Zdeněk Urbánek

K problému vzniku lokálních seskupení hmot v nestatickém modelu vesmíru

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 12 (1967), No. 4, 212--222

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/138747

Důležitým důsledkem předchozí věty je jednoduché pravidlo derivace

$$(B5) \qquad \frac{\partial}{\partial a_k} [a_1, \dots a_n] = [a_1, \dots a_{k-1}] [a_{k+1}, \dots a_n] .$$

Gaussova závorka je také lineární funkcí libovolné „podzávorky“

$$(B6) \qquad [a_1, \dots a_n] = [a_1, \dots a_k] [a_{k+1}, \dots a_n] + [a_1, \dots a_{k-1}] [a_{k+2}, \dots a_n] .$$

Dále platí následující rovnost

$$(B7) \qquad D_n = \begin{vmatrix} [a_1, \dots a_n] & [a_2, \dots a_n] \\ [a_1, \dots a_{n-1}] & [a_2, \dots a_{n-1}] \end{vmatrix} = (-1)^n, \; n > 1$$

nebo obecněji

$$\begin{vmatrix} [a_1, \dots a_k] & [a_2, \dots a_k] \\ [a_1, \dots a_m] & [a_2, \dots a_m] \end{vmatrix} = (-1)^{m-1} . [a_{m+2}, \dots a_k]$$

pro $1 < m < k$.

Literatura

[1] HERZBERGER M.: *Modern Geometrical Optics.* Ruský překlad: *Sovremennaja geometričeskaja optika.* Izd. Inostr. Litĕratury, Moskva 1962.

[2] O'NEILL E. L.: *Introduction to Statistical Optics.* Addison-Wesley Publ. Comp., Inc., Reading 1963.

[3] BROUWER W.: *Matrix Methods in Optical Instrument Design.* W. A. Benjamin Inc., New York — Amsterdam 1964.

[4] HAVELKA B.: *Geometrická optika I.* NČSAV, Praha 1955.

K PROBLÉMU VZNIKU LOKÁLNÍCH SESKUPENÍ HMOT V NESTATICKÉM MODELU VESMÍRU

ZDENĚK URBÁNEK, Praha

ÚVOD

Při studiu vesmíru jako celku můžeme s dostatečnou přesností předpokládat ve shodě s kosmologickým principem, že v dnešním vývojovém stadiu je hmota ve vesmíru rozložena homogenně a izotropně. Metrika prostoročasu v tomto případě je vyjádřena výrazem, který poprvé odvodil ROBERTSON [1] a nezávisle na něm A. G.

Walker [2]:

$$ds^2 = dt^2 - \frac{R^2(t)}{c^2\left(1 + \frac{kr^2}{4}\right)^2}(dx^2 + dy^2 + dz^2)\,, \tag{1,1}$$

kde $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, c je rychlost světla ve vakuu, k je konstanta, která může nabývat hodnot $+1, 0, -1$, a $R(t)$ je poloměr zakřivení prostoru.

Chceme-li však studovat menší oblasti vesmíru, je nutné přihlédnout k místním nerovnoměrnostem v rozložení hmoty, které jsou tvořeny galaxiemi a seskupeními galaxií. Pro metriku prostoročasu v takovéto omezené oblasti vesmíru, kde musíme přihlížet k místním odchylkám od rovnoměrného rozložení hmoty, nemůžeme již užít vyjádření Robertsonova.

Jednoduchým modelem takovéto oblasti vesmíru je model Mc Vittieův [3], tvořený libovolným počtem sféricky symetrických zhuštění hmoty, která jsou od sebe oddělena prostorem vyplněným rovnoměrně rozloženou ideální tekutinou (plynem).

Mc Vittie ukázal, že metriku prostoročasu, který odpovídá n zhuštěním hmoty, která jsou od sebe oddělena ideální rovnoměrně rozloženou tekutinou, můžeme psát ve tvaru:

$$ds^2 = (1 - \varkappa\psi)(dx^4)^2 - \frac{R^2(1 + \varkappa\psi)}{c^2\left(1 + \frac{kr^2}{4}\right)^2}\left[(dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2\right], \tag{1,2}$$

kde ψ je dáno vztahem $\psi = \Psi/R$, $\varkappa = 8\pi\gamma/c^2$ a γ je Newtonova gravitační konstanta. Funkce Ψ odpovídající n zhuštěním je přitom zvolena jako součet elementárních řešení rovnice

$$\left\{\nabla^2 - \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{3}\frac{kx^j}{\left(1 + \frac{kr^2}{4}\right)}\frac{\partial}{\partial x^j}\right\}\Psi = 0\,. \tag{1,3}$$

Nezávisle na Mc Vittiem řešil tento problém Pachner [4]. Vyšel z poznatku, že v newtonovské aproximaci se můžeme omezit na diagonální složky metrického tenzoru a přímým řešením rovnic pole dospět k výrazu pro metriku prostoročasu s místními nehomogennostmi v rozložení hmoty. Tuto metriku lze psát ve tvaru

$$ds^2 = -\frac{1 - 2\Psi/c^2}{\left(1 + \frac{kr^2}{4R^2(t)}\right)^2}(dx^2 + dy^2 + dz^2) + (c^2 + 2\Phi + 2\Psi)\,dt^2\,, \tag{1,4}$$

kde funkce Ψ je dána Poissonovou rovnicí.

$$\nabla^2\Psi = 4\pi\gamma\left(\sum_j m_j\delta_j^{(3)} - \bar{\varrho}\right) \tag{1,5}$$

a okrajovými podmínkami $\Psi = 0$, grad $\Psi = 0$ na hranicích dostatečně veliké oblasti, uvnitř které se střední hustota hmoty rovná střední hustotě hmoty $\bar{\varrho}$ celého vesmíru. Na rozdíl od Mc Vittieho, který se domnívá, že rovnice pole neurčují funkci Ψ, dochází Pachner k rovnici (1,5) přímo jako k důsledku, který plyne z platnosti rovnic pole.

Podíváme-li se na obě řešení (1,2), (1,4) která zde máme pro případ prostoru s místními odchylkami od homogenního a izotropního rozložení hmoty, vidíme, že odchylky od metriky prostoru s homogenním a izotropním rozložením hmoty jsou určeny funkcí Ψ. Funkci Ψ v obou případech dostáváme v podstatě jako řešení Poissonovy rovnice. Je zřejmé, že tato funkce nám nemůže dát informaci o tom, jak se bude porucha v metrice měnit s časem. Proto také nemůžeme použít těchto modelů ke studiu vzniku lokálních seskupení hmot ve vesmíru.

Chceme-li studovat problém vzniku lokálních seskupení, pak k popisu prapůvodních prostorových poruch v metrice, ze kterých tato lokální seskupení mohla vzniknout, musíme použít funkcí, které jsou závislé na vývojové epoše vesmíru (na čase).

Metoda, které lze použít ke zkoumání vzniku lokálních seskupení hmot, je metoda založená na použití poruchového tenzorového počtu. Tato metoda byla vypracována poprvé LANCZOSEM [5] a později nezávisle na něm LIFŠICEM [6].

Než přistoupíme k základním myšlenkám této metody, všimneme si pro úplnost a snadnější pochopení příslušné problematiky případu, kdy hmota je rozložena homogenně a izotropně a kdy tedy poruchy v metrice neexistují.

DOKONALE HOMOGENNÍ A IZOTROPNÍ VESMÍR

Předpokládáme-li, že hmota ve vesmíru je rozložena homogenně a izotropně, můžeme, jak bylo řečeno v úvodu, psát metriku prostoročasu ve tvaru (1.1). V této metrice, odvozené Robertsonem [1] a nezávisle na něm Walkerem [2] z ryze kinematických úvah, neznáme funkci $R(t)$. Pro její určení musíme vycházet z rovnic pole obecné relativity:

$$R^{\mu}_{\nu} - \tfrac{1}{2}\delta^{\mu}_{\nu}R = -\varkappa c^2 T^{\mu}_{\nu}\,, \tag{2.1}$$

kde

$$R = R^{\mu}_{\mu}\,; \quad R^{\mu}_{\nu} = R_{\nu\alpha}g^{\mu\alpha}\,; \quad \delta^{\mu}_{\nu} = \begin{matrix} 1\,(\mu = \nu) \\ 0\,(\mu \neq \nu) \end{matrix}$$

$$R_{\mu\nu} = \frac{\partial}{\partial x^{\nu}}\begin{Bmatrix}\sigma\\ \mu\sigma\end{Bmatrix} - \frac{\partial}{\partial x^{\sigma}}\begin{Bmatrix}\sigma\\ \mu\nu\end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix}\tau\\ \mu\sigma\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}\sigma\\ \nu\tau\end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix}\tau\\ \mu\nu\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}\sigma\\ \tau\sigma\end{Bmatrix};$$

V případě homogenního a izotropního rozložení hmoty ve vesmíru lze pro složky tenzoru energie a impulsu T^{μ}_{ν} vzít vyjádření odpovídající gravitačnímu poli vytvořenému dokonalým kosmickým plynem, který by vyplňoval celý vesmír. Pro T^μ_ν můžeme tedy psát:

$$T^\mu_\nu = \left(\varrho_0 + \frac{p_0}{c^2}\right) u^\mu u_\nu - \delta^\mu_\nu \frac{p_0}{c^2} . \tag{2.2}$$

V (2.2) p_0, ϱ_0 jsou kosmický tlak a hustota měřené v místním souřadném systému, v němž uvažovaný element kosmického plynu je v klidu. Zvolíme tedy takový souřadný systém, v němž jsou prostorové složky $u^i = \mathrm{d}x^i/\mathrm{d}s$ $(i = 1, 2, 3)$ čtyřvektoru rychlosti rovny nule a $u^4 = 1$. Dostáváme tak pro složky T^μ_ν:

$$T^k_i = -\delta^k_i \frac{p_0}{c^2} ; \quad T^i_4 = 0 ; \quad T^4_4 = \varrho_0 \tag{2.3}$$

Vyjádříme-li zúžený Riemannův-Christoffelův tenzor pomocí hodnot, které plynou pro složky metrického tenzoru $g_{\mu\nu}$ z metriky (1.1), z desíti rovnic pole (2.1) pouze čtyři jsou nenulové. Poněvadž tři z těchto nenulových rovnic jsou identické, můžeme psát [7]:

$$\frac{\varkappa p_0}{c^2} = -\frac{k}{R^2} - \frac{\dot{R}^2}{c^2 R^2} - \frac{2\ddot{R}}{c^2 R} \tag{2.4}$$

$$\frac{\varkappa \varrho_0}{3} = \frac{k}{R^2} + \frac{\dot{R}^2}{c^2 R^2} .$$

Tečkou v (2.4) označujeme derivaci podle časové souřadnice.

Řešit tyto rovnice, které neobsahují kosmologickou konstantu, se poprvé podařilo Friedmanovi. Předpokládáme-li, že hmota ve vesmíru je rozložena tak, že můžeme položit $p_0 = 0$, dostáváme z 2.4 tři řešení pro $k = 1, -1, 0$, jež pro $k = \pm 1$ zapíšeme v parametrickém tvaru:

Pro $k = +1$:

$$R = R_0(1 - \cos \tau) ; \quad t = \pm R_0(\tau - \sin \tau) , \tag{2.5}$$

pro $k = -1$:

$$R = R_0(\cosh \tau - 1) ; \quad t = \pm R_0(\sinh \tau - \tau) , \tag{2.6}$$

pro $k = 0$

$$R = \left(\frac{9\varkappa c^2 M}{16\pi}\right)^{1/3} t^{2/3} , \tag{2.7}$$

kde

$$M = \tfrac{4}{3}\pi \varrho_0 R^3 .$$

M je hmota rozložená s hustotou ϱ_0 v prostoru ohraničeném kulovou plochou poloměru R.

Řešení (2.5) odpovídá modelu uzavřenému s kladným zakřivením prostoru ($k = +1$), řešení (2.6), (2.7) představují dva typy modelů otevřených se záporným ($k = -1$), resp. nulovým zakřivením prostoru ($k = 0$).

VESMÍR S MALÝMI MÍSTNÍMI GRAVITAČNÍMI PORUCHAMI

Jak bylo podotknuto, lze předpokladu o dokonalé prostorové homogennosti a izotropii vesmíru, pomocí něhož dostáváme rovnice pole (2.4), užít jen tehdy, když se na něj díváme v dostatečně velkém měřítku a nebereme v úvahu místní gravitační poruchy. Chceme-li však podrobněji studovat oblasti, jejichž velikost je velmi malá ve srovnání s rozměry celého vesmíru, musíme vzít v úvahu tyto místní gravitační poruchy způsobené místními odchylkami od střední hustoty ϱ_0 celého vesmíru.

Kvantitativně můžeme gravitační poruchy charakterizovat jako malé místní změny v metrice homogenního vesmíru. Metrický tenzor v oblasti, kde taková porucha existuje, lze vyjádřit ve tvaru:

$$g_{\mu\nu} = \overline{g_{\mu\nu}} + h_{\mu\nu} \,. \tag{3.1}$$

$\overline{g_{\mu\nu}}$ je kosmický metrický tenzor, určený neporušenou metrikou (1.1), a člen $h_{\mu\nu}$, jenž je funkcí prostorových souřadnic a času, charakterizuje místní odchylky od metriky dokonale homogenního a izotropního vesmíru, které jsou tak malé, že vyšší mocniny $h_{\mu\nu}$ je možno zanedbat. Složky $h^{\mu\nu}$, h^{ν}_{μ} dostaneme z $h_{\mu\nu}$ pomocí neporušeného metrického tenzoru $\overline{g_{\mu\nu}}$.

Problém nyní záleží v určení rovnice, které musí vyhovovat složky $h_{\mu\nu}$, a v řešení této rovnice. První, kdo formuloval matematicky tento problém, byl K. Lanczos [5] a nezávisle na něm podrobněji tuto otázku řešil E. Lifšic [6],[8]. Lifšic také první použil této metody ke studiu vzniku lokálních seskupení. Všimneme si proto jeho práce trochu podrobněji:

Chceme-li dospět k rovnici, kterou jsou určeny poruchy v metrice, musíme vyjít z obecných rovnic gravitačního pole (2.1), kam za jednotlivé členy dosazujeme vyjádření pomocí metrického tenzoru (3.1). Pro poruchy jednotlivých veličin vychází:

$$\delta R^{\mu}_{\nu} = \overline{g^{\mu\alpha}}\delta R_{\nu\alpha} - h^{\mu\alpha}\overline{R}_{\nu\alpha} \tag{3.2}$$

$$\delta R \equiv \delta R^{\nu}_{\nu} = h^{\mu;\nu}_{\nu;\mu} - h^{;\nu}_{;\nu} - h^{\nu\mu}\overline{R}_{\nu\mu} \;; \quad h^{\mu;\nu}_{\nu;\mu} = h^{\mu}_{\nu;\mu;\alpha} g^{\nu\alpha} \,.$$

V těchto rovnicích středník označuje kovariantní derivaci podle uvedené souřadnice. V lineárním přiblížení malé poruchy vyhovují rovnicím:

$$\delta R^{\mu}_{\nu} - \frac{\delta^{\mu}_{\nu}}{2}\delta R = \delta T^{\mu}_{\nu} \,. \tag{3.3}$$

Pro výpočet neporušených (kosmických) veličin použil Lifšic poněkud odlišného vyjádření metriky:

$$ds^2 = \tilde{R}[+ d\eta^2 - d\chi - \sin^2 \chi(d\Theta^2 + \sin^2 \Theta \, d\varphi^2)] \,, \tag{3.4a}$$

kde η je definováno vztahem:

$$dt = \tilde{R} \, d\eta \,. \tag{3.4b}$$

Vztah (3.4a) dostaneme z (1.1), napíšeme-li (1.1) ve tvaru:

$$ds^2 = dt^2 - \tilde{R}^2 \, dl^2 \,, \tag{3.5}$$

kde

$$\tilde{R} = \frac{R^2(t)}{c^2\left(1 + \dfrac{kr^2}{4}\right)^2} \quad \text{a} \quad dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \,. \tag{3.6}$$

Přejdeme-li nyní od kartézských souřadnic k souřadnicím sférickým a provedeme-li substituci (3.4b), dostáváme (3.4a).

Poruchu tenzoru energie δT^μ_ν dostaneme přímým výpočtem z výrazu pro tenzor energie ideálního plynu. Pro T^μ_ν můžeme tedy psát:

$$T^\mu_\nu = (p_0 + \varrho_0) \, u_\nu u^\mu + \delta^\mu_\nu p_0 \,. \tag{3.7}$$

V případě, že používáme takový souřadný systém, v němž je vybraný element ideálního plynu v klidu, má v prostoročase určeném metrikou (3.4a) čtyřvektor rychlosti tyto složky:

$$u^i = 0 \,; \quad u^4 = \frac{1}{\tilde{R}} \quad (i = 1, 2, 3) \,. \tag{3.8}$$

Z (3.7) nyní dostáváme:

$$\delta T^\mu_\nu = (p_0 + \varrho_0) \, (\delta u_\nu u^\mu + u_\nu \delta u^\mu) + (\delta p_0 + \delta \varrho_0) \, u_\nu u^\mu + \delta^\mu_\nu \delta p_0 \,. \tag{3.9}$$

Složky poruchy čtyřvektoru rychlosti δu^μ zřejmě souvisí podle vztahu, který dostaneme variací definičního výrazu pro velikost čtyřvektoru u^μ : $g_{\mu\nu} u^\mu u^\nu = -1$. Variací dostáváme:

$$\delta g_{\mu\nu} u^\mu u^\nu + g_{\mu\nu} \delta u^\mu u^\nu + g_{\mu\nu} u^\mu \delta u^\nu = 0 \tag{3.10}$$

nebo uvážíme-li, že $\delta g_{\mu\nu} = h_{\mu\nu}$ plyne odtud

$$h_{\mu\nu} u^\mu u^\nu + g_{\mu\nu} \delta u^\mu u^\nu + g_{\mu\nu} u^\mu \delta u^\nu = 0 \,. \tag{3.11}$$

Aniž bychom omezili platnost dalších vztahů je pro podrobný výpočet výhodné zavést souřadný systém, v němž je splněna podmínka:

$$h_{4\alpha} = 0 \quad h_{44} = 0 . \tag{3.12}$$

Z (3.11) a (3.10) potom vychází $\delta u^4 = 0$.
Za těchto předpokladů máme pro jednotlivé složky z (3.9) vyjádření:

$$\delta T_i^k = \delta p_0 \delta_i^k \; ; \quad \delta T_4^i = -\tilde{R}(p_0 + \varrho_0)\, \delta u^i \; ; \quad \delta T_4^4 = -\delta \varrho_0 \, . \tag{3.13}$$

Vzhledem k tomu, že hodnoty δp_0, $\delta \varrho_0$ jsou malé, můžeme psát $\delta p_0 = (\mathrm{d}p_0/\mathrm{d}\varrho_0)\, \delta \varrho_0$ a pro prostorové složky δT_i^k $(i, k = 1, 2, 3)$ máme:

$$\delta T_i^k = -\frac{\mathrm{d}p_0}{\mathrm{d}\varrho_0} \delta_i^k \delta T_4^4 \; ; \tag{3.14}$$

konečné rovnice pro poruchy metrického tenzoru h_i^k dostaneme, dosadíme-li do (3.14) složky δT_μ^ν vyjádřené pomocí δR_μ^ν rovnicemi (3.3) a (3.2)

$$(h_{i;j}^{j;k} + h_{j;i}^{k;j} - h_{;i}^{;k} - h_{i;j}^{k;j}) + h_i^{k''} + 2 \frac{\tilde{R}'}{\tilde{R}} h_i^{k'} + 2h_i^k = 0 \tag{3.15}$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2}(h_{;j}^{;j} - h_{j;l}^{l;j}) - h'' - 2 \frac{\tilde{R}''}{\tilde{R}} h' + h = \\ &= 3 \frac{\mathrm{d}p_0}{\mathrm{d}\varrho_0} \left[\frac{1}{2}(h_{j;l}^{l;j} - h_{;j}^{;j}) + \frac{\tilde{R}'}{\tilde{R}} h' - h \right] . \end{aligned} \tag{3.16}$$

Čárkou ve (3.15) a (3.16) je označována derivace podle parametru η. Lifšic ukazuje, že řešení pro h_i^k v případě poruch v hustotě můžeme obecně psát ve tvaru:

$$h_i^k = \lambda(\eta)\, P_i^k + \mu(\eta)\, Q_i^k \; ; \quad h = \mu Q \, , \tag{3.17}$$

kde P_i^k a Q_i^k jsou tenzory vytvořené pomocí skalární funkce $Q = \exp(i\boldsymbol{nz})$

$$Q_i^k = \frac{1}{3} \delta_i^k Q \; ; \quad P_i^k = \left(\frac{1}{2} \delta_i^k - \frac{n_i n^k}{n^2} \right) Q \, . \tag{3.18}$$

K řešení (3.17) dochází Lifšic za předpokladu, že v malých oblastech prostoru, které můžeme brát jako euklidovské, lze libovolnou poruchu rozložit na rovinné vlny. Rovinná vlna je pak charakterizována bezrozměrným vektorem $\boldsymbol{n}$, který souvisí s vlnovým vektorem vztahem

$$\boldsymbol{k} = \frac{\boldsymbol{n}}{\tilde{R}} \, . \tag{3.19}$$

Pro vlnovou délku takovéto rovinné vlny můžeme psát

$$\lambda = \frac{2\pi\tilde{R}}{n}. \tag{3.20}$$

Protože předpokládáme, že poruchy v metrice zaujímají oblasti, jejichž rozměr $l \ll \tilde{R}$, bude také vlnová délka λ rovinných vln, které tyto poruchy charakterisují malá, ve srovnání s $\tilde{R} : \lambda \ll \tilde{R}$. Ke splnění tohoto požadavku musíme předpokládat číslo n dostatečně velké $(n \gg 2\pi)$.

Vedle poruch v metrice způsobených poruchami v hustotě uvažuje Lifšic ještě dva typy poruch. Jsou to jednak poruchy způsobené změnou rychlosti pohybu hmoty, jednak poruchy, při nichž hmota zůstává v klidu a homogenně rozložená v prostoru. Poslední typ, při kterém se bude měnit pouze metrika, odpovídá gravitačním vlnám. Žádný z těchto dvou typů, jak se ukazuje, nebude mít vliv na lokální růst hustoty hmoty.

GRAVITAČNÍ PORUCHY A PROBLÉM VZNIKU LOKÁLNÍCH SESKUPENÍ

Na základě metody, jejíž hlavní myšlenky byly podány v předchozím odstavci, je možné usuzovat na chování gravitačních poruch vzniklých jako důsledek poruch v homogennosti a izotropii hmoty vyplňující vesmír.

Předpokládáme-li, že v raných stadiích vývoje vesmíru byla hmota rozložena homogenně a izotropně s mnohem větší hustotou než dnes, a tlakem, který nemůžeme zanedbat, mohly by se stát malé místní nerovnoměrnosti (vzniklé např. statistickými fluktuacemi) jádry současných lokálních seskupení. Poruchy v metrice gravitačního pole, vzniklé jako důsledek těchto prapůvodních zárodků lokálních seskupení, by se ovšem musely během času s rozpínáním vesmíru zvětšovat.

Lifšic pomocí metody uvedené v předchozím odstavci studoval chování gravitačních poruch v závislosti na čase. Poruchy v hustotě, charakterizované řešením (3.17), se dají rozdělit do dvou skupin v závislosti na vlnové délce λ, charakterizující poruchu, a to na dlouhovlnné a krátkovlnné.

Ukazuje se, že porucha v hustotě hmoty s časem roste u dlouhovlnných poruch, které jsou charakterizovány podmínkou $nu\eta \ll 1$, kde u je rychlost zvuku v uvažovaném prostředí, η je dáno vztahem (3.4b) a n vztahem (3.19). V raných stadiích vývoje vesmíru, kdy lze pokládat $p_0 = \varrho_0/3$; $u^2 = 1/3$, nemůže však toto zvětšení vést k velkým poruchám v metrice. Větší poruchy v metrice by mohly vzniknout v pozdějších stadiích vývoje vesmíru, kdy již tlak p_0 je zanedbatelně malý. Avšak i v tomto případě probíhá zvětšení poruchy v hustotě velmi pomalu $(\sim t^{2/3})$. Při krátkovlnných poruchách $(nu\eta \gg 1)$ amplituda těchto poruch se zmenšuje v závislosti na čase. Je zřejmé, že současná lokální seskupení by tedy mohla vzniknout pouze v případě, že původní porucha by byla dlouhovlnná. Ovšem, aby z těchto původních poruch mohla vzniknout dnešní lokální seskupení, musela by být doba vývoje těchto lokálních seskupení mnohem delší, než jak ji v současném stadiu vývoje uvažujeme.

Závěrům, ke kterým dospěl Lifšic, nemůžeme přiznat zcela obecnou platnost. Lifšic totiž, při studiu vývoje poruch vychází z lineární rovnice (3.3) a všechny nelineární členy zanedbává. Poněvadž rovnice pole obecné relativity jsou nelineární, je možné, že by tato nelinearita mohla v některých případech mít vliv na vývoj poruch.

K podobným závěrům dochází ve svých pracích rovněž Bonnor [9] [10]. Bonnor k nim dospěl jednak na základě newtonovské gravitační teorie, jednak použitím obecně relativistické metody. Jeho klasická metoda záleží v podstatě v následujícím:

Zvolíme-li v izotropním vesmíru, který je zaplněn hmotou s $p = 0$, kulovou oblast, malou vzhledem k rozměrům vesmíru, pak hmota mimo tuto oblast nebude působit gravitačními účinky na hmotu, která je uvnitř této oblasti. Hmotu uvnitř vybrané oblasti lze studovat na základě newtonovské gravitační teorie. Je zřejmé, že zákon rozšiřování izotropního modelu obecné teorie relativity musí být totožný se zákonem rozšiřování této vymezené newtonovské kulové oblasti. Odtud vyplývá, že chování poruch v malých oblastech izotropního vesmíru musí být totožné s jejich chováním v expandující newtonovské kulové oblasti, a můžeme tedy při vyšetřování těchto poruch vycházet z obyčejných klasických hydrodynamických rovnic a z newtonovské gravitační teorie. Nulovým přiblížením k obecnému případu v řešení hydrodynamických rovnic je radiální pohyb hmoty v homogenně expandující kulové oblasti. Velký význam této klasické metody je v tom, že závěry, které z ní plynou, se velmi dobře shodují se závěry relativistickými a potvrzuje se nám tak oprávněnost použití newtonovské klasické mechaniky při studiu kosmologických problémů v malých oblastech vesmíru.

Bonnorův postup při studiu této otázky z hlediska relativistického je poněkud odlišný od postupu Lifšicova. Lifšic vychází při studiu poruch z předpokladu, že poruchy musí splňovat lineární rovnici (3.3). Bonnor takovéto omezení na poruchy neklade. Vychází z jednoduchého modelu, ve kterém již určitá nahromadění hmoty vznikla, a to v takové vývojové epoše vesmíru, kdy lze tlak zanedbat. Toto zjednodušení mu umožňuje studovat proces vytváření těchto místních nahromadění hmoty, aniž by zanedbával nějaké nelineární členy v rovnicích pole a dovoluje mu odhadnout dobu potřebnou pro vytvoření těchto nahromadění z původních poruch jisté velikosti. Pomocí obou uvedených metod dochází pak Bonnor k závěru, že není možné brát za základ dnešních lokálních seskupení hmot původní malé poruchy v hustotě a rychlosti hmoty, vyplývající ze statistické teorie plynů. Tyto původní poruchy by musely být buď mnohem větší, nebo by musela být mnohem delší doba vývoje dnešních lokálních seskupení.

Z podobného předpokladu jako Bonnor ve své klasické metodě vychází při zkoumání problému vzniku lokálních seskupení rovněž Layzer [11]. Uvažujeme-li malou kulovou oblast obsahující lokální zvýšení hustoty hmoty nad kosmický průměr, nemusíme při odhadu rychlosti růstu tohoto zvýšení hustoty v prvém přiblížení uvažovat fluktuace v hustotě mimo tuto zvolenou oblast. V tomto přiblížení expanduje uvažovaná kulová oblast jako by byla izolovaná, a je-li její rozměr dostatečně malý, lze tuto expanzi považovat za rovnoměrnou. Místní zvýšení hustoty ϱ' ve středu uvažované oblasti lze potom vyjádřit jako funkci času, jejíž tvar závisí na dvou parametrech. Vztah, ke kterému dospěl Layzer pro časový vývoj zvoleného zvýšení hustoty, má tvar

$$s = s_0 \left[1 + H_0 t_0 \ln \left(\frac{t}{t_0} \right) \right], \tag{4.1}$$

kde

$$s = \frac{\varrho' - \bar{\varrho}}{\bar{\varrho}}, \tag{4.2}$$

ϱ' je zvýšená hustota hmoty v čase t, $\bar{\varrho}$ je střední hustota okolní hmoty v čase t, s_0 je hodnota veličiny s v okamžiku t_0, od něhož se vývoj tohoto zvýšení sleduje, H_0 je hodnota Hubbleovy konstanty v okamžiku t_0. Ve všech Friedmannových vesmírech $Ht \to \frac{2}{3}$, jestliže $t \to 0$, což znamená, že bereme-li t_0 dostatečně malé, můžeme rovnici (4.1) nahradit vztahem

$$s = s_0 \left[1 + \frac{2}{3} \ln \left(\frac{t}{t_0} \right) \right]. \tag{4.3}$$

Na základě vztahu (4.3) dochází Layzer k závěru, že počáteční statistická fluktuace v hustotě, ze které by mohla vzniknout některá z dnes již vytvořených galaxií, by musela být 10^{32}krát větší než je hodnota

$$s_0 = N^{-1/2} = 10^{-34}, \tag{4.4}$$

k níž dospívá klasická statistická teorie plynů za předpokladu, že průměrný počet částic v galaxii je $N = 10^{68}$.

I když každá z uvedených metod je založena na nějakém předpokladu, který vždy jinak do určité míry omezuje obecnou platnost výsledků, docházejí všechny metody k přibližně stejným závěrům: „Současná lokální seskupení hmoty nemohla patrně vzniknout z poruch v hustotě rovnoměrně rozložené hmoty, jejichž příčinou by byly pouze statistické fluktuace". Ovšem vzhledem k uvedeným omezením nelze považovat tyto závěry za konečné a zůstává nadále nezodpověděna otázka, jak bude situace vypadat, přiblížíme-li se ve svých předpokladech blíže k fyzikální skutečnosti.

V této práci jsem chtěl ukázat pouze na jeden způsob přístupu k řešení problému vzniku lokálních seskupení. Obsáhlou literaturu, která se týká dalších metod, lze nalézt např. v článku J. Pachnera [12] nebo D. Layzera [11].

Literatura

[1] Robertson H. P.: Astrophys. J. *82* (1935), 284; *83* (1936), 187, 257.
[2] Walker A. G.: Proc. London Math. Soc. *42* (1936), 90.
[3] Mc Vittie G. C.: *General Relativity and Cosmology* (London 1956).
[4] Pachner J.: Acta Phys. Polon. (1964), 735.
[5] Lanczos K.: Z. Phys. *31* (1925), 112.
[6] Lifshitz E. J.: Phys. USSR *10* (1946), 116.
[7] Tolman R. C.: *Relativity Thermodynamics and Cosmology* 1934.
[8] Lifshitz E., Chalatnikov I. M.: Uspěchi fiz. nauk *80* (1963), 391.
[9] Bonnor W. B.: Z. Astrophysik *39* (1956), 143.
[10] Bonnor W. B.: Monthly Not. Roy, Astron. Soc. *117* (1957), 104.
[11] Layzer D.: Ann. Rev. Astron. and Astrophys. *2* (1964), 341.
[12] Pachner J.: Čs. čas. fyz. *A 15* (1965).

Elektronické stopky pro seismická měření

s číslicovou indikací v desetitisícinách vteřiny se vyrábějí ve Velké Británii.

Sk

Zmařený totální odraz rozkládá světlo

Vstoupí-li do skleněného hranolu pod vhodným úhlem paprsek světla, odrazí se totálně při dopadu na protější plochu; podmínka pro totální odraz závisí na indexech lomu obou hraničících prostředí. Je-li za plochou, na níž má nastat odraz, pouze tenká vrstva opticky řidšího prostředí následovaná opět prostředím hustším, nastává odraz jen částečně; je-li tloušťka vrstvy 0,4 vlnové délky, odrazí se jen asi 50% dopadajícího světla. Využitím tohoto jevu je možno získat úzkopásmové světelné filtry s vlastnostmi podobnými známým filtrům interferenčním.

Sk

Spojená britská společnost

The Institute of Physics and the Physical Society vydala výroční zprávu za rok 1965. Počet členů vzrostl o 1086 a dosáhl 11 273. Z prodeje knih a časopisů měla společnost čistý zisk asi 50 000 liber. Výroční výstava vědeckých přístrojů vynesla přes 5000 liber.

Sk

Nauka o materiálu (materials sciences)

se stává samostatným vědním oborem, který se zabývá strukturou, vlastnostmi a použitím materiálů. V průběhu loňského roku vznikly dva časopisy věnované tomuto oboru, The Journal of Materials Science a Materials Science and Engineering; druhý z nich má mezinárodní redakční radu.

Sk

Účinnost moderní obloukové ocelářské pece

je poměrně nízká. Praktická spotřeba na tunu (485 kWh) sice není o mnoho vyšší než teoretická (430 kWh), ale protože chemické reakce v peci vydají asi 130 kWh/t, představují tepelné ztráty víc než třetinu příkonu.

Sk