom neupozornili, že daleko nejdůležitějším problémem korpuskulární optiky je pohyb nabité částice v magnetickém poli. Na takovou částici totiž působí Lorenzova síla, která není konzervativní, tj. nemá potenciál. Vzniká tak problém, jak najít Lagrangeovu funkci L pro vztah (3). Naštěstí jsou zase jiné učebnice [11], které upozorňují na Schwarzschildovy články [12] z r. 1903. Z nich vyplývá, že Lagrangeova funkce má v tomto případě tvar

$$(6) \quad L = T - q(\varphi - \mathbf{A} \cdot \mathbf{v}),$$

kde $T(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ je kinetická energie částice, q její náboj, $\varphi(\mathbf{r})$ elektrický potenciál a $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ vektorový potenciál. Odtud vyplývá, že zobecněná hybnost má tvar

$$(7) \quad \mathbf{p} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}} = \mathbf{p}_m + q\mathbf{A},$$

kde \mathbf{p}_m značí mechanickou hybnost $\mathbf{p}_m = \partial T / \partial \mathbf{v}$. Mechanická hybnost \mathbf{p}_m má zajisté směr tečny k trajektorii, nikoli však zobecněná hybnost \mathbf{p} . A právě složku

$$(8) \quad \mathbf{p} \cdot \mathbf{t} = p_m + q\mathbf{A} \cdot \mathbf{t}$$

zobecněné hybnosti do směru trajektorie je podle Maupertuisova principu (4) nutno považovat v korpuskulární optice za index lomu.

Řemeslný elektronový optik, který se nechá dovést hamiltonovskou analogií až sem, si nyní s hrůzou uvědomí, že i nejjednodušší netriviální případ magnetického pole ($\mathbf{A} \neq \text{konst.}$) odpovídá nehomogennímu anizotropnímu prostředí, a zůstane mu hořko v ústech z lítosti nad ztraceným časem, který věnoval pošetilostem fyziků. Hledí co nejrychleji na vše zapomenout. Vráť se opět k Newtonovým pohybovým rovnicím napsaným eventuálně ve válcových souřadnicích a – většinou jen mírně otřesen – pokračuje ve své úspěšné práci v elektronové optice.

Ne tak my! My si od problému optické analogie magnetického pole jen maličko oddechne, necháme ho vyzrát a v pokoře a bázni se k němu vrátíme ke konci přednášky.

Literatura

- [1] HAMILTON W. R.: *The Mathematical Papers of Sir William Rowan Hamilton, Vol. 1.* Cambridge University Press, Cambridge 1931.
- [2] RIECKE E.: *Annalen der Physik und Chemie, Neue Folge*, 13 (1881), 191–194.
- [3] WIECHERT E.: *Annalen der Physik und Chemie, Neue Folge* 69 (1899), 739–766.
- [4] POINCARÉ H.: *Remarques sur une expérience de M. Birkeland.* *Compt. rend.* 123 (1896), 530–533.
- [5] BUSCH H.: *Berechnung der Bahn von Kathodenstrahlen im axialsymmetrischen elektromagnetischen Felde.* *Annalen der Physik, Folge IV*, 81 (1926), 974–993.
BUSCH H.: *Über die Wirkungsweise der Konzentrierungsspule bei der Braunschen Rohre.* *Archiv für Elektrotechnik* 18 (1927), 583–594.
- [6] GABOR D.: *The electron microscope.* Chemical Publishing Co., Inc., Brooklyn, N. Y., 1946, 2.
- [7] LANDAU L. D., LIFŠIC E. M.: *Mechanika.* Gosudarstvennoe izdatel'stvo fiziko-matematičeskoj literatury, Moskva 1958, § 44.
- [8] FERMAT P.: *Synthesis ad refractiones.* Oeuvres de P. Fermat, Tome I, Gauthier – Villars et Fils, Paris 1891, 173–179. Ruský překlad ve sborníku Variacionnye principy mechaniki, vyd. L. S. POLAK, Gosudarstvennoe izdatel'stvo fiziko-matematičeskoj literatury, Moskva 1959, 7–10.
- [9] MAUPERTUIS M. DE: *Accord de différentes lois de la Nature qui avaient jusqu'ici paru incompatibles.* Oeuvres de M. de Maupertuis, tome 4, Lyon 1756, 3–28. Ruský překlad ve sborníku Variacionnye principy mechaniki, vyd. L. S. POLAK, Gosudarstvennoe izdatel'stvo fiziko-matematičeskoj literatury, Moskva 1959, 23–30.
- [10] MAUPERTUIS M. DE: *Les lois de mouvement et du repos déduites d'un Principe Métaphysique.* Histoire de l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres, année 1746, Berlin 1748, 267–294. Ruský překlad ve sborníku Variacionnye principy mechaniki, vyd. L. S. POLAK, Gosudarstvennoe izdatel'stvo fiziko-matematičeskoj literatury, Moskva 1959, 41–55.
- [11] SOMMERFELD A.: *Elektrodynamik. 3. Auflage.* Akademische Verlagsgesellschaft, Geest & Portig, Leipzig 1961, 254.
- [12] SCHWARZSCHILD K.: *Zur Elektrodynamik. I., II., III.* Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse aus dem Jahre 1903, str. 126–131, 132–141, 245–278.

4. De Broglieho vztahy. Publikace L. de Broglieho z let 1922—1925

Neboť není žádnou maličkostí, že někteří vědci bývají strašně nedbali, když uvádějí detaily z historie vědy, což je přece záležitost těsně související s vědeckým bádáním.

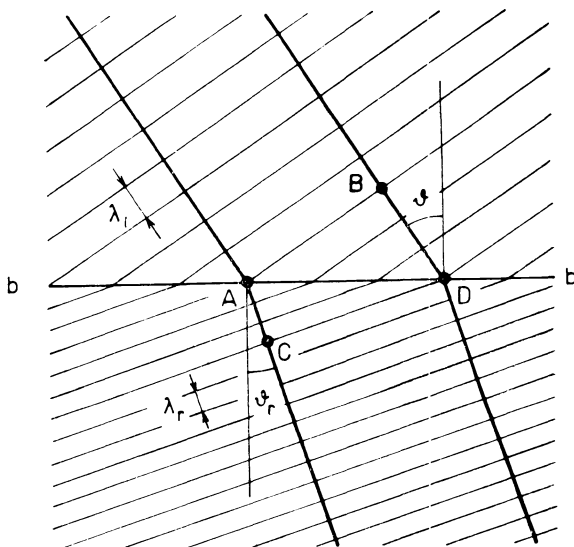
S. L. Jaki [1]

Předešleme příklad „výkladu“ de Broglieových vztahů, který může ilustrovat oprávněnost citovaného povzdechu S. L. Jakiho. De Broglieovy vztahy lze velmi elementárně ilustrovat rozбором lomu záření na rozhraní dvou homogenních izotropních prostředí provedeným jednak z korpuskulárního, jednak z vlnového hlediska. V předcházejícím odstavci jsme objasnili, že – z korpuskulárního hlediska – relativní index lomu n_{ri} prostředí r vzhledem k prostředí i je roven podílu hybností

$$n_{ri} = \frac{p_r}{p_i}.$$

Vlnový popis lomu (obr. 4.1) vychází z toho, že mezi čelem AB dopadající vlny a čelem CD lomené vlny je též počet m vlnových délek: $BD = AD \sin \vartheta_i = m\lambda_i$, $AC = AD \sin \vartheta_r = m\lambda_r$, takže

$$n_{ri} = \frac{\sin \vartheta_i}{\sin \vartheta_r} = \frac{\lambda_i}{\lambda_r}.$$



Obr. 4.1.
Lom záření
podle vlnové představy.

Z porovnání obou výsledků vyplývá nepřímá úměrnost mezi hybností částic a jejich vlnovou délkou: $\lambda \sim 1/p$. „Jde tedy jen o stanovení konstanty úměrnosti.“ Od počátku

století byl znám Planckův vztah mezi energií fotonu a frekvencí světla, $E = h\nu$, v němž konstantou úměrnosti je Planckova konstanta. „Je tedy nasnadě zvolit touž konstantu úměrnosti ve vztahu mezi hybností částic a jejich vlnovou délkou a zobecnit na všechny částice Planckův vztah pro fotony.“ Tak dospíváme k de Broglieovým vztahům

$$E = h\nu, \quad p = h/\lambda.$$

Vždy by mělo být zdůrazněno, že tato nebo jakákoli jiná věcná a přiměřená ilustrace de Broglieových vztahů je ilustrací, a nikoli odvozením. Jinak bychom totiž dospěli k hodnotícímu závěru, že to L. de Broglie neměl s odvozením svých vztahů nijak zvlášť obtížné. Politováníhodným způsobem je tato myšlenka formulována v knize M. Bessarabové, kde je uvedeno [2], že L. D. Landau hodnotil L. de Broglieho takto: „*Je to velice známý fyzik, ale udělal toho málo.*“ (Nechce se mi věřit, že by Landau řekl něco takového. Spíš se divím, že se Landaua nikdo z jeho přátel nezastal.)

Po tomto úvodu je snad žádoucí nahlédnout do původních de Broglieových článků [3 až 9] z let 1922–25 a z nich vyčíst, jak vznikala představa, které dnes říkáme de Broglieovy vlny.

Především je patrné z názvů článků, že předmětem de Broglieova zájmu bylo zpočátku světlo a fotony. L. de Broglie jistě znal články Marcela Brillouina z let 1919–22 [10], v nichž se Brillouin snažil vysvětlit Bohrovův model atomu, a zejména zákonitosti spektrálních sérií, rozborem periodického pohybu částice v elastickém prostředí. V nich je vyjádřena souvislost kvantování a periodicity elastických vln. To mohlo určit směr de Broglieových úvah.

Dnešního čtenáře de Broglieových článků [3 až 9] asi nejvíce překvapí dvě skutečnosti:

(1) Vztah mezi de Broglieovou vlnovou délkou λ a velikostí hybnosti p částice, $\lambda = h/p$, jenž je nesmírně důležitý pro experimentální fyziku a jenž byl mnohokrát ověřován, se v těchto člancích vůbec nevyskytuje. De Broglie postuloval vztah mezi hybností p a vlnovým vektorem k vlny ($k = 1/\lambda$), již říká fázová vlna, tj. vztah $p = \hbar k$. Z něho ovšem ihned plyne pro velikost obou vektorů $p = \hbar k$, tj. $p = h/\lambda$. Avšak pojmu vlnová délka fázové vlny, již říkáme de Broglieova vlnová délka, v uvedených člancích vůbec nepoužil. (Nemám přehled o de Broglieových publikacích z let 1926 až 1929, ale poprvé jsem u de Broglieho našel vztah $\lambda = h/p$ až v jeho nobelovské přednášce z r. 1929. Předtím ho ovšem běžně používali experimentální fyzici (Davisson a Germer [12], Thomson [13] aj.).)

(2) Vztahu mezi celkovou energií částice E a frekvencí ν de Broglieovy vlny (tj. fázové vlny ν de Broglieově terminologii), tj. vztahu $E = h\nu$, se v člancích [3 až 9] používá běžně. Dokonce aniž by de Broglie upozornil, že jde o něco nového. Nevím, jak kdo, ale já mám za to, že před de Broglieem používali Planck, Einstein aj. vztahu $E = h\nu$ výhradně jako vztahu mezi energií fotonu a frekvencí světla, resp. elektromagnetického záření, a že teprve L. de Broglie použil tohoto vztahu pro jiné objekty než fotony. Samozřejmě, s nímž to de Broglie udělal hned v prvním odstavci článku [5], tímto mým – a snad i obecným – názorem otřásla, ale jinak nemám důvod na tomto názoru nic měnit.

Z pedagogického hlediska je pozoruhodné, že dnešním studentům je studium de Broglieových článků [3 až 9] vhodnou doplňkovou četbou také ke kursu speciální teorie

relativity, dokonce spíš než k přednáškám o kvantové mechanice. Vyznačují se totiž důsledným a relativistickým přístupem ke staletému problému korpuskulární vs. vlnová teorie světla. Důsledným v tom smyslu, že užívá-li se od doby Planckova výkladu záření černého tělesa a Einsteinova výkladu fotoefektu představy o světelných kvantech, je žádoucí být důsledný a vysvětlit pomocí těchto kvant všechny ostatní optické jevy, i ty, které jsou všeobecně spojovány s vlnovou představou, tedy interference a ohyb. Relativistický je de Broglieův postup v tom smyslu, že důsledně používá speciální teorie relativity. Zvláště pozoruhodný je v de Broglieových člancích relativistický popis vlnění. Kulminačním bodem je konfrontace čtyřrozměrných formulací Maupertuisova principu a Fermatova principu. V těchto principech si navzájem odpovídají čtyřvektor hybnosti

$$p^i = (E/c, \mathbf{p})$$

a vlnový čtyřvektor

$$k^i = (v/c, \mathbf{k}).$$

Zdůraznili jsme už, že úměrnost $E = hv$ mezi časovými složkami obou čtyřvektorů brai L. de Broglie za samozřejmost. Zobecnění této úměrnosti i na prostorové složky uvedeme de Broglieovými slovy (měnice pouze symboliku; [9], str. 55, 56): „Fakt, že dva vektory mají jednu složku totožnou, nedokazuje, že totéž platí pro ostatní složky. Nicméně zobecněním, které je tím naznačeno, položíme

$$p^i = hk^i (i = 1, 2, 3, 4).$$

... Hypotéza úměrnosti vektorů p^i a k^i je jakýmsi druhem rozšířené kvantové podmínky (tj. podmínky $E = hv$, pozn. J. K.), jejíž obvyklý výklad je zřetelně neuspokojivý, neboť zavádí energii, aniž se mluví o jejím neoddělitelném společníku – hybnosti. Nový výklad je mnohem uspokojivější, neboť je vyjádřen rovností dvou čtyřvektorů.“ Takto tedy L. de Broglie postuloval vztah $\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$.

Všimněme si nyní jednotlivých de Broglieových článků z let 1922–1925.

První z nich se nazývá *Černé záření a kvanta světla* [3]. Záření černého tělesa se v něm považuje za jakýsi fotonový plyn. Je v něm vyloženo, že klasická statistika tohoto fotonového plynu dává Wienův rozdělovací zákon.

V druhém článku *O interferenci a teorii kvant světla* [4] se snaží – nebo spíše poukazuje na nutnost – sladit představu fotonů s interferenčními jevy. Zdůrazňuje, že k tomu je třeba přisoudit fotonům nějaký rys periodičnosti: „Výklad jevů dosud interpretovaných pomocí hypotézy vlnění, tj. výklad interference, difúze, disperze atd., se zdá velmi obtížný a pro jeho usnadnění bude bezpochyby zapotřebí udělat kompromis mezi starou a novou teorií tím, že do ní zavedeme pojem periodičnosti.“

Zrod vlnové mechaniky představuje třetí článek *Vlny a kvanta* [5]. V něm se přiřazuje pohybuující se částici fiktivní vlna, jejíž fázová rychlost je větší než rychlost světla. K této fiktivní vlně byl L. de Broglie přiveden touto úvahou: Objekt (*un mobil matériel*) o klidové hmotnosti m_0 má klidovou frekvenci $\nu_0 = m_0 c^2/h$. Pohybuje-li se tento objekt rychlostí V vzhledem k nějakému pozorovateli, odpovídá jeho celkové energii $m_0 c^2/\sqrt{(1 - V^2/c^2)}$ frekvence $\nu = m_0 c^2/[h\sqrt{(1 - V^2/c^2)}] = \nu_0/\sqrt{(1 - V^2/c^2)}$. Představme si nyní, že v tomto objektu probíhá nějaký periodický děj, jenž má podle vlastního

času objektu frekvenci ν_0 a periodu $T_0 = 1/\nu_0$. Pozorovatel, vzhledem k němuž se tento objekt pohybuje rychlostí V , shledá, že v důsledku relativistické dilatace času je perioda tohoto periodického děje větší, $T_1 = T_0/\sqrt{1 - V^2/c^2}$, a tedy frekvence menší, $\nu_1 = \nu_0\sqrt{1 - V^2/c^2}$. Má tedy vnější pozorovatel co činit se dvěma různými frekvencemi ν a ν_1 , z nichž jedna – ν – odpovídá energii objektu ($h\nu = m_0c^2/\sqrt{1 - V^2/c^2}$) a druhá – ν_1 – periodickému ději v objektu a které obě při $V = 0$ splývají s frekvencí ν_0 . Obě frekvence spolu souvisejí vztahem $\nu_1 = \nu(1 - V^2/c^2)$. Tento rozpor řešil L. de Broglie tím, že frekvenci ν přiřadil nikoli objektu, nýbrž fiktivní vlně $\sin 2\pi\nu(t - x/v)$, která doprovází pohybující se objekt. Její fázovou rychlost v určil z podmínky, že fiktivní vlna je vždy ve fázi s periodickým procesem o frekvenci ν_1 , jež charakterizoval funkcí $\sin 2\pi\nu_1 t$. Tedy

$$\sin 2\pi\nu \left(t - \frac{x}{v} \right) = \sin 2\pi\nu_1 t.$$

Tato podmínka zůstává splněna pro všechna t , platí-li

$$\nu_1 = \nu(1 - V^2/c^2), \quad x = Vt \quad \text{a} \quad v = c^2/V.$$

Fázová rychlost v je tedy větší než rychlost světla c , a proto onu doprovázející vlnu nazývá fiktivní: „*Tato vlna s rychlostí větší než c nemůže odpovídat transportu energie, považujeme ji pouze za fiktivní vlnu přiřazenou pohybu objektu.*“

Ve čtvrtém článku *Světelná kvanta, difrakce a interference* [6] přejmenovává L. de Broglie tuto fiktivní vlnu na fázovou vlnu a ukazuje, že rychlost V částice se rovná grupové rychlosti $u = c^2/v$ fázové vlny. V tomto článku jsou také předpověděny difrakční jevy částic („*Proud elektronů procházející dostatečně malým otvorem by měl vykazovat difrakční jevy.*“) a obor, který bychom mohli nazvat vlnovou optikou částic („*Nová dynamika volné hmotné částice se má ke staré dynamice (včetně Einsteinovy dynamiky), jako se má vlnová optika ke geometrické optice.*“). Tato vlnová optika částic není dodnes rozvinuta, což je škoda mj. také pro pedagogickou fyziku.

V pátém článku *Kvanta, kinetická teorie plynu a Fermatův princip* [7] poprvé konfrontuje Maupertuisův princip nejmenší akce a Fermatův princip geometrické optiky.

Šestý článek *Pokusná teorie světelných kvant* [8] je shrnutím předcházejících krátkých francouzských článků v angličtině. V dodatku je však poprvé uvedeno zobecnění „kvantového vztahu“ $E = h\nu$ do čtyřrozměrné formulace $p^i = h k^i$.

Definitivním – rozšířeným, upraveným a ujednoceným – shrnutím předcházejících článků je sedmý článek *Výzkumy o teorii kvant* [9], jehož rozsah přesahuje 100 stran a jenž je de Broglieovou disertační prací. V něm úvahy o kinetické teorii fotonového plynu ustupují do pozadí a po krásném historickém úvodu následuje kapitola o fázové vlně a po ní těžiště celé práce, konfrontace Maupertuisova a Fermatova principu a zobecnění „kvantového vztahu“ do tvaru $p^i = h k^i$.

Porozumět de Broglieovým článkům je obtížné. De Broglie se nemohl vyjádřit k mnoha problémům, které vyvstávají s představou vlny ovládající pohyb částice. Charakterizoval totiž tuto vlnu pouze frekvencí, vlnovým vektorem a fázovou a grupovou rychlostí. Neuvedl žádný předpis, jak v jednotlivých konkrétních případech fázovou vlnu matematicky vyjádřit, dnes bychom řekli, jak najít vlnovou funkci. To je však obsahem nej-

slavnějších prací Schrödingerových. Dále se de Brogliemu vytýká, že nepodal fyzikální interpretaci fázové vlny, tj. výklad souvislosti fázové vlny a lokalizace částice. Za to však dostal Nobelovu cenu Max Born (a to až v r. 1954). Cožpak je možné toto všechno chtít po jediném člověku?

L. de Broglie si ostatně byl vědom nedostatků své teorie. Svou disertaci [9] uzavírá tímto odstavcem: „*Úmyslně jsem ponechal poněkud neurčitou definici fázové vlny a periodického jevu, na něž se dá fázová vlna převést podobně jako fázová vlna fotonu. Předloženou teorii lze tedy považovat spíše za formu, jejíž fyzikální obsah není zcela upřesněn, než za homogenní definitivně vybudovanou teorii.*“

Na těchto sedmi člancích je úžasné, že v nich L. de Broglie dovedl matematicky zformulovat svá tušení, nepodložená ani experimenty, ani nějakým jasně formulovaným rozparem v teorii, a to tak, že byly ihned středem zájmu vědecké veřejnosti. Dnes však nepatří k dobrému tónu žasnout nebo divit se. Raději věci a intelektuální výkony hodnotíme. Nuže hodnotme. De Broglieova teorie byla spíše hypotézou než teorií a právě uvedený citát dokazuje, že de Broglie si toho byl vědom. Tato hypotéza měla nesmírný význam pro fyziku experimentální i teoretickou. O vlivu na experimentální fyziku pojednává zbytek této přednášky. Její vliv na teoretickou fyziku doložíme jediným citátem. Je to citát ze Schrödingerova dopisu Einsteinovi [11]: „*Ostatně celá věc by určitě nevznikla nyní a snad nikdy (alespoň pokud jde o mne), kdyby mě Vaše druhá práce o degenerovaném plynu neupozornila na důležitost de Broglieových myšlenek.*“ Má de Broglieova hypotéza nějaký aktuální význam pro dnešní fyziku? Je de Broglieova hypotéza beze zbytku zahrnuta v současné kvantové fyzice? Asi ano. Ale i v tom případě bude de Broglieova vlnová délka vždy základním pojmem elektronové a neutronové difraktografie stejně jako difraktografie jakýchkoli jiných částic, pokud by se v budoucnu ukázal praktický význam takového oboru.

De Broglieův přínos pro zrod kvantové fyziky hodnotil A. Einstein slovy [14]: „*De Broglie byl první, kdo poznal těsnou fyzikální a formální souvislost kvantových stavů hmoty a jevů rezonance, a to v době, kdy vlnová povaha hmoty ještě nebyla experimentálně objevena.*“

(Pokračování)

Literatura

- [1] JAKI S. L.: *Olbers', Halley's or whose paradox?* Am. J. Phys. 35 (1967), 200—210.
- [2] BESSARAB M.: *Stranicy žizni Landau.* Moskovskij rabočij, Moskva 1971, 119. Český překlad: BESSARABOVÁ M.: *Stránky ze života L. D. Landaua.* Mladá fronta, Praha 1973, 105.
- [3] BROGLIE L. DE: *Rayonnement noir et quanta de lumière.* Le Journal de Physique et le Radium, série 6, 3 (1922), 422—428.
- [4] BROGLIE L. DE: *Sur les interférences et la théorie des quanta de lumière.* Comptes Rendus 175 (1922), 811—813.
- [5] BROGLIE L. DE: *Ondes et quanta.* Comptes Rendus 177 (1923), 507—510.
- [6] BROGLIE L. DE: *Quanta de lumière, diffraction et interférences.* Comptes Rendus 177 (1923), 548—550.
- [7] BROGLIE L. DE: *Les quanta, la théorie cinétique des gaz et la principe de Fermat.* Comptes Rendus 177 (1923), 630—632.

- [8] BROGLIE L. DE: *A tentative theory of light quanta*. Philosophical Magazine 47 (1924), 446—458.
- [9] BROGLIE L. DE: *Recherches sur la théorie des quanta*. Annales de Physique, série 10, 3 (1925), 22—128.
- [10] BRILLOUIN M.: *Actions mécaniques à hérédité discontinue par propagation: essai de théorie dynamique de l'atom à quanta*. Comptes Rendus 168 (1919), 1318—1320.
BRILLOUIN M.: *Actions à hérédité discontinue et raies spectrales*. Comptes Rendus 171 (1920), 1000—1002.
BRILLOUIN M.: *Atome de Bohr — Fonction de Lagrange Circumnucleaire*. Journal de Physique 3 (1922), 65—73.
- [11] SCHÖDINGER E. ve sborníku *Briefe zur Wellenmechanik. Schrödinger - Planck, Einstein, Lorentz*. (K. PRZIBRAM, ed.) Springer Verlag, Wien 1963, 24.
- [12] DAVISSON C., GERMER L. H.: *The Scattering of Electrons by a Single Crystal of Nickel*. Nature 119 (1927), 558—560.
DAVISSON C., GERMER L. H.: *Diffraction of Electrons by a Crystal of Nickel*. Phys. Rev. 30 (1927), 705—740.
- [13] THOMSON G. P.: *Experiments on the Diffraction of Cathode Rays*. Proceedings of the Royal Society 117 (1927), 600—609.
- [14] EINSTEIN A.: *Foreword*. V knize L. DE BROGLIE: *Physics and microphysics*. Pantheon Books, Inc., New York, 1955, 7.

Věda — to je oceán, objevený jak pro koráby, tak i pro bárky. Jeden zde převáží zlaté pruty, druhý udí sledě.

E. R. Bulwer-Lytton

Matematika je jediná dokonalá metoda dovolující vodit sám sebe za nos.

A. Einstein

Není nic, co by tak zavádělo vědce jako předčasný objev.

J. Rostand

Badatelova rozkoš: nadzvedávat přírodě sukničiči.

J. Rostand

Roztržitost je důsledkem buď velice silné duševní činnosti, nebo její úplné absence; tedy právo na roztržitost přísluší jedině géniumům nebo kreténům.

A. G. Rubinstein

Rovnice je chytřejší než její sestavitel.

H. R. Herz

Hledání hélia mi připomíná hledání brýlí, které starý profesor hledá na koberci, na stole pod novinami a nakonec je nachází na vlastním nose.

B. Ramsay

Slyším, že nejen studujete fyziku, nýbrž píšete i básně. Jak jen můžete dělat to i ono? — Ve vědě se pokoušíme říci něco, co ještě nikdo neví, takovým způsobem, aby tomu každý rozuměl. Kdežto poezie dělá pravý opak.

P. Dirac (J. R. Oppenheimerovi)

Bůh je rafinovaný, ale ne zlomyslný.

A. Einstein

Specialista je ten, kdo zná některé obvyklé chyby v dané oblasti a umí se jim vyhnout.

N. Bohr

... zkušenost z dějin ukazuje, že stačí-li jeden jediný experiment k tomu, aby rozbil nějakou teorii, potom vůbec nepostačuje k tomu, aby vytvořil novou.

W. Heisenberg

Sním si o mnohem klidnější době v nějaké pohledné zemi, kde budou zakázány přednášky a vyhánání novinářů.

P. Curie

Proč mám takové dobré studenty? Asi proto, že sám nejsem příliš moudrý.

P. Ehrenfest