Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Ivan Netuka; Jiří Veselý

Matematická soutěž vysokoškoláků

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 26 (1981), No. 5, 293--294

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/138731

v Budapešti (P. Pyrih získal I. cenu v kategorii I) jako druhé, lze konstatovat, že jsme vydobytou pozici nejen udrželi, ale dokázali se s jednoletou pauzou vrátit opět na stupínek nejvyšší. Za dobu pěti let, po níž se družstva MFF UK zúčastňují soutěže ISTAM, získala postupně 4., 3., 1., 2., a opět 1. místo. V soutěžích jednotlivců se výrazně prosadili J. Malý, J. Navrátil, P. Pyrih, kteří dokázali získat I. cenu. Je to především nesporný úspěch soutěžících, ale v neposlední řadě i vizitka dobré péče o mladé talenty na MFF UK v Praze. Také její pedagogové si ze soutěží odnesli řadu cenných poznatků. Z jejich podnětu vznikla jako nová forma SVOČ Matematická soutěž vysokoškoláků.

Soutěžní úkoly ISTAM 80 byly předány zástupcům ostatních škol při MSV 81, soutěžní úkoly ISTAM 81 jim byly rozeslány. Poslední nebyly nejjednodušší, v první kategorii získal vítěz méně než 50 bodů ze 100 možných (správné řešení každé úlohy = 25 bodů).

Chcete zkusit, kolik by se podařilo získat vám? Zde jsou úlohy pro I. kategorii.

1. Pro

$$a_n = 1 - \frac{(n-1)}{1!} + \frac{(n-2)^2}{2!} - \frac{(n-3)^3}{3!} + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!}$$

dokažte

$$\lim_{n\to\infty} a_n = 0 .$$

2. Je-li f spojitá funkce na (a, b) a je-li pro $h \to 0$ limita součinu

$$h^{-3}\int_0^h [f(x+u) + f(x-u) - 2f(x)]\mathrm{d}u$$

rovna nule pro každé x z (a, b), dokažte, že funkce f je lineární.

3. Je-li K těleso a $K[x]$ okruh polynomů s koeficienty z K, definujme

$$P_n(x) = x^{4n} - x^{3n} + x^{2n} - x^n + 1 .$$

Určete množinu

$$S = \{n \in N ; P_1 | P_n\} .$$

4. Je-li M_n vektorový prostor všech magických čtverců řádu n (tj. čtvercových matic, pro něž součty prvků ve všech řádcích, sloupcích a na obou diagonálách jsou stejné), určete dimenzi M_n a alespoň jednu jeho bázi.

MATEMATICKÁ SOUTĚŽ VYSOKOŠKOLÁKŮ

Ivan Netuka, Jiří Veselý, Praha

První ročník Matematické soutěže vysokoškoláků (MSV 81) se uskutečnil ve dnech 23.—25. dubna 1981 v Harrachově pod záštitou doc. M. Vondrušky, ministra školství ČSR a prof. dr. Z. Češky, člena korespondenta ČSAV, rektora Univerzity Karlovy.

MSV pořádalo Československé ústředí vysokoškoláků SSM pod záštitou s. ing. F. Fejfara, tajemníka ÚV SSM, jako novou doplňkovou formu studentské vědecké a odborné činnosti. Soutěž byla organizována matematicko-fyzikální fakultou UK v Praze ve spolupráci s Matematickou vědeckou sekcí JČSMF. Její uspořádání bylo součástí bolzanovských oslav.

Soutěže se zúčastnilo 17 tříčlenných

družstev (PF UPJŠ Košice (1), MFF UK Bratislava (3), PF UJEP Brno (4), PF UP Olomouc (3), FJFI ČVUT (2), MFF UK Praha (4)). Soutěž jednotlivců probíhala ve dvou kategoriích: kategorie I byla určena pro posluchače prvního dvouletí studia, kategorie II pro studenty vyšších ročníků. V této kategorii si účastníci volili vždy dva z těchto předmětů: algebru, diferenciální rovnice, funkcionální analýzu, komplexní analýzu, matematickou statistiku, programování, topologii, teorii pravděpodobnosti. Při soutěži řešili účastníci v obou kategoriích 4 úlohy (v kategorii II po dvou z každého předmětu).

Soutěž probíhala anonymně a její výsledky byly hodnoceny porotou složenou ze zástupců všech zúčastněných škol a dalších členů. V soutěži družstev získalo putovní pohár ministra školství ČSR za vítězství družstvo MFF UK Praha ve složení J. Hančl, J. Navrátil a P. Quittner. V soutěži jednotlivců obsadili první místa P. Savický (kategorie I) a J. Navrátil (kategorie II), oba z MFF UK Praha.

O MSV 81 byl vydán informační materiál, který obsahuje řešení všech soutěžních úloh a další informace. Pro zajímavost uvádíme znění úloh pro kategorii I:

1. Dokažte, že existují konvexní funkce f, g tak, že

$$\sin x = f(x) - g(x)$$

pro každé reálné x.

2. Dokažte, že pro každé reálné číslo α platí:

$$\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}x}{(1 + x^2)(1 + x^\alpha)} \leqq \frac{\pi}{4}.$$

3. Nechť $\{x_n\}$ je posloupnost reálných čísel. Pokud existuje vlastní limita

$$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \ldots x_n),$$

označme ji LIM x_n.
Řekneme, že reálná funkce f je superspojitá v bodě x, jestliže platí

$$(\mathrm{LIM}\ x_n = x) \Rightarrow (\mathrm{LIM} f(x_n) = f(x)).$$

Charakterizujte třídu všech funkcí, které jsou superspojité v každém bodě reálné osy.

4. Nechť A je komutativní okruh s jednotkovým prvkem. Dokažte, že okruh polynomů A $[x]$ je oborem integrity hlavních ideálů, právě když A je těleso.

jubilea & zprávy

ZA OLDŘICHEM LANTOU

Dne 15. července 1981 nás po delší nemoci navždy opustil vynikající pedagog, zasloužilý člen JČSMF pan profesor Oldřich Lanta.

Narodil se 13. dubna 1906 v Malé Čermné, okr. Náchod, v rodině chalupníka. I když pocházel z chudé rodiny a musel se hned v počátcích studií probíjet sám, úspěšně absolvoval reálku v Hradci Králové a ve studiu pokračoval na přírodovědecké fakultě Univerzity Karlovy, kde v r. 1933 promoval. Získal aprobaci pro vyučování matematice a deskriptivní geometrii na středních školách.

Krátkou dobu vyučoval na měšťanských školách ve Slov. Lupči a Častě. Od r. 1934 působil na reálném gymnáziu v Hlučíně, po okupaci Hlučínska v Ostravě-Přívoze, později na SVVŠ a gymnáziu v Ostravě 1. Pro vážný zdravotní