Jan Vyšín

Dies caniculares et tempestates čili reportáž o XII. mezinárodní matematické olympiádě

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 15 (1970), No. 6, 264--275

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/138921

DIES CANICULARES ET TEMPESTATES ČILI REPORTÁŽ O XII. MEZINÁRODNÍ MATEMATICKÉ OLYMPIÁDĚ

JAN VYŠÍN, Praha

Je mnoholetá tradice, že když převezme vládu hvězda Sirius a propuknou vedra psích dní, prokládaná slunovratními dešti, když všichni učitelé i žáci jsou zcela vyčerpáni předcházejícím školním rokem, usmyslí si některá země uspořádat náročnou soutěž, zvanou mezinárodní matematická olympiáda. Pochopitelně pokládá za věc své prestiže, aby sezvala co nejvíce účastnických zemí, aby jim připravila co nejbohatší společenský program, aby jim ukázala, co je jen možné, a samozřejmě, aby prohnala vedoucí delegace, jejich zástupce i žáky co nejvíce po stránce matematické. Každý rok si slibují delegáti, že příště bude tempo volnější, ale nikdy se to dosud nezdařilo. Spíše se mezinárodní olympiády podobají čím dál tím víc pověstné stavbě babylonské věže, a to nejen jazykovou pestrostí, ale i růzností názorů matematicko-pedagogických. Stále obtížněji se hledají témata společná tolika různorodým soustavám školské matematiky.

Letošním pořadatelem, a tedy i hlavním trpitelem bylo Maďarsko. Maďarsko — toť Budapešť a Balaton; je tedy zcela přirozené, že soutěž v Budapešti začala a skončila a kolem Balatonu se rozvíjela. Balaton nám ukázal svou jasnou i chmurnou tvář; byli dnové, kdy se žáci při osmatřicetistupňovém vedru chladili v jeho vlnách (vedoucí delegací se většinou bohužel koupali ve vlastním potu a prolévali svými hrdly hektolitry pepsikoly — škoda, že ji u nás nemáme!); byli však dnové — např. den výletu — kdy vanul studený vichr, pršelo, Balaton se bouřil a mnozí, mnozí z účastníků mezinárodní olympiády prožívali na dvou zmítajících se motorových lodích s vytřeštěnýma očima všecky hrůzy mořské nemoci. Je třeba vyslovit uznání pořadatelům: je opravdu obdivuhodné, když vnitrozemský stát vyčastuje své hosty nejen pravou cikánskou hudbou, výtečnými lahůdkami své kuchyně, ukáže jim v noci z ptačí perspektivy zářící dvoumilionové hlavní město, dá jim ochutnat pravého badačonského, ukáže jim staré římské silnice a hrady i moderní výstavbu i nejstarší vysokou zemědělskou školu — ale, když jim dá okusit i mořské nemoci. A to vše Maďaři — vzorní hostitelé — udělali.

Byl bych však nerad, aby se naši čtenáři domnívali, že jsme byli na rekreaci. Hned při první společné večeři vedoucích delegací dne 8. července v Budapešti, kde střídavě vyhrávala cikánská kapela a účinkoval žabí sbor z blízkého rybníka, se objevil jako milý host předseda ICMI*), který náhodou v Maďarsku konal přednášky pro učitele. A kde je prof. Freudenthal, tam se pochopitelně mluví o matematice, a vydatně.

A teď o té babylonské věži: Anticipons! – jak říkává prof. Papy; na závěrečném zasedání mezinárodní jury**) nakreslil francouzský delegát prof. Warusfel krásný Vennův diagram, znázorňující množiny témat v osnovách jednotlivých zemí; jejich průnik byla jakási „skoro prázdná“ množina. Bohužel – tento diagram nebyl nakreslen v první schůzi, kdy jury začala vybírat své úlohy. Návrhy úloh, které poslaly jednotlivé země, tvořily skutečně pestrou matematickou společnost: byly tu vetché stařenky, tradiční úlohy z eukleidovské planimetrie i stereometrie, které – jak říkával prof. Adler – se mohly zcela dobře zadávat už v r. 1870, dále tu byla agresívní skupina úloh z číselné teorie, nesměle se tu krčila nějaká modifikace Cauchy-Schwarzovy nerovnosti, byla tu i švédská úloha o posloupnostech, zahalená v mnoha pláštích divných formulací, aby se nepoznalo, že jde v podstatě o konvergentní monotonní posloupnost; ale byla tu např. i svěží úloha sovětská z kombinatorické geometrie a – pochlubme se – i podnětná československá úloha, kolem jejíhož řešení se rozvinulo tolik debat. Ale posuďte sami, co vážená jury vybrala a jakou bodovou hodnotu přisoudila jednotlivým úlohám.

První práce

1. Uvnitř strany AB trojúhelníka ABC je dán bod M. Označme r_1, r_2, r poloměry kružnic vepsaných po řadě trojúhelníkům ACM, BCM, ABC. Označme dále ϱ_1, ϱ_2, ϱ poloměry kružnic, které jsou po řadě vně vepsány týmž trojúhelníkům a které leží v úhlu $\sphericalangle$ ACB.
Dokažte, že platí

$$\frac{r_1}{\varrho_1}\frac{r_2}{\varrho_2} = \frac{r}{\varrho}\,. \qquad \text{(Polsko, 5 bodů)}$$

2. Buďte a, b, n přirozená čísla větší než 1. Čísla a, b jsou základy dvou číselných soustav. Čísla A_n, B_n mají totéž vyjádření

$$x_n x_{n-1} \dots x_1 x_0$$

v obou číselných soustavách o základech a, b; přitom $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n$ jsou cifry a platí $x_{n-1} \neq 0$, $x_n \neq 0$. Čísla, která dostaneme z A_n, B_n vynecháním cifry x_n, označíme po řadě A_{n-1}, B_{n-1}.

Dokažte, že je $a > b$ právě tehdy, když platí

$$\frac{A_{n-1}}{A_n} < \frac{B_{n-1}}{B_n}\,. \qquad \text{(Rumunsko, 7 bodů)}$$

*) Pro čtenáře, který si nelibuje v zkratkách: *I*nternational *C*ommission for *M*athematic *I*nstruction, tj. Mezinárodní komise pro vyučování matematice.

**) Pro zvědavého čtenáře: tato jury se skládá z předsedy, místopředsedy a vedoucích delegací; najdete její seznam na konci článku, pokud jej redaktor neškrtl.

3. Posloupnost reálných čísel $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ splňuje podmínky

$$(1) \qquad 1 = a_0 \leqq a_1 \leqq a_2 \leqq \ldots \leqq a_n \leqq \ldots .$$

Posloupnost $\{b_n\}$ je definována vzorcem

$$b_n = \sum_{k=1}^{n} \left(1 - \frac{a_{k-1}}{a_k}\right) \frac{1}{\sqrt{a_k}} . \quad (n = 1, 2, \ldots) .$$

I. Dokažte, že pro všecka přirozená čísla n platí

$$0 \leqq b_n < 2 .$$

II. Je-li c číslo z intervalu $0 \leqq c < 2$, pak lze najít takovou posloupnost $\{a_n\}$ splňující podmínky (1), že v odpovídající posloupnosti $\{b_n\}$ platí $b_n > c$ pro nekonečně mnoho indexů n.

Dokažte. (Švédsko, 8 bodů)

Doba určená pro vypracování byly 4 hodiny.

Druhá práce

4. Určete všecka přirozená čísla n, která mají tuto vlastnost: Množinu $\{n, n + 1, n + 2, n + 3, n + 4, n + 5\}$ lze rozložit ve dvě podmnožiny bez společného prvku tak, že součin všech prvků jedné z těchto podmnožin je roven součinu všech prvků druhé podmnožiny.

(ČSSR, 6 bodů)

5. Pata E výšky DE čtyřstěnu ABCD je průsečík výšek trojúhelníka ABC; dále je $BD \perp CD$.
Dokažte, že platí

$$(AB + BC + CA)^2 \leqq 6(AD^2 + BD^2 + CD^2) .$$

Určete všecky čtyřstěny, pro které nastane v předchozím vztahu rovnost.

(Bulharsko, 6 bodů)

6. V rovině je dáno 100 bodů, z nichž žádné tři neleží v přímce. Vyšetřujme všecky trojúhelníky, jejichž všecky tři vrcholy jsou některé z daných bodů.
Dokažte, že nejvýše 70 % všech těchto trojúhelníků jsou trojúhelníky ostroúhlé.

(SSSR, 8 bodů)

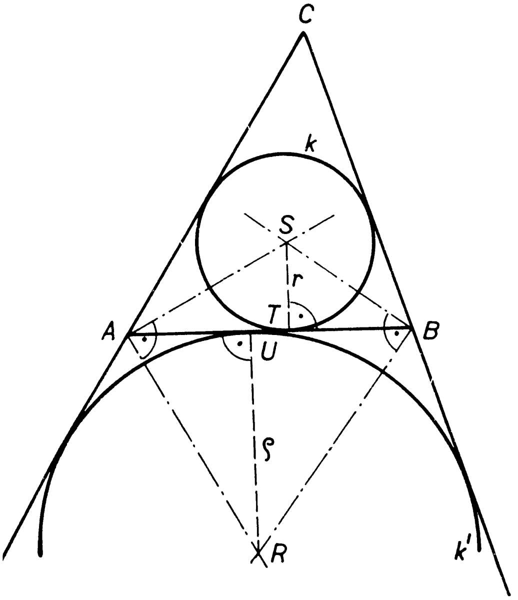
Doba určená pro vypracování byly 4 hodiny.

Vidíte sami, jaká to krmě různorodá; a což teprve když promluvily výsledky žákovských prací! Je možno říci, že úlohy 1, 2 a 5 byly opravdu bez vtipu, bez možnosti jakéhokoli elegantního řešení. Úloha 3 byla asi skutečně nevhodná: z dosažitelného počtu 896 bodů (bylo totiž 14 účastnických zemí, družstva po 8 žácích a úloha měla 8 bodů) získali soutěžící jen 130 bodů, tj. 19%. Šestá úloha byla sice dosti obtížná, ale velmi podnětná, nápady a cesty řešení mohly být různé; také celkový výsledek byl lepší : 38%.

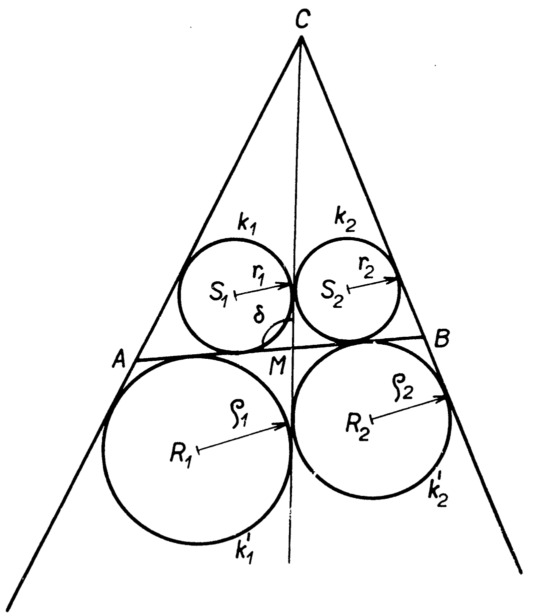
A nyní pro čtenáře, který se ostýchá řešit žákovskou soutěž nebo který jí pohrdá, uveďme autorská — zdaleka ne vždy nejelegantnější a nejpřirozenější řešení.

Řešení 1. úlohy.

Situace je znázorněna na obr. 1a, 1b.



Obr. 1a.



Obr. 1b.

Při označení z obr. 1a dostaneme

$$AT = r \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2}, \quad BT = r \operatorname{cotg} \frac{\beta}{2},$$

$$AU = \varrho \operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) = \varrho \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \quad BU = \varrho \operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2}\right) = \varrho \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}.$$

Protože $AB = AT + BT = AU + BU$, je

$$\frac{r}{\varrho} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}}{\operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{cotg} \frac{\beta}{2}}. \tag{1}$$

Vzorec (1) upravíme podle součtových vzorců pro sinus

$$(2) \qquad \frac{r}{\varrho} = \frac{\sin\dfrac{\alpha}{2}\sin\dfrac{\beta}{2}}{\cos\dfrac{\alpha}{2}\cos\dfrac{\beta}{2}} = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\,.$$

Označíme-li $\sphericalangle\, AMC = \delta$, je $\sphericalangle\, BMC = \pi - \delta$ a podle (2) vyjde (obr. 1b):

$$(3) \qquad \frac{r_1}{\varrho_1} = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\frac{\delta}{2}\,, \quad \frac{r_2}{\varrho_2} = \operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\operatorname{tg}\frac{\pi-\delta}{2} = \operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\,.\operatorname{cotg}\frac{\delta}{2}\,.$$

Vynásobíme-li podle (3) a přihlédneme k (2), dostaneme výslednou formuli.

Řešení 2. úlohy. K zapsání čísel A_n, B_n, A_{n-1}, B_{n-1} užijeme polynomických funkcí. Označme

$$f(t) = x_n t^n + x_{n-1}t^{n-1} + \ldots + x_1 t + x_0\,,$$
$$g(t) = x_{n-1}t^{n-1} + x_{n-2}t^{n-2} + \ldots + x_1 t + x_0\,.$$

Je tedy

$$(1) \qquad A_n = f(a)\,, \quad B_n = f(b)\,, \quad A_{n-1} = g(a)\,, \quad B_{n-1} = g(b)\,.$$

Máme dokázat oboustrannou implikaci

$$(2) \qquad a > b \Leftrightarrow \frac{g(a)}{f(a)} < \frac{g(b)}{f(b)}\,.$$

Protože pro $t > 0$ je $f(t) > 0$ a $g(t) > 0$, je *i* $f(a) > 0$, $g(a) > 0$. Důkaz implikace (2) je tedy ekvivalentní s důkazem implikace

$$(3) \qquad a > b \Leftrightarrow g(a)\,f(b) - f(a)\,g(b) < 0\,.$$

Důkaz může pokračovat takto: Protože je $f(t) = g(t) + x_n t^n$, je

$$(4) \qquad g(a)\,f(b) - f(a)\,g(b) = x_n[g(a)\,.\,b^n - g(b)\,.\,a^n]\,.$$

Dokážeme snadno, že pro každé $k < n$ platí pro $a > b > 0$

$$a^k b^n - b^k a^n < 0\,.$$

Skutečně

$$a^k b^n - b^k a^n = a^k b^k(b^{n-k} - a^{n-k}) < 0\,.$$

Z toho plyne, že $g(a)\,b^n - g(b)\,a^n < 0$ a podle (4) je věta dokázána.

Řešení 3. úlohy. I. Protože $a_{k-1}/a_k \leqq 1$, je $b^n \geqq 0$ pro všecka n. Označme $\sqrt{a_k} = \alpha_k$ a proveďme tuto úpravu

$$\left(1 - \frac{\alpha_{k-1}^2}{\alpha_k^2}\right)\frac{1}{\alpha_k} = \frac{\alpha_{k-1}^2}{\alpha_k}\left(\frac{1}{\alpha_{k-1}^2} - \frac{1}{\alpha_k^2}\right) = \frac{\alpha_{k-1}^2}{\alpha_k}\left(\frac{1}{\alpha_{k-1}} + \frac{1}{\alpha_k}\right)\left(\frac{1}{\alpha_{k-1}} - \frac{1}{\alpha_k}\right) =$$

$$= \left(\frac{\alpha_{k-1}}{\alpha_k} + \frac{\alpha_{k-1}^2}{\alpha_k^2}\right)\left(\frac{1}{\alpha_{k-1}} - \frac{1}{\alpha_k}\right) \leqq 2\left(\frac{1}{\alpha_{k-1}} - \frac{1}{\alpha_k}\right);$$

tedy pro každé přirozené číslo k platí

$$\left(1 - \frac{\alpha_{k-1}^2}{\alpha_k^2}\right)\frac{1}{\alpha_k} \leqq 2\left(\frac{1}{\alpha_{k-1}} - \frac{1}{\alpha_k}\right).$$

Sečteme-li tyto nerovnosti pro $k = 1, 2, \ldots, n$, dostaneme

$$b_n \leqq 2\left(\frac{1}{\alpha_0} - \frac{1}{\alpha_n}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{a_0}} - \frac{1}{\sqrt{a_n}}\right) \leqq 2\,.$$

II. Zkusme zvolit za a_n rostoucí geometrickou posloupnost.

Zvolme číslo d, pro které platí $0 < d < 1$, a položme $\alpha_k = d^{-k}$ neboli $a_k = d^{-2k}$. Pak je

$$\left(1 - \frac{\alpha_{k-1}^2}{\alpha_k^2}\right)\frac{1}{\alpha_k} = \left(1 - \frac{d^{2-2k}}{d^{-2k}}\right)\frac{1}{d^{-k}} = (1 - d^2)\,.\,d^k\,,$$

a tedy

$$b_n = \sum_{k=1}^{n}(1 - d^2)\,d^k = (1 - d^2)\sum_{k=1}^{n} d^k = (1 - d^2)\,.\,d\,\frac{1 - d^n}{1 - d}$$

neboli

(1) $$b_n = d(1 + d)(1 - d^n)\,.$$

Je-li $0 \leqq c < 2$ a má-li platit $b_n > c$, musí být

$$d(1 + d)(1 - d^n) > c\,,$$

tj.

$$1 - d^n > \frac{c}{d(1 + d)}\,,$$

tj.

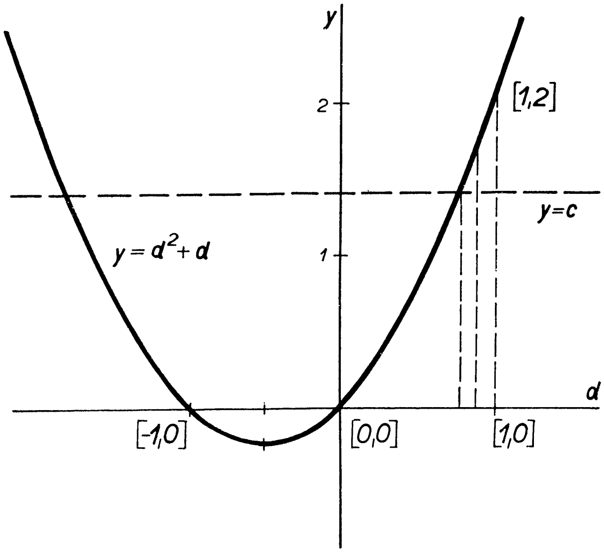
(2) $$d^n < 1 - \frac{c}{d(1 + d)}\,.$$

Je ještě třeba dokázat, že ke každému c z intervalu $0 \leqq c < 2$ lze zvolit takové d z intervalu $0 < d < 1$, že číslo $1 - c/[d(1 + d)]$ je kladné.

Podmínka $1 - c/[d(1 + d)] > 0$ je ekvivalentní s podmínkou $c/[d(1 + d)] < 1$ neboli s podmínkou

$$(3) \qquad d^2 + d > c\,.$$

Funkce $y = d^2 + d$ je znázorněna graficky parabolou, která protíná osu d v bodech $[-1; 0]$, $[0, 0]$ a prochází bodem $[1; 2]$.



Obr. 2.

Z grafu je patrné, že pro každé $c < 2$ protíná přímka $y = c$ parabolu v bodě, jehož souřadnice d_1 je z intervalu $0 < d < 1$. Je to číslo

$$d_1 = \tfrac{1}{2}[\sqrt{(1 + 4c)} - 1] < \tfrac{1}{2}[\sqrt{(1 + 4.2)} - 1]\,.$$

Zvolíme-li d tak, že $d_1 < d < 1$, je nerovnost (3) splněna, a protože $\{d^n\}$ je nulová posloupnost, splňují všecky její členy od určitého počínaje nerovnost (2), tj. pro všecka příslušná n platí $b_n > c$.

Řešení 4. úlohy. Označme $E = \{n, n + 1, n + 2, n + 3, n + 4, n + 5\}$, E_1, E_2 obě hledané podmnožiny. Zřejmě je $E_1 \neq \emptyset$, $E_2 \neq \emptyset$, $E_1 \cap E_2 = \emptyset$, $E_1 \cup E_2 = E$. Žádná z podmnožin E_1, E_2 není jednoprvková, neboť pro největší číslo z E, tj. pro $n + 5$ platí

$$(n + 2)(n + 3) - (n + 5) = n^2 + 4n + 1 > 0\,.$$

Lze tedy hovořit o součinu všech prvků E_1 i E_2.

Budiž p prvočinitel čísla $a \in E$; pak existuje aspoň jedno číslo $b \in E$ $(b \neq a)$, jehož prvočinitelem je p. Protože $5 \geqq |a - b| = p \,.\, k$, je $p \leqq 5$, tj.

$$p \text{ je } 2 \text{ nebo } 3 \text{ nebo } 5\,.$$

Je zřejmé, že 5 může být jedině prvočinitelem čísel n, $n + 5$ (jinak by E neobsahovala dva násobky pěti). Množina

$$F = \{n + 1, n + 2, n + 3, n + 4\}$$

obsahuje tedy jedině čísla tvaru $2^\alpha 3^\beta$. Množina F však obsahuje zřejmě dvě čísla sudá a dvě lichá. Obě lichá čísla z F můžeme tedy napsat ve tvaru

$$3^\gamma, \quad 3^\delta .$$

Avšak $|3^\gamma - 3^\delta| < 4$ protože $3^\gamma - 3^\delta$ je číslo sudé, je $|3^\gamma - 3^\delta| = 2$. Zvolíme-li označení tak, aby bylo $\gamma > \delta$, je

$$3^\gamma - 3^\delta = 3 \,.\, N = 2 \,;$$

přitom N je přirozené číslo; to je však nemožné.

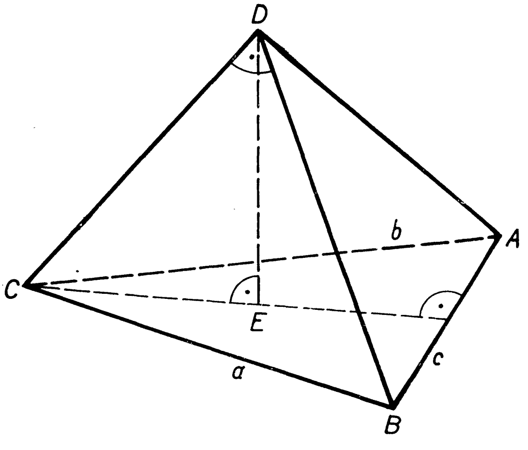
Úloha je tedy neřešitelná.

Řešení 5. úlohy (obr. 3).

Platí $(DE \perp AB) \wedge (CE \perp AB)$, proto $(CDE) \perp AB$ a odtud dále

(1) $$CD \perp AB \,.$$

Vztah (1) platí i v případě, že $E = C$, tj. že body C, D, E neurčují rovinu, neboť pak je $CD = DE$.



Obr. 3.

Protože $AB \perp CD$ podle (1) a $BD \perp CD$ podle předpokladu, je $(ABD) \perp CD$. Odtud plyne

(2) $$CD \perp AD \,.$$

Protože v (1) i v předpokladu lze vyměnit body B, C, platí to i v (2), tj.

$$BD \perp AD .$$

Čtyřstěn $ABCD$ má tedy všecky tři stěnové úhly při vrcholu D pravé. Podle Pythagorovy věty (pro $\triangle$ ABD, BCD, CAD) dostaneme

$$AB^2 + BC^2 + CA^2 = 2(AD^2 + BD^2 + CD^2)$$

nebo při obvyklém označení stran $\triangle$ ABC

$$6(AD^2 + BD^2 + CD^2) = 3(a^2 + b^2 + c^2) . \tag{3}$$

Dále $3a^2 + 3b^2 + 3c^2 - (a + b + c)^2 = (a - b)^2 + (b - c^2) + (c - a)^2$, tj. podle (3)

$$6(AD^2 + BD^2 + CD^2) = (a + b + c)^2 + (a - b)^2 +$$
$$+ (b - c)^2 + (c - a)^2 .$$

Odtud plyne tvrzení obsažené v textu úlohy. Rovnost nastane, právě když $a = b = c$.

Řešení 6. úlohy. Označme T_n počet všech trojúhelníků daných systémem n nekolineárních bodů, O_n počet všech ostroúhlých trojúhelníků daných týmž systémem.

Dokážeme lemma:

Existuje-li kladné číslo a tak, že platí $O_n \leqq a\, T_n$, pak platí také $O_{n+1} \leqq a\, T_{n+1}$.

Ze systému $n + 1$ bodů vynecháme pořadě 1., 2. až $(n + 1)$-ní bod, příslušné počty všech trojúhelníků (ostroúhlých trojúhelníků) v těchto $n + 1$ systémech o n bodech označíme T_{nk}, O_{nk} $(k = 1, 2, \ldots, n + 1)$.

Pak platí

$$T_{n+1} = \frac{T_{n1} + T_{n2} + \ldots + T_{n,n+1}}{n - 2} , \quad O_{n+1} = \frac{O_{n1} + O_{n2} + \ldots + O_{n,n+1}}{n - 2} , \tag{1}$$

neboť každý trojúhelník (ostroúhlý trojúhelník) je zahrnut do $(n + 1) - 3 = n - 2$ systémů. Podle předpokladu platí $O_n \leqq a\, T_n$, tedy také

$$O_{nk} \leqq a\, T_{nk}, \quad k = 1, 2, \ldots, n + 1 . \tag{2}$$

Dosadíme z (2) do druhého vzorce (1) a dostaneme

$$O_{n+1} \leqq a \frac{T_{n1} + T_{n2} + \ldots + T_{n,n+1}}{n - 2} = a\, T_{n+1} .$$

Tím je lemma dokázáno.

Protože je $T_4 = 4$, $O_4 \leqq 3$, máme $(O_4/T_4) \leqq 0{,}75$, tj. $a = 0{,}75$. Dále je $T_5 = 10$, a tedy podle lemmatu $O_5 \leqq 0{,}75 \,.\, 10 = 7{,}5$. Odtud $O_5 \leqq 7$, $(O_5/T_5) \leqq 0{,}7$ a pro $n = 5$ lze tedy položit $a = 0{,}7$. Indukcí se dokáže pro libovolné $n \geqq 5$ (tedy také pro $n = 100$), že $O_n \leqq T_n$.

Ale aby bylo jasno; úlohy řešili žáci ve dvou půldnech: úlohu 1 až 3 dopoledne 13. 7., úlohu 4 až 6 dopoledne 14. 7.; vždy měli k dispozici 4 hodiny čistého času.

Je starý školský zvyk, že když žáci vypracují písemnou práci, je třeba tuto práci opravit; to bylo také úkolem vedoucích delegací a jejich zástupců, a to v rekordním času jednoho dne a jedné noci! Pak následuje na matematických olympiádách velmi neoblíbená hra, zvaná koordinace, jejímž účelem je sjednotit klasifikaci (bodování) žákovských řešení z různých zemí. Koordinátoři vybraní z vědeckých i školských pracovníků hostitelské země jsou trochu katani, trochu mučedníci; tak tomu bylo i v Maďarsku. Řádný koordinátor musí bdít nad tím, aby se neuznalo nic, ale pranic z toho, co si asi žák myslil, vypočítal zpaměti, *ale nenapsal*. V matematické olympiádě je pak pochopitelně ve výhodě ta sorta řešitelů — u nás zvaných „spisovatelé“, kteří stále opakují např. že $\gamma = 180° - (\alpha + \beta)$, protože $\alpha + \beta + \gamma = 180°$. Prominťe, trochu přeháním; ale je drsná realita, že se při koordinaci někde vyskytly situace ne příliš vzdálené od toho, co jsem výše napsal. Na druhé straně je pravda, že soutěž se musí bránit řešením, která představují jakési „písně beze slov“, anebo kde řešitel s oblibou užívá obratů, jako např. „je zřejmé“, „ze známých vět plyne“ apod.

Tak tedy ještě několik fakt: připravující delegáti trpěli vedrem v roztomilém lázeňském městečku Hévizu, soutěž sama se všemi korekturami a koordinacemi probíhala v městě Keszthely u Balatonu. Pak se jelo v neděli 19. 7. vlakem do Budapešti, kde byla závěrečná slavnost rozdílení cen a společná večeře.

Ale ještě něco o závěrečných schůzích jury: byla to hrozná potíž stanovit hranice bodů pro I., II. a III. cenu; při stanovení se uplatnila i diofantická rovnice a nakonec se dohodla čísla 37, 30 a 19. Ještě větší potíž byla s udělením tzv. zvláštních cen za originální a elegantní řešení nebo za zobecnění. Zde se nejvíce mluvilo o 4. úloze čs. původu, za niž nakonec byly uděleny 4 zvláštní ceny, mezi nimi jedna čs. řešiteli. Za 1., 2. a 5. úlohu žádná zvláštní cena udělena nebyla, za 3. úlohu jediná, za 6. úlohu dvě. Jinak byla skoro inflace cen: celkem 58 cen (112 účastníků), z toho 7 prvních, 11 druhých, 40 třetích.

Kdyby bylo místo, rozpovídal bych se o tom, jak řešili různí žáci 4. úlohu; koordinoval jsem totiž korektury maďarských prací a byl jsem v komisi, která dávala návrhy na zvláštní ceny za 4. úlohu. Byla tam skutečně pěkná řešení i pěkná zobecnění.

Ale vím, že čtenáři jsou zvědaví na některé další věci: předně na (neoficiální) pořadí jednotlivých zemí, na přehled výkonů našeho družstva (nelze říci mužstva, neboť tu byla jedna dívka) a možná i na jiné věci.

Tedy nejprve pořadí států s dosaženými počty bodů:

1. Maďarsko	233	6. Velká Británie	180	11. Polsko	105
2. Sovětský svaz	221	7. Československo	145	12. Rakousko	104*)
3. NDR		8. Bulharsko		13. Holandsko	87
4. Jugoslávie	209	9. Francie	141	14. Mongolsko	58
5. Rumunsko	208	10. Švédsko	110		

A nyní dvě tabulky:

Tabulka 1.

Stát Cena	A	BG	CS	D	F	GB	H	M	NL	PL	R	S	SU	YU
I.	—	—	—	1	—	1	3	—	—	—	—	—	2	—
II.	—	—	—	2	1	—	1	—	—	—	3	—	1	3
III.	1	3	4	4	4	6	3	1	1	1	4	2	3	3

Tabulka 2.

Číslo	Žák čs. družstva	Ročník Místo	Počet bodů dosaž. v úloze						Součet počtu bodů	Cena
			1	2	3	4	5	6		
1	Anton Černý	2 Bratislava	5	7	0	6	0	0	18	zvláštní
2	Miroslav Hradil	3 Praha	0	7	0	5	6	0	18	—
3	Helena Husová	2 Praha	1	7	0	4	4	5	21	III.
4	Pavel Pudlák	3 Praha	0	3	0	1	5	1	10	—
5	Štefan Sakáloš	2 Prievidza	5	7	0	4	6	0	22	III.
6	Rudolf Švarc	3 Plzeň	5	7	0	6	2	0	20	III.
7	Jiří Tůma	3 Písek	5	7	0	5	6	0	23	III.
8	Belo Zorkovský	3 Košice	5	3	0	5	0	0	13	—
Součet počtu bodů	—	—	26	48	0	36	29	6	145	

*) Zúčastnilo se poprvé.

Ani složení jury není nezajímavé; „stará garda“ pomalu ustupuje, objevují se nové tváře, mladší lidé, jak to má být. Složení jury bylo toto:

1. Akademik Hajós György, předseda.
2. Prof. Surányi János, doktor Akademie, místopředseda.

Vedoucí delegací účastnických států:

3. Thomas Mühlgassner, prof. reál. gymnasia Eisenstadt, A.
4. Kiril Dočev, docent mat. fakulty university v Sofii, BG.
5. Jan Vyšín, docent mat.-fyz. fakulty UK v Praze, CS.
6. Dr. hab. Helmut Bausch, něm. Akademie věd, D.
7. André Warusfel, profesor lycea Louis le Grand, Paříž, F.
8. Dr. Bryan Twaites, Westfield College, London, GB.
9. Hódi Endre, technický poradce Maď. optických závodů v Budapešti, H.
10. Uržincerendijn Sanžimjatov, Mongolská státní universita v Ulánbátoru, M.
11. Ary van Tooren, inspektor středních škol, Haag, NL.
12. Andrzej Mąkowski, lektor matematického ústavu university ve Varšavě, PL.
13. Gleb Simionescu, ústřední inspektor min. školství v Bukurešti, R.
14. Ake H. Samuelsoon, matematický ústav university v Göteborgu, S.
15. Michail Iljič Serov, Karelský pedagogický institut v Petrozavodsku, SU.
16. Dr. Milenko Stekovic, profesor strojní fakulty university v Sarajevu, YU.

Jak je patrné, propadl jsem ze stylu reportáže do stylu suchých úředních zpráv; musím tedy aspoň skončit trochu jinak.

Předně se musím přiznat, že nejen na závěrečném zasedání jury, ale i při slavnostním závěru olympiády jsem — dokonce za přítomnosti náměstka ministra s. Lugossy Jenö — pozval všechny účastnické země na XIII. mezinárodní matematickou olympiádu do Československa v r. 1971. K tomu jsem ještě pronesl — byv vyzván — jakési francouzsko-německé řeči o J. A. Komenském, o demokratizaci vzdělání a o nutnosti analyzovat otázku, co je vlastně nadání pro matematiku.

Dále musím přiznat, že mezinárodní jury jednomyslně přijala naše pozvání; že jsem rozdal návrh nového statutu MMO, který by umožňoval volbu soutěžních úloh a že tento návrh byl na místě sympaticky komentován (viz Vennovy diagramy M. Warusfela). Všichni delegáti (mimo mne) se radují, že tíhu organizování MMO ponese příští rok jiná země než jejich a všichni se těší do Československa, jak mi sdělili při poslední slavností večeři, kdy nejčastěji opakovaná slova byla: vivat, živili, zum Wohl, à votre santé, prosit apod.

Bylo by možné napsat ještě mnoho humorného o XII. MMO, a to jak o její stránce matematické, tak o její stránce společenské. Ale to by se asi hodilo spíše na nějakou besedu v Savarinu než do časopisu. A nakonec: 22. 7. nás Hungaria šťastně všecky dovezla do vlasti.