

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Gerard Sierksma

Johann Bernoulli (1667-1748): Deset neklidných let v Groningen

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 39 (1994), No. 1, 14--26

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138628>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1994

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

nepřirozené. Tělo musí být citlivé i na nepatrné odchylky od rovnováhy, aby bylo schopno ji drobnými pohyby udržovat. Pokud bude horní část těla tuhá, nebude tělo schopno reagovat na drobné změny polohy a bude obtížné tyto výchylky korigovat drobnými pohyby. Naopak, nezpevněná stojná noha, kyčle a dolní polovina těla budou vadit při účinném udržování rovnováhy na pevné podložce jemnými pohyby. Součástí přijaté techniky pro účinné udržování rovnováhy je zpevnění dolní poloviny těla a uvolnění horní poloviny těla, která je pak citlivá na drobné odchylky od rovnováhy, aniž by došlo k porušení rovného postoje. Tato metoda je nejen „správná“ z estetického a konvenčního hlediska; zároveň dává i smysl z hlediska fyzikálních zákonů rovnováhy.

Johann Bernoulli (1667–1748): Deset neklidných let v Groningen

Gerard Sierksma

Úvod

Groningen je hlavním městem severovýchodní provincie Nizozemí. Ve druhé polovině 17. století se zde rozvinulo nepřátelství mezi městskými radními a zákonodárci provincie. Bylo způsobeno náboženskými rozdíly a projevilo se v letech 1648–1717 i na místní univerzitě. Pět profesorů odešlo a dokonce i sté výročí univerzity proběhlo bez povšimnutí. Katedry zůstaly neobsazené, katedra matematiky již roku 1669.

Je pozoruhodné, že věhlasný matematik Johann Bernoulli přišel do Groningen v době této krize a že tam v letech 1695–1705 setrval. I když nebyl vždy přijímán s pochopením, měl jeho pobyt v Groningen značný vliv na rozvoj a rozšíření „nové metody“.

Leibnizova „Nova Methodus“

V říjnu 1648 uveřejnil Leibniz v časopise *Acta Eruditorum* svůj vynikající článek *Nova Methodus Pro Maximis et Minimis*, v němž položil základy infinitezimálního počtu. Leibniz nenapsal článek příliš srozumitelně. Nepochybně se tím snažil udržet si náskok před konkurenty, aby byl uznán jako jediný objevitel nové metody. Byl si totiž dobře vědom skutečnosti, že Newton v Anglii rozvinul podobné myšlenky.

GERARD SIERKSMA: *Johann Bernoulli (1667–1748): His Ten Turbulent Years in Groningen*. The Mathematical Intelligencer Vol. 14, No. 4, pp. 22–31.

©1992 Spinger Verlag New York

Přeložila JITKA ZICHOVÁ.

Švýcarští bratři Jakob a Johann Bernoulliové z Basileje byli první, kteří ocenili velký význam nové metody. Jakob byl profesorem matematiky v Basileji. Tohoto postavení dosáhl navzdory přání svého otce získat syna do řad církve. Ani otcovy plány týkající se o třináct let mladšího Johanna se nevyplnily. Otec zamýšlel, že se Johann bude připravovat na budoucí kariéru ve vzkvétajícím rodinném obchodě s kořením v Basileji. Roku 1682, ve věku patnácti let, byl Johann skutečně zaměstnán v obchodě. Asi po roce se toho ovšem nabažil. Ve svém životopise uvádí „ich ware . . . von Gott dem Herrn zu etwas anders destinirt“. Jeho osudem se stala matematika, i když zprvu studoval v Basileji medicínu.

Přitom ho však bratr Jakob uváděl do matematického umění. Johann je ovládl tak dobře, že po dvou letech byl bratrovi soupeřem a sdílel jeho vášeň pro matematiku. Píše o tom „darzu [t.zn. k matematice] ich ein sonderbahre lust bey mir verspühret“. Bratři se rozhodli napsat Leibnizovi, který tehdy byl profesorem v Hannoveru, a požádat ho o vysvětlení nejasností v jeho článku. Leibniz byl právě na jedné ze svých mnoha cest a dopis ho dosáhl až po dvou letech. Johann a Jakob, netrpěliví po tak dlouhé době, zkusili tedy pochopit článek bez cizí pomoci. Uspěli přitom a stali se stoupenci Leibnize. To znamenalo první větší podporu infinitezimálního počtu.

Monády

Než pokročíme dále ve sledování osudů infinitezimálního počtu či „Nova Methodus“, zdržme se u jeho vztahu k Leibnizovu tzv. monadismu.

Základem infinitezimálního počtu jsou pojmy „nekonečně malý“, „nekonečně velký“, „nekonečně mnoho“ a „nekonečně často“. Mnoho přednášek Johanna Bernoulliho začíná postuláty, o něž se opírá teorie infinitezimálního počtu. Uvedme alespoň dva příklady: první — veličina zvětšená nebo zmenšená o nekonečně malou veličinu se ani nezvětší ani nezmenší. Druhý — každá křivka je tvořena nekonečným počtem přímých částí, které jsou nekonečně malé.

Leibniz se ptal sám sebe, co zůstane, provedeme-li nekonečněkrát rozštěpení dané části hmoty za předpokladu, že libovolné množství hmoty je takto dělitelné. Je zřejmé, že odpověď zní: něco, co nelze dále dělit. Toto „něco“ nemůže být hmotné v kartézském smyslu. Souvisí to však nesporně s hmotou tak, jako s ní souvisí „síla“. Leibniz nazývá tyto z ničeho se neskládající či nedělitelné jednotky monádami. Je to právě nekonečný počet nekonečně malých částíček (monád), který tvoří jedinečnou jasučnost.

Kalkulus

Výše uvedené myšlenky jsou základem integrálního počtu. Plocha mezi částí nějaké křivky a vodorovnou osou v rovině obecně není souhrnem ploch konečného počtu pravoúhelníků určených křivkou, nýbrž součtem či integrálem nekonečného počtu pravoúhelníků nekonečně malé šířky.

Integrální počet je tedy nauka o určování ploch a objemů, a to ne pomocí aproximací, ale přesným výpočtem, sumací či integrací nekonečného počtu nekonečně malých částí. Obrácený postup se užívá v diferenciálním počtu, kde hledáme nekonečně malé části, diferenciály. V rovině se souřadnicemi x a y je stanoven vztah mezi dy a dx , kde y je danou funkcí proměnné x . Leibniz a Bernoulli nezacházeli v té době s dy/dx jako s limitou výrazu $\Delta y/\Delta x$ pro Δx jdoucí k nule.

Nekonečně malé a velké

Skutečnost, že podíl $0/0$ má smysl, způsobila pobouření. Roku 1693 požádal Bernoulli svého přítele Pierra Varignona, aby spočítal výraz typu $0/0$. Varignon byl ovšem v rozpacích a ještě v roce 1701 nevěděl, co Leibniz míní pojmy diferenciál a monáda. Nicméně pokusil se o jejich interpretaci. Jeho dopis Leibnizovi ze dne 28. listopadu 1701 obsahuje tuto pasáž:

„... pod pojmem diferenciál nebo nekonečně malá rozumíte velmi malou, ale konstantní a pevnou veličinu, takovou, jako jsou veličiny popisující poměr Země a oblohy nebo zrnka písku a Země; pro mne ovšem nekonečně malá či diferenciál nějaké veličiny označuje to, v čem je neomezená. Nekonečným či nedefinovaným nazývám cokoli, co je neomezené; infinitezimálním či neurčitě malým (v poměru k dané veličině) nazývám to, vzhledem k čemu je neomezená.

Z výše uvedeného jsem usoudil, že v kalkulu jsou výrazy nekonečný, neurčitý, neomezený co do velikosti, větší než kterákoli daná veličina, nedefinovatelně velký na jedné straně a výrazy infinitezimální či neurčitě malý, menší než kterákoli daná veličina, nedefinovatelně malý na straně druhé přesná synonyma.

Prosím o Váš názor na tuto záležitost, abychom se postavili proti oponentům kalkulu, kteří se o Vás nehezky vyjadřují a klamou neinformovanou veřejnost.“

Leibniz odpověděl 2. února 1702 takto:

„Nebudu přesně opakovat výrazy, které jsem použil, ale mým úmyslem bylo ukázat, že není třeba dělat matematickou analýzu závislou na metafyzických protikladech, není proto třeba připustit, že v materiálním světě existují přímky, které jsou nekonečně tenké v nejpřesnějším slova smyslu ve srovnání s přímkami, s nimiž se každodenně setkáváme.

Doufal jsem, že mé myšlenky budou všeobecně srozumitelné, a proto jsem se pokusil vyhnout těmto jemnostem a snažil jsem se vysvětlit pouze to, co je nekonečné v tom smyslu, že je to nesouměřitelné, to znamená veličiny, které jsou neporovnatelně větší nebo menší než ty, které známe. Tímto způsobem lze vytvořit tolik stupňů nesouměřitelných veličin, kolik je libo, za předpokladu, že vynecháváme nesouměřitelně menší prvky při výpočtu a určování nesouměřitelně větších. Například magnetická částice procházející sklem není souměřitelná s glóblem, který zase není souměřitelný s oblohou...“

Moderní definice diferenciálu nemohla být vytvořena před nalezením definice limity. To ale mělo ještě nějaký rok trvat.

Bernoulli a náboženství

O svých nejmladších letech píše Johann Bernoulli ve svém životopise:

„Narodil jsem se v Basileji 27. července roku 1667 jako desáté dítě Nicolaie Bernoulliho a Marguerity Schönauerové, kteří nelitovali námahy ani výdajů, aby mi poskytli vzdělání jak v morálce, tak v náboženství. Jestliže jsem vše plně nevyužil, nejsou na vině oni, ale já sám.“

Johann pocházel ze zbožné kalvinistické rodiny. V osmdesátých letech 16. století uprchl jeho dědeček z Antverp do Basileje, aby unikl pronásledování inkvizicí a vévodou z Alvy. Johann zůstal hluboce věřícím po celý život, ačkoli, jak se dozvíme, byl v Groningen obviňován z kacířství.

Životopis Johanna Bernoulliho obsahuje mnoho projevů zbožnosti. Několik příkladů stojí za citaci. Jednoho večera, když jel podél Ženevského jezera, padl kůň i celý kočár do strže. Pln vděčnosti Bohu za záchranu sebe i koně, Bernoulli napsal: „... wie ich dan meinen Schöpfer . . . , alle Tag in meinen Gebett hertzinniglich dancke, . . . lobe und preyse.“

Roku 1697 komentoval narození svého druhého dítěte, dcery: „... morgens umb 10 Uhren hatt der liebe Gott meine geliebte Hausfrau ihrer Leibsburdi entbunden und uns mit einem Töchterlin erfreuet.“

Jeho radost však měla krátké trvání; po šesti týdnech dítě zemřelo: „... dies liebe Kind ist uns widrumb zu unserenn grössten Schmerzen durch den zeitlichen Tod hingerafft worden. Gott verleyhe uns allen eine selige Nachfolg.“

Johann prodělal v Groningen vážnou chorobu. Píše o tom: „... lékaři a ostatní lidé již nedoufali v mé uzdravení, protože městem šla zpráva, že jsem zemřel. Já sám jsem již vyšel vstříc své blažené smrti a »Gott meinem Schöpfer umb eine gnädige Auflösing angeflehet« . . . “

De l'Hospitalovo plagiátorství

Když Bernoulli zapadl s kočárem do strže, byl právě na cestě do Paříže, kde měl pobývat od roku 1691 do roku 1692. V Paříži získal uznání v akademických kruzích. Polyboval se ve společnosti filozofa Malebranche a matematiků markýze De l'Hospitala a Varignonona. Jeho korespondence s De l'Hospitem a Varignonem tvoří dva objemné svazky. Leibniz, který Bernoulliho stále více obdivoval, obdržel od něho od roku 1693 do své smrti 283 dopisy, které zůstaly zachovány. De l'Hospital se velmi zajímal o infinitezimální počet a bral dvakrát týdně hodiny u Bernoulliho. Po návratu do Basileje Bernoulli nejprve začal se studiem medicíny, ale zůstal s De l'Hospitem v písemném styku a dával mu jakýsi korespondenční kurz kalkulu za poplatek, který činil polovinu profesorského platu. De l'Hospital v té době psal svou slavnou knihu *Analyse des Infiniment Petits*, která vyšla roku 1696.

Bernoulli se cítil dotčen, když zjistil, že De l'Hospital uvedl jeho jméno pouze v předmluvě knihy, v níž praví: „A pak jsem zavázán pánům Bernoulliům za mnohé jejich cenné myšlenky; zvláště mladšímu panu Bernoullimu, který je nyní profesorem

v Groningen. “Bernoulli použil všechny možné prostředky, aby přesvědčil svět o tom, že on je pravým autorem. Ale škoda již byla napáchána: nikdo mu nevěřil a do dnešní doby se věta, která ve skutečnosti patří Bernoullimu, nazývá větou De l’Hospitalovou. Až roku 1922 bylo prokázáno, že Bernoulli měl pravdu a že si De l’Hospital přisvojil jeho objevy.

V knihovně Basilejské univerzity je opis Bernoulliho přednášek. Uvážíme-li chyby, které se tam vyskytují, musí tyto přednášky nutně pocházet z doby korespondence Bernoulliho s De l’Hospitem. Není pochyb, že opis zhotovil Bernoulliho synovec Nicolaus, když se připravoval na studium matematiky u strýce v Groningen. De l’Hospitalova kniha je až na několik nápadných rozdílů totožná s Bernoulliho přednáškami. Jedním z rozdílů je například integrál $\int (1/x) dx$, který je v přednáškách považován za nekonečný namísto $\log x$. Tohoto omylu se De l’Hospital ve své knize vyvaroval.

Bernoulli využit De l’Hospitem

Bernoulli zpravidla důrazně protestoval proti jakékoli formě skutečné nebo předpokládané nespravedlnosti, kterou byl nucen snášet. Proto je pozoruhodné, že čekal osm let, až do De l’Hospitalovy smrti v roce 1704, než ho otevřeně obvinil z plagiátorství. Mezitím informoval o stavu věci Leibnize a Huygense. Zdá se, že oba mu věřili. Ne tak ovšem Flores de Boer, profesor z Groningen, který napsal ve svém inauguračním projevu roku 1896, že „nyní se téměř všeobecně usuzuje, že to byla jedna z Bernoulliho nečastých lží“.

Proč Bernoulli tak dlouho odkládal odhalení De l’Hospitala? Ve Francii by mu stěží někdo uvěřil; za prvé proto, že De l’Hospital byl velmi význačný matematik a za druhé proto, že tam byla všeobecně známá Bernoulliho ctižádost. Ale spíše to bylo způsobeno prvním důvodem než druhým.

Roku 1694 dosáhli Johann Bernoulli a De l’Hospital dohody. De l’Hospital měl platit ročně 300 franků, kterýžto obnos byl později několikrát zvýšen. Výměnou však požadoval:

- (1) Aby Bernoulli řešil všechny matematické problémy jím předložené.
- (2) Že by Bernoulli neměl své objevy nikomu prozrazovat, pouze jemu.
- (3) Že by Bernoulli neměl přenechávat Varignonovi nebo jiným matematikům kopie svých písemností určených pro něho.

De l’Hospital si tedy zajistil Bernoulliho pro plnění svých záměrů. Druhý bod dohody znamenal, že Bernoulli jen stěží mohl publikovat svou vlastní práci. Ve skutečnosti tak prodal své objevy De l’Hospitalovi. Peníze pro něho jistě měly velkou cenu a snad také výsada pracovat pro tak vynikajícího vědce mohla přimět mladého muže, aby přistoupil na uvedené podmínky. Současně ale musela daná situace zmařit všechny jeho ambice a on se určitě cítil velmi svázán. Je jen přirozené, že se nemohl jednoduše vzdát De l’Hospitalovi, který si dělal nárok na veškeré zásluhy a posílal Huygensovi do Holandska řešení problémů, která mu Bernoulli dodal.

Odchod do Groningen

Navzdory všem potížím se Bernoulliho práce setkávala se stále větším ohlasem. De l'Hospital podpořil Huygensovu snahu získat Bernoulliho do Groningen, kde byla neobsazená katedra matematiky. Na shromáždění představitelů provincie dne 4. března 1693 trvali delegáti z Groningen na tom, že by na jejich univerzitě měli být bezodkladně ustanoveni tři noví profesoři — teolog, právník a matematik. V dubnu 1695 napsal rektor Johannes Braun Bernoullimu zvací dopis, v němž nabízel štedrý plat 1000 až 1200 holandských guldenů. V dopise se Braun odvolával na návštěvu Johannova bratra Jakoba v Groningen. Vědecká debata s ním učinila na Brauna hluboký dojem.

Braun si uvědomoval, že Johann Bernoulli je také lékařem. Proto mu nabídl nejen slušný plat, ale i „Praxis der Medizin“, což přinášelo i možnost pracovat v botanické zahradě. Následující úryvek z *Acta Senatus Academia* z roku 1702 ukazuje, že postavení Bernoulliho jakožto lékaře bylo neméně důležité než jeho status matematika:

„... že Senatus Academia by vyslal ze svého středu dva členy, pokud by bylo nutné otevřít mrtvé Meydovo tělo. Pánové Lammers a Bernoulli byli v důsledku toho pověřeni provedením Inspectionem Ocularum Cadaveris, aby zjistili případné stopy násilné smrti...“ Bernoulli byl tedy spolu s profesorem medicíny Lammersem povolán k provedení posmrtného ohledání Meydova těla.

Bernoulli, tehdy sedmadvacetiletý, ženatý, s titulem doktora, návrh na profesuru v Groningen uvítal. V Basileji, kde působil jako městský architekt, byla malá naděje na získání profesury, protože katedra matematiky byla obsazena jeho starším bratrem Jakobem. Dal by sice přednost práci v blízkosti Leibnize a taková možnost se nabízela, ale nakonec se rozhodl pro Groningen, neboť, jak píše: „ich den Herren Curatoren der Universität zu Groningen mein Wort albereyt von mir gegeben, und meine Harges und Bagage zu Groningen albereyt angelangt waren.“ [Již jsem dal správě univerzity své slovo a mé věci byly již odvezeny do Groningen.]

Leibniz byl velmi potěšen skutečností, že Bernoulli bude propagovat kalkulus v Holandsku, „kde je tak mnoho matematiků“. V prosinci roku 1695 napsal Bernoulli Leibnizovi z Groningen: „Nevím, proč jste psal o četných matematicích, kteří, jak předpokládáte, zde žijí. Já jsem tu nepotkal ani jednoho třeba jen průměrného matematika.“ Leibniz byl udiven a ptal se, kdo tedy čte všechny knihy, které byly napsány v holandštině. Ovšem Groningen nebyl centrem Holandska.

Bernoulli byl rychle připraven k odjezdu do Groningen, ale jeho manželka a tchán měli námitky. Dne 27. ledna 1695 se Bernoulliovým narodilo první dítě, Nicolai. Nikoho nepřekvapí, že paní Bernoulliová neměla příliš chuť cestovat tak daleko s dítětem. Johann ji ale dokázal přesvědčit a 1. září 1695 se vydali na cestu, která je vedla územími obsazenými německými vojsky. Plavili se dolů Rýnem do Nijmegenu, odtud pokračovali kočárem do Utrechtu a pak lodí do Amsterdamu. Tam přestoupili na jinou loď, na níž přepluli Suydersee do Wonnen (Zwolle) a odtud pluli do Groningen, kam dojeli 22. října.

V Groningen

Roku 1695 si Bernoulliho rodina našla dům na Oude Boteringestraat, ale později se přestěhovali do Corenrijp na východní straně Grote Markt. Dne 28. listopadu se konala oficiální inaugurace: rektor uvedl za doprovodu trumpet nového profesora na kůr univerzitní kaple. Bernoulli přednesl svůj inaugurační projev nazvaný „In Laudem Matheseos“, který byl pochvalně přijat. Jeho přednášky byly velmi oblíbené. Ale současně s uznáním se rodilo i nepřátelství. Život v Groningen nebyl pro Bernoulliho jednoduchý. Byl obviňován za své náboženské i vědecké názory. Podle Jonckbloeta ho duchovenstvo a teologové „nařkli z kažení mládeže“. O co ve skutečnosti šlo?

Pronásledování

Při disputacích, v nichž studenti obhajovali své disertace, nebylo nic neobvyklého, když profesori vyjadřovali opačné názory. Bernoulli měl zřejmě takový komentář k nepřetržitému metabolismu v lidském těle. Rukavice byla hozena, útok zahájil teolog Paulus Hulsius. Bernoulli, člen Reformované církve, byl obviněn z popírání možnosti zmrtvýchvstání. „Jsou mu připisovány všechny možné způsoby kacířství, tak cizí jeho smýšlení; ve městě je v důsledku toho velký zmatek,“ stojí v Jonckbloetově zprávě.

Krutý výsměch

Groningenský student Petrus Venhuysen ještě více rozbouřil vášně. Bernoulli napsal na svou obranu dopis vedení univerzity, který nazval „Stručná zpráva o zlém obvinění, nestoudném opovržení a krutém satirickém výsměchu vyjádřeném studentem Petrussem Venhuysenem“. Požadoval, aby to, co o něm student napsal, bylo popřeno a aby všechny exempláře, které jsou ještě u autora, byly zabaveny „jak je obvyklé u pomluv“. Bernoulli končil slovy: „Bude důležité, aby byly co nejdříve sebrány, neboť jsou denně rozšiřovány a budou je číst studenti a lidé v kavárnách a pak je pošlou za hranice města a provincie.“ Tento dopis je v archívu veřejných dokumentů v Groningen. Je to jediná existující Bernoulliho písemnost v holandštině (i když nepříliš dokonalé).

Co vlastně student napsal a jak se Bernoulli hájil? Na obvinění z kacířství vůbec nereagoval. Zhotovil pouze seznam všech neodůvodněných tvrzení a šel dát průchod svému rozhořčení přímo k jejich autorovi, který byl nejen hloupý, ale také natolik opovážlivý, že jednal se světoznámým profesorem jako se sobě rovným. Dejme opět slovo Bernoullimu:

„Neměl bych nic proti tomu, kdyby nebyl jedním z nejhorších studentů, úplný ignorant, kterého žádný z učených mužů nezná, neuznává a kterému žádný z nich nevěří. On přece nemá takové postavení, aby mohl hanobit jméno počestného muže, profesora známého v učeném světě, a odvracet mládež od ušlechtilého zájmu o studium...“

Dále Bernoulli dodává: „Ale on záměrně pomlouval a vyjádřil své opovržení a posměch veřejně v *Disputatio Thcologia* a někteří nevědomí lidé se obrátili proti mně, takže jsem byl velmi nekřesťanským způsobem pohaněn.“

Tělo a duše

Student uvedl osm tezí, které Bernoulli údajně popírá. Je třeba poznamenat, že ve čtyřech z nich, které si uvedeme, je rovnost těla a duše zdůrazňována zcela ve shodě s kalvinistickým učením:

- (1) Člověk se skládá z dvojí podstaty, a to z rozumné duše a mechanického těla.
- (2) Ačkoliv se tyto dvě podstaty velmi liší, existuje mezi nimi přirozené těsné spojení.
- (3) Hříšníci zatracení pro hříchy spáchané tělem a duší budou potrestáni jak na těle, tak na duši.
- (4) Abychom se vyhnuli božímu hněvu a dosáhli opravdového milosrdenství, musíme se sami očistit od všech poskvrnění na těle i na duši.

Stručně řečeno, Bernoulli byl obviněn z karteziánství. Budiž připomenuto, že Descartes považoval tělo za rozšíření, *res extensa*, duše, *res cogitans*, s tím, že pouze duše, duch či myšlenka má věčnou hodnotu. Bernoulli byl nařčením hluboce raněn:

„Kdybych popíral tyto teze, byl by oprávněn označit mne za bezbožného kacíře, ale opak je pravdou: po celý svůj život jsem vyznával víru Reformované církve, což činím stále, . . . byl by mne musel pokládat za neortodoxního věřícího, velmi kacířského; a on skutečně velice hříšně usiluje o to, aby mne zošklivil před světem a vystavil nenávisti mocných i prostých lidí. Zle mne obviňuje z popírání Kristova tělesného utrpení, když volá: *Deplorandus error novus!* Ó, žalostný nový omyl!“

Venhuisen rovněž obvinil Bernoulliho, že se staví proti kalvinistické víře a „že zbavuje věřící útěchy v Kristově náklonnosti“. Bernoulli odpověděl: „Tento podivný žalobce by si měl raději uvědomit, že je nositelem pochybných myšlenek, které by se neměly vůbec vyskytovat.“

Ve stejném tónu popsal dvanáct stránek. Odvolával se na případ jakéhosi Doornkampa, studenta z Utrechtu, který byl za podobné jednání pokutován 6000 guldeny. V Groningen ovšem nedospěla záležitost nikdy k takovému řešení a neexistuje ani žádný důkaz, že Venhuisenova písemnost byla zabavena.

Philosophia Experimentalis

V té době existovaly ve vědě protichůdné názory. Bernoulli zavedl v Groningen takzvanou *Philosophii Experimentalis*, což znamenalo výklad fyzikálních jevů prostřednictvím experimentů. Pro mnohé to bylo něco úplně nového a pro některé groningenské vědce to bylo nepřijatelné. Nová experimentální filozofie vyvolala námitky jak vědců karteziánského přesvědčení, tak kalvinistů. Karteziáni samozřejmě zdůrazňovali úlohu rozumu a zastávali názor, že *res extensa*, svět smyslového vnímání je méně významný;

kalvinisté se pokoušeli pochopit boží záměry důkladným rozbořením přírodních jevů. Interpretace těchto jevů by měly být navzájem neslučitelné.

Pak Johannův bratr Jakob objevil, že se komety pohybuji na oběžných drahách kolem Slunce a lze je proto vidat v pravidelných časových intervalech. V důsledku toho nemůže být zjevení komety považováno za božské poselství. Jakob ovšem vzápětí dodával, jako ospravedlnění, že délka chvostu je nesporně v rukou božích, a podotkl, že „Bůh vždy může najít kometu, u níž dokáže vyvolat růst chvostu, aby dal najevo svůj hněv“.

Znesvěcení univerzitní kaple

Odpor proti Philosophii Experimentalis ještě vzrostl, když Bernoulli začal provádět své pokusy na kůru univerzitní kaple. Nebylo to nic mimořádného, přednášky z anatomie, k nimž byla zvána i veřejnost, se rovněž konaly na kůru. Ovšem kněží i teologové vystoupili proti znesvěcování kaple konáním experimentů. Bernoulli odpovídal: „Jste pošetilí a plní závisti.“ Následoval i protest veřejnosti proti tomu, že provinciální stavy darovaly peníze na pokusy, ale Bernoulli jen pokrčil rameny a odpověděl:

„Všichni ti, kteří žvaní o tom, že mé názorné experimenty na kůru univerzitní kaple znesvěčují boží chrám, buď nemají zdravý rozum nebo chtějí urážlivě dávat najevo svůj hněv a předsudky vůči mně a mé práci. Ti, kdož se ozývají proti štědrosti, kterou projevíli známí a mocní lidé tím, že mi darovali peníze na nákup přístrojů potřebných k pokusům, nezaslouží si mít z nich prospěch a měli by být odsouzeni jako nejhorší a nejomezenější škarohlídové. Sílu a moudrost Boha lze nejlépe pozorovat při studiu jeho díla a nikdo není lépe vybaven pro takové studium než filozof a matematik, který se snaží porozumět povaze božského díla. Ti, kteří se posmívají matematice a filozofii a předstírají, že tyto vědy nemají nic společného se záležitostmi nejvyššího významu, jsou sami hodni posměchu.“

Na jednom ze zašpiněných oken ve velkém sále současné hlavní budovy univerzity jsou připomenuti Johann Bernoulli a jeho syn Daniel, narozený v Groningen, slovy: „Nikde nelze tak dobře pozorovat sílu a moudrost Boha jako při studiu jeho díla.“

Nepřipravení

Za přístroje k experimentování nemusel být Bernoulli vděčný provinčním zákonodárcům. Na jejich shromáždění v květnu roku 1697 navrhlo město Groningen nákup přístrojů v celkové ceně 200 guldenů. Zástupci provincie na to ovšem „nebyli připraveni“. Bernoulli však měl na své straně městské radní a podařilo se mu získat matematické a astronomické přístroje dokonce za 1200 guldenů. Hlas městských radních měl tedy větší váhu než hlas zákonodárců provincie. Co bylo základem sporu mezi městem a provincií, který ochromil též univerzitní politiku a způsobil postupný úpadek univerzity od roku 1648?

„Nepřipravenost“ provinčních zákonodárců zabránila přijetí mnoha rozhodnutí. Duchovenstvo z celého kraje považovalo univerzitní profesory za modernisty, kteří obracejí univerzitu ke zhoubnému kartezianismu. Druhou příčinou bylo postavení Groningen jako obchodního centra. To znamenalo, že obchod s výrobky z celého kraje probíhal ve městě, které tak sklízelo část zisku. Ossemarkt a Vismarkt (dvě náměstí — bývalé trhy) pocházejí z této doby. „Nepřipravenost“ provincie se tedy, zejména ve finančních záležitostech, zdá být protestem proti ekonomické nadvládě města.

Neshody s bratrem Jakobem

Pobyt Johanna Bernoulliho v Groningen se zhruba shoduje s obdobím jeho sporů s bratrem Jakobem. Je ironií, že jejich nepřátelství bylo největším přínosem pro rozvoj kalkulu. Časopis *Acta Eruditorum* zveřejnil v prosinci roku 1695 článek Jakoba Bernoulliho. Autor v něm napadl bratra a sarkasticky ho obvinil z přisvojení si jeho, Jakobových výsledků. Johann pak předložil řadu problémů v naději, že pro bratra to bude více, než je schopen zvládnout, ale Jakob je všechny vyřešil a odpověděl rovněž několika problémy a slibem, že by Johann mohl získat 50 thalerů za správná řešení. Během několika hodin, podle pozdějšího tvrzení dokonce za pouhé tři minuty, byl Johann přesvědčen, že našel řešení. Jakob je ovšem odmítl jako chybná. Johann samozřejmě trval na tom, že jeho řešení jsou správná, a obvinil bratra, „že ho chce podvést a ublížit mu, přestože mu slíbil odměnu“. Navrhl také, aby se obrátili na Leibnize s prosbou o rozhodnutí jejich sporu. Jakob návrh přijal, ale chtěl přidat do sboru rozhodčích Newtona a De l'Hospitala. Leibnizovi se tento nápad nelíbil. Případ nebyl nikdy předložen k vyřešení rozhodčí komisi a Johann se nedočkal svých 50 thalerů. Po tomto incidentu pokračoval Johann ve výpadech proti Jakobovi. Teprve několik let po bratrově smrti roku 1705 přiznal, že ho někdy odsuzoval nespravedlivě.

Problém brachystochrony

Johannův úsudek však rozhodně nebyl nesprávný při řešení známého problému brachystochrony, který předložil matematickému světu v roce 1696. Problém formuloval již Galilei roku 1638: „Nechť A a B jsou body ve svislé rovině. Je třeba určit dráhu AMB , po níž se bod M bude pohybovat v důsledku své vlastní váhy z A do B v nejkratším možném čase.“

Johann zjistil, že hledanou dráhou nebude přímka, a slíbil, že do konce roku vystoupí s řešením problému, pokud je do té doby nenalezne někdo jiný. Leibniz mu radil, aby posunul termín do velikonoce 1697. Důvodem byla skutečnost, že časopis *Acta Eruditorum*, který problém uveřejnil, vycházel mimo Německo se značným zpožděním, což mohlo být nevýhodou pro zahraniční matematiky. Johann tedy publikoval své řešení v časopise *Acta Eruditorum* až v květnu roku 1697. Leibniz připojil krátký dodatek a poznamenal, že „De l'Hospital, Huygens (kdyby žil), Hudde, kdyby ještě vědecky pracoval [Hudde se stal starostou Amsterdamu], a Newton, kdyby se nad tím trochu

namáhal,“ by byli mohli vyřešit tento problém. Řešením problému brachystochrony je cykloida, křivka, kterou opisuje pevný bod na kružnici valící se po přímce.

Johann napsal ve svém článku, že „čtenář bude naplněn úžasem, když zjistí, že onou brachystochronou, o kterou se tolik lidí pře, je cykloida“. Řešení uvedeného problému prostředky kalkulu zanechalo v matematicích hluboký dojem a bylo hlavním vítězstvím „Nova Methodus“.

Zásluhy Johanna Bernoulliho

Největší význam Johanna Bernoulliho spočívá v tom, že spolu s bratrem Jakobem vytvořil z kalkulu matematickou teorii, pomocí níž vyřešil řadu problémů. Leibniz napsal, že kalkulus vděčí za svůj rozvoj stejně bratrům Bernoulliům jako jemu samotnému. Větší úctu si však zaslouží Johann Bernoulli. Díky němu umíme integrovat racionální funkce a derivovat a integrovat exponenciální funkce. Byl rovněž prvním, kdo použil metodu separace proměnných při řešení diferenciální rovnice.

Zmíněné větší zásluhy lze připsat Johannově delší aktivní kariéře, ale také většímu efektu jeho výsledků. Jakob Bernoulli byl důkladnější a vždy zcela perfektní při své práci, Johann naproti tomu byl vynalézavější. Občas se ovšem kvůli rychlému efektu svých výsledků dopouštěl chyb, což o jeho bratrovi říci nelze.

Zpět do Basileje

Počátkem roku 1705 dostala Bernoulliova rodina dopis z Basileje. Stálo v něm, že Johannův tchán zatoužil po své dceři a vnoučatech. Proto se manželé vrátili 18. srpna 1705 do Basileje. Vezli s sebou čtyři děti; jedním z nich byl synovec Nicolaus, který studoval v Groningen matematiku. Univerzita v Utrechtu se snažila zlákat Bernoulliho k cestě do Utrechtu. Její rektor a profesor rétoriky Pieter Burman následoval rodinu při jejich zpáteční cestě až do Frankfurtu, aby Johanna přemluvil, ale marně. Johann se chtěl vrátit domů. Jeho starší bratr zemřel, a tak ho v Basileji očekávala uvolněná katedra matematiky. Bernoulliho tchán měl z návratu dětí radost; zemřel o tři roky později, v roce 1708.

Johann Bernoulli se aktivně věnoval matematice až do své smrti a zůstal již věrný Basileji. Odmítl mnoho nabídek včetně Leidenu a — již podruhé — Utrechtu. Roku 1717 dostal velice atraktivní nabídku z Groningen. Byl ujistěn, že jeho dřívější tamní plat by se postupně zvyšoval. Johann o tom napsal: „Nepochybně jsem při svém prvním pobytu v Groningen zanechal velmi uspokojivý dojem.“ Johann Bernoulli zemřel 1. ledna 1748. Získal pověst Archiméda své doby, tento titul je uveden i na jeho náhrobním kameni. Byl členem akademií věd v Paříži, Berlíně, Londýně, St. Petersburgu a Bologni. Jeho četné články byly publikovány v časopisech *Journal des Savants*, *Acta Eruditorum* a ve spisech akademií, jichž byl členem.

Dříve než zemřel, byla vydána jeho *Opera Omnia* ve čtyřech svazcích Gabrielem Cramerem. Jeho korespondence s De l'Hospitalem, Varignonem, Leibnizem a Eulerem je nyní redigována pro „Bernoulliho edici“ v Basileji pod vedením Dr. Fritze Nagela. Na prvních stránkách díla *Opera Omnia* najdeme Bernoulliho portrét s mottem, které napsal Voltaire:

„Jeho mysl viděla pravdu,
jeho srdce znalo spravedlnost.
Byl slávou Švýcarska
a celého lidstva.“

L i t e r a t u r a

- [1] *Acta Senatus Academia* 1671–1718.
- [2] E. T. BELL: *The Development of Mathematics*. Mc Graw-Hill, New York 1940.
- [3] J. BERNOULLI: *Reisebuch, Stambuch*. Nepublikované deníky Jakoba Bernoulliho, které jsou uloženy v univerzitní knihovně v Basileji.
- [4] J. BERNOULLI: Stručná zpráva o zlém obvinění, nestoudném opovření a krutém satirickém výsměchu vyjádřeném studentem Petrusem Venhuysenem v jeho *disputatio de Unione Anima cum corpore* z 15. února 1702 (holandsky). Tento dopis Johanna Bernoulliho vedení univerzity je uložen v archivu veřejných dokumentů v Groningen.
- [5] F. DE BOER: *De Familie Bernoulli in de Geschiedenis der Wiskunde*. J. B. Wolters, Groningen 1846.
- [6] G. A. ENSCHEDÉ: *Oratio de Joh. Bernoulli, eximio mathematico*. 1852.
- [7] J. O. FLECKENSTEIN: *Johann und Jakob Bernoulli*. Birkhäuser Verlag, Basel 1949.
- [8] H. H. GOLDSTINE: *A history of the Calculus of Variations from the 17th through the 19th Century*. Springer Verlag, New York 1980.
- [9] J. E. HOFMANN: *Johannis Bernoulli, Opera Omnia*. Georg Olms Verlag-buchhandlung, Hildesheim 1968.
- [10] A. HOOPER: *Makers of Mathematics*. Random House, New York 1948, s. 325–350.
- [11] W. J. A. JONCKBLOET: *Gedenckboeck der Hoogeschool te Groningen ter gelegenheid van haar vijfde halve eeuwfeest*. 1864.
- [12] J. MAHRENHOLZ: *Anckdoten aus dem Leben Deutscher Mathematiker*. Verlag und Druck von B. G. Teubner, Leipzig, Berlin 1936.
- [13] H. MESCHKOWSKI: *Problemgeschichte der Mathematik II*. Bibliographisches Institut, Zürich 1986.
- [14] F. SASSEN: *350 Jaren wijsgerig Onderwijs te Groningen*. Gronings Universiteitsblad, 15e jaargang nr. III, 1965.
- [15] P. SCHAFHEITLIN: *Johannes (I) Bernoulli Lectiones de calculo Differentialium*. Verhandlungen des Naturforschenden Gesellschaft in Basel, Band 1., Vol. 34, s. 1–32. Birkhäuser Verlag, Basel 1992.
- [16] J. BERNOULLI: *Der Selbstbiographie von Johannes Bernoulli I*. Gedenkbuch der Familie Bernoulli, 1622–1922. Verlag von Helbing und Lichtenhahn, Basel.
- [17] D. SPEISER: Der Briefwechsel von Johann I Bernoulli. Band 2. *Der Briefwechsel mit Pierre Varignon, Erster Teil: 1692–1702*. Birkhäuser Verlag, Basel 1988.
- [18] O. SPIESS: *Johannes Bernoulli und seine Söhne*. Atlantis 1940.
- [19] O. SPIESS: *Der Briefwechsel von Johann Bernoulli*. Naturforschende Gesellschaft in Basel, Birkhäuser Verlag, Basel 1955.

- [20] J. A. VOLLGRAFF: *De Kromme van Johann Bernoulli volgens Christiaan Huygens en anderen, of Zijn en Worden in de Wiskunde en het Leven*. De Tijdstroom Lochem 1945.
- [21] R. WOLF: *Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz; Johannes Bernoulli von Basel*. Verlag Von Drell 1859.

GERARD SIERKSMA, *Department of Econometrics, University of Groningen, P. O. Box 800, 9700 AV Groningen, The Netherlands.*

Gerard Sierksma studoval matematiku a fyziku na univerzite v Groningen, kde získal roku 1977 Ph.D. za práci o zobecněné konvexitě. Působil jako hostující profesor na Western Washington University v Bellinghamu, stát Washington. Nyní je docentem pro operační výzkum na univerzite v Groningen. K oblastem jeho vědeckého zájmu patří konvexita, teorie grafů, lineární algebra, kombinatorická optimalizace a operační výzkum.

Zovšeobecnená Liénardova diferenciálna rovnica

Daniela Hricišáková, Bratislava

V tomto článku sa budeme zaoberať jednou rovnicou 2. rádu, ktorá zohrala a ešte aj dnes hrá dôležitú úlohu v teórii nelineárnych diferenciálnych rovníc.

Začiatok teórie nelineárnych diferenciálnych rovníc spadá na koniec minulého storočia. Jej základy boli vytvárané geometrickými úvahami H. Poincarého [26] o krivkách definovaných pomocou diferenciálnych rovníc a analytickými metódami použitými v jeho práci [27] *O nebeskej mechanike*. Ďalším impulzom bola dizertácia A. M. Ljapunova [18] pojednávajúca o stabilite pohybu. V prvých tridsiatych rokoch nášho storočia podstatnou mierou k rozvoju teórie nelineárnych diferenciálnych rovníc prispeli práce matematikov, ktorí sa zaujímali o fyzikálne problémy. Medzi týmito treba predovšetkým menovať I. Bendixona [1], I. Levi-Civitu [17], E. Cottona [5] a hlavne G. D. Birkhoffa [3], ktorý položil základy teórie dynamických systémov. Uvedieme niektoré základné pojmy.

RNDr. DANIELA HRICIŠÁKOVÁ, CSc., (1948) je odborná asistentka Katedry matematiky a výpočtovej techniky Pedagogickej fakulty UK, Moskovská 3, 81334 Bratislava.