

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Jean A. Dieudonné

Pôsobenie Nicholasa Bourbakiho

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 20 (1975), No. 2, 66--76

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138552>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1975

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Pôsobenie Nicholasa Bourbakiho

*Jean A. Dieudonné, Paríž**)

Vážený predseda a priateľ,

dámy a páni,

Ďakujem vám za vaše vrelé slová na moju adresu. Musím povedať, že mi je veľkým potešením uniknúť na čas svojim dekanským povinnostiam a stráviť týždeň v takejto hrejivej a priateľskej atmosfére. Priateľstvo medzi francúzskymi a rumunskými vedcami, zvlášť medzi našimi matematikmi, má dávnu tradíciu a ja som veľmi šťastný, že môžem byť ďalším ohniskom v reťazi, ktorá, ako dúfam, sa bude v nadchádzajúcich rokoch predlžovať, a to s rastúcou intenzitou a srdečnosťou. Ak by ste nemali nič proti tomu, nebudem hovoriť prídlho a na konci s radosťou odpoviem na otázky, ktoré sa nepochybne vyskytnú. Nehovorím, že budem pojednávať o celej histórii Bourbakiho pôsobenia, dám vám však všetkým možnosť opýtať sa na tie body, ktorých sa iba zľahka dotknem.

Aby sme spoznali Bourbakiho pôvod, budeme sa musieť vrátiť do rokov, ktoré tu pán NICOLESCU pred chvíľou spomínal. Boli to roky, keď sme boli študenti, po vojne roku 1914, a budem mať pravdu, ak poviem, že táto vojna bola nanajvýš tragická pre francúzskych matematikov. Nepokúšam sa súdiť alebo morálne hodnotiť to, čo sa vtedy stalo. Vo veľkom konflikte rokov 1914–1918 nemecká a francúzska vláda, čo sa vedy týka, nehľadeli na veci rovnako. Nemci nasadili svojich učencov do vedeckej práce, aby dvíhali potenciál armády objavovaním nových skutočností a zdokonaľovaním známych vynálezov a postupov, čím zväčšovali nemeckú bojovú silu. Francúzi zase cítili, prinajmenšom na začiatku vojny a prvý rok či dva, že každý by mal ísť na front; tak mladí vedci, rovnako ako ostatní Francúzi, konali svoju povinnosť na frontovej línii. Bola to ukážka demokracie a vlastenectva, ktorú si možno iba vážiť, ale jej výsledkom bola strašná hekatomba mladých francúzskych vedcov. Keď otvoríme zoznamy poslucháčov École Normale z vojnových rokov, nájdeme v nich obrovské medzery, ktoré svedčia, že dve tretiny ročníkov skosila vojna. Táto situácia sa nešťastne odrazila vo francúzskej matematike. My ďalší, ktorí sme boli príliš mladí, než aby sme mohli prísť s vojnou do priameho dotyku, ale vstupovali sme na univerzitu v rokoch po skončení vojny, sme mali byť vedení týmito mladými matematikmi, z ktorých niekoľkí určite mali pred sebou veľkú budúcnosť. Boli to tí mladí muži, ktorí boli surovo zdecimovaní a ktorých vplyv bol zmárnený.

Samozrejme zostali tu ľudia z predchádzajúcich generácií, veľkí učitelia, ktorých si všetci vážime a ctíme. Majstri ako PICARD, MONTEL, BOREL, HADAMARD, DENJOY,

*) Prednesené dňa 10. októbra 1968 v Rumunskej akadémii vied. Podľa článku J. DIEUDONNÉ: *The work of Nicholas Bourbaki*, Amer. Math. Monthly, 77, 1970, 134–145, preložili TAŤJANA GAVALCOVÁ a MARTIN GAVALLEC. Článok uverejňujeme so súhlasom autora a so súhlasom Americkej matematickej asociácie (MAA).

LEBESGUE atď. žili a boli ešte neobyčajne aktívni, ale boli to matematici takmer päťdesiatroční, ak nie starší. Medzi nimi a nami bol rozdiel jednej generácie. Nechcem tým povedať, že nás neučili vynikajúcu matematiku: všetci sme počúvali vynikajúce prednášky týchto matematikov (pán Nicolescu to môže potvrdiť). Je však nesporné (a čo sa toho týka, platí to pre každé obdobie), že päťdesiatročný matematik pozná matematiku, ktorú sa naučil vo svojej dvadsiatke alebo tridsiatke, má však iba predstavy, často dosť hmlisté, o matematike toho obdobia, keď mu je 50 rokov. To je skutočnosť, ktorú musíme prijať takú, aká je, a nemôžeme nič proti tomu urobiť.

Mali sme teda vynikajúcich profesorov, ktorí nás učili matematiku, povedzme do roku 1900, nevedeli sme však veľmi mnoho o matematike roku 1920. Ako som už povedal, Nemci išli na vec iným spôsobom, takže meno nemeckej matematickej školy v povojnových rokoch malo výnimočne dobrý zvuk. Na potvrdenie toho stačí spomenúť vynikajúcich matematikov ako C. L. SIEGEL, E. NOETHEROVÁ, E. ARTIN, W. KRULL, H. HASSE atď., o ktorých sme my vo Francúzsku nevedeli nič. Nielen to, nevedeli sme tiež nič o rýchlo sa rozvíjajúcej ruskej škole, o vynikajúcej poľskej škole, ktorá sa zrodila iba nedávno, a o mnohých iných. Nepoznali sme dielo F. RIESZA ani J. VON NEUMANNA atď. Boli sme uzavretí do seba a v našom svete vládla teória funkcií. Jedinou výjimkou bol ELIE CARTAN; nikto mu však nerozumel, pretože bol 20 rokov pred dobou. (Po POINCARÉM ho prvý pochopil HERMANN WEYL a zostal jediným počas desiatich rokov. Ako sme ho teda mohli pochopiť my úbohí študenti?) A tak nehľadiac na E. Cartana, s ktorým sa v tom čase nepočítalo (začali ho brať do úvahy až o dvadsať rokov neskôršie, ale odvtedy jeho vplyv neustále rástol), venovali sme sa výlučne teórii funkcií, ktorá, i keď je dôležitá, predstavuje iba časť matematiky.

Jediným oknom do vonkajšieho sveta bol pre nás v tom čase Hadamardov seminár. Hadamard bol vtedy profesorom na Collège de France, avšak nebol príliš vynikajúcim učiteľom. (Považujem ho za dosť veľkého učenca, než aby som mu týmto výrokom poškodil povest.) Hadamard sa rozhodol založiť (zrejme podľa zahraničných skúseností, pretože nič takého sa vo Francúzsku predtým nerobilo) seminár z analýzy o súčasných matematických prácach. Na začiatku vždy rozdelil všetkým záujemcom vedecké práce z uplynulého roka, ktoré považoval za najdôležitejšie, aby ich vysvetlili pri tabuli. V tom čase to bola novinka, pre nás mimoriadne cenná, pretože sme sa tam stretli s najrozličnejšími matematikmi. Seminár sa čoskoro stal stredobodom záujmu cudzincov, ktorí naň hojne chodili. (Pán ONICESCU mi pripomenul, že sám niekoloľkokrát prednášal na Hadamardovom seminári v Paríži.) Pre nás mladých študentov to bol zdroj poznania a názorov, ktoré sme nenachádzali vo formálnych matematických prednáškach na univerzite. Takýto stav trval niekoľko rokov dovtedy, kým si niektorí z nás — počínajúc A. WEILOM a C. CHEVALLEYM, ktorí počas pobytov za hranicami sa stretli s Talianmi, Nemcami, Poliakmi atď. — uvedomili, že ak by sme ďalej pokračovali v tomto smere, Francúzsko sa určite dostane do slepej uličky. Nepochybne by sme si udržali vynikajúce postavenie v teórii funkcií, ale vo všetkých ostatných oblastiach by sa na francúzskych matematikoch zabudlo. Porušila by sa tak dvestoročná francúzska tradícia, pretože od Fermata až po Poincarého najväčší francúzski matematici sa vždy tešili povesti univerzálnych matematikov, rovnako schopných v aritmetike ako v algebre, analýze či geometrii. Burcovalo nás teda bublanie a kvas myšlienok, ktoré bolo možné pozorovať von-

ku. Niektorí z nás dostali príležitosť ísť študovať a priamo sa zoznámif s vývojom prebiehajúcim za našimi hranicami. Po Hadamardovom odchode na odpočinok v roku 1934 seminár ďalej viedol v trochu zmenenej forme G. JULIA. Pustili sme sa do systematickejšieho štúdia nových veľkých ideí prichádzajúcich k nám zovšadiaľ. Práve vtedy vznikla myšlienka zostaviť súhrnné dielo, v ktorom by boli obsiahnuté hlavné idey modernej matematiky, a to v tvare knihy, a nie vo forme seminára. Z toho sa potom zrodil Bourbakiho traktát. Musím povedať, že Bourbakiho spolupracovníci boli v tom čase veľmi mladí a nepochybne by túto prácu neboli začali, keby boli bývali starší a lepšie informovaní. Na prvých stretnutiach sa predpokladalo, že tento projekt bude skončený do troch rokov a že počas tohto obdobia načrtne prehľad najpodstatnejších častí matematiky. Ďalšie udalosti a história rozhodli inak. Krok za krokom, s rastom našej kompetencie a vedomostí, sme začali chápať obrovský rozsah práce, na ktorú sme sa podujali, a vzdali sme sa nádeje na jej rýchle ukončenie v predpokladanom termíne.

Je pravda, že v tom čase už existovali výborné monografie a musím priznať, že spočiatku Bourbakimu slúžil ako vzor vynikajúci VAN DER WAERDENOV traktát z algebry. Nechcem Van der Waerdenovi uberať na zásluhách, ale ako viete, sám v úvode hovorí, že v skutočnosti má jeho traktát niekoľkých autorov včítane E. Noetherovej a E. Artina, takže to bolo niečo ako Bourbakiho predchodca. Tento traktát urobil na nás veľký dojem. Pamätám sa na to – v tom čase som pracoval na svojej dizertácii, bolo to v Berlíne v roku 1930. Spomínam si ešte na deň, kedy Van der Waerdenov traktát prišiel do predaja. Moje neznalosti z algebry boli takého rozsahu, že dnes by ma neprijali do prvého ročníka univerzity. Vrhol som sa na tieto zväzky a bol som omráčený novým svetom, ktorý sa predo mnou otvoril. V tom čase moje vedomosti z algebry nesiahali za úvodný kurz, determinanty a niečo o riešiteľnosti rovníc a unikurzálnych krivkách. Absolvoval som Ecole Normale, no nemal som poňatia, čo je to ideál a sotva som vedel, čo je to grupa! Z toho si môžete utvoriť predstavu o znalostiach mladých francúzskych matematikov v roku 1930. Pokúsili sme sa teda nasledovať Van der Waerdena, ale on obsiahol iba algebru, dokonca iba malú časť vtedajšej algebry. (Odvtedy algebra prekonala značný rozvoj, čiastočne pôsobením Van der Waerdenovho traktátu, ktorý je ešte stále vynikajúcim úvodom do algebry. Často ma žiadajú o radu, ako začať štúdium algebry, a ja väčšinou odpovedám: najprv čítajte Van der Waerdena bez ohľadu na všetko, čo sa odvtedy urobilo.)

Mienili sme teda urobiť niečo v takomto duchu. Van der Waerden sa vyznačuje veľmi presným jazykom a vynimočne tesne spätým rozvíjaním myšlienok a jednotlivých častí diela do celku. Pretože takýto spôsob výkladu v knihe sme považovali za najlepší, boli sme nútení spísať mnohé veci, s ktorými sa nikto predtým nezaoberal detailne. Všeobecná topológia sa nachádzala iba v niekoľkých článkoch a vo FRÉCHETOVEJ knihe, ktorá v skutočnosti bola súhrnom obrovského množstva výsledkov bez akéhokoľvek usporiadania. To isté môžem povedať o Banachovej knihe, ktorá je skvelá pre výskum, ale celkom nesystematická. V iných predmetoch takých ako integrovanie (v Bourbakiho podaní) a niektoré otázky algebry neexistovalo vôbec nič. Zdá sa mi, že pred Bourbakiho kapitolou o multilineárnej algebre nebolo na svete žiadnej učebnice, ktorá by vysvetľovala, čo je to vonkajšia algebra. Museli sme sa odvolávať na GRASSMANNOVU prácu, ktorá nevyniká obzvláštnou jasnosťou. Takto sme rýchlo pochopili, že sme sa dostali

do podujatia, ktoré bolo omnoho rozsiahlejšie, než sme si ho predstavovali. Sami viete, že toto podujatie má ešte veľmi ďaleko k svojmu záveru. V aktovke mám výtlačky 34. zväzku venovaného trom kapitolám teórie Lieových grúp; existuje mnoho ďalších, ktoré sa pripravujú, už sú tri alebo štyri vydania predchádzajúcich zväzkov, a koniec práce stále nie je v dohľade.

Museli sme mať východzí bod – museli sme vedieť, čo chceme robiť. Pravdaže bola tu myšlienka vytvoriť encyklopédiu, ktorá vlastne už existovala. Ako viete, začali ju Nemci v roku 1900 a napriek príslovečnej nemeckej húževnatosti a horlivosti po viacerých vydaniach a zmenách v roku 1930 encyklopédia beznádejne zaostávala za matematickou vedou toho obdobia. Dnes pri obrovskom množstve matematických publikácií vydávaných každoročne by nikto ani len nepomyslel na začatie takého neuskutočniteľného podujatia. Verím, že s tým budeme musieť čakať na deň, keď počítače budú vedieť myslieť a budú schopné toto množstvo stráviť v priebehu niekoľkých minút. Zatiaľ sme nepokročili tak ďaleko a tým skôr tomu tak nebolo ani v roku 1930. Naviac, bolo by bývalo zbytočné prepisovať veci, ktoré sa prežili napriek svojim predchádzajúcim zásluhám. Encyklopédia už v tom čase bola užitočná predovšetkým ako referatívna bibliografická publikácia na vyhľadanie miesta, kde možno nájsť taký a taký výsledok. Prirodzene neobsahovala dôkazy, pretože jej obrovský rozsah 25–30 zväzkov by sa bol dôkazmi zdesaťnásobil. Nechceli sme vytvoriť referatívnu bibliografiu, ale matematický text zdôvodnený od začiatku do konca. To nás nútilo k nanajvyš prísnemu výberu. K akému výberu? Nuž, to je rozhodujúci aspekt v Bourbakiho vývine. Čoskoro prevládol názor, že zaraďovaná práca má byť predovšetkým nástrojom. To znamená, že má byť užitočná nielen v malej časti matematiky, ale v čo najväčšom počte matematických disciplín. Bolo potrebné sústrediť sa na základné matematické idey a na výskum podstatných javov. Bolo treba úplne odvrhnúť všetko druhotné, čo nemá bezprostredné aplikácie a čo nevedie priamo k pojmom, ktorých dôležitosť je známa a dokázaná. Materiál sa viackrát triedil, z čoho vznikli nesčíselné diskusie medzi spolupracovníkmi a čo tiež voči Bourbakiemu vyvolalo veľkú nevráživosť. Tak ako sa Bourbakiho dielo stávalo známym, všetci tí, ktorí zistili, že ich obľúbený predmet nebol do traktátu zaradený, neboli totiž príliš ochotní Bourbakiho propagovať. Zdá sa mi, že väčšinu nepriateľstva, ktoré sa v určitých obdobiach prejavovalo voči Bourbakiemu a ktoré je ešte stále v niektorých krajinách rozšírené, možno pripísať tomuto mimoriadne prísnemu výberu.

Akože sme teda vyberali tie základné idey? Tu práve vznikla myšlienka matematickej štruktúry. Netvrdím tým, že to bola pôvodná Bourbakiho myšlienka – neprichádza ani do úvahy, že by sa u Bourbakiho nachádzalo niečo originálneho. Bourbaki sa vôbec nesaží vytvoriť v matematike niečo nového, a keď sa nejaká veta nachádza u Bourbakiho, znamená to, že bola dokázaná pred 2, 20 či 200 rokmi. Bourbaki spresňuje a zovšeobecňuje myšlienky, ktoré už boli po dlhý čas všeobecne známe. Od čias HILBERTA a DEDEKINDA veľmi dobre vieme, že rozsiahle časti matematiky možno logicky a produktívne rozvíjať z nevelkého počtu starostlivo vybraných axiém. Inými slovami, ak je základ teórie podaný v axiomatickom tvare, možno celú teóriu rozvíjať zrozumiteľnejšie než bez tejto axiomatiky. To viedlo k všeobecnej myšlienke zaviesť pojem matematickej štruktúry. Treba hneď poznamenať, že tento pojem bol od toho času prekonaný pojmi kategórie a funktora, ktoré ho obsahujú vo všeobecnejšej a vhodnejšej forme. Isté je, že

Bourbaki, ktorý sa neobáva zmien, ako to neskôr vysvetlím, bude si považovať za povinnosť začleniť najdôležitejšie myšlienky tejto teórie do svojho diela.

Akonáhle sa tento bod vyjasnil, museli sme rozhodnúť, ktoré matematické štruktúry sú najdôležitejšie. Prirodzene, viedlo to k mnohým diskusiám, než sme sa všetci zhodli. Môžem povedať, že Bourbaki si nenárokuje právo na neomylnosť, zmýlil sa už v predpovedi vývoja niekoľkých štruktúr, a keď sa to ukázalo byť potrebné, priznal si chybu tým, že od nesprávnych myšlienok upustil. Opakované vydania kapitol traktátu nesú stopy týchto zmien. Bourbaki nemieni fixovať či utvrdiť matematiku v jej súčasnom stave, lebo by to bol práve opak jeho pôvodného zámeru. Ak však nechce uhýbať pred novými myšlienkami, aj keď prekračujú jeho pôvodné predstavy, nemôže rešpektovať tradície. Tento nekonvenčný systematický prístup Bourbakiho vyvolal voči nemu nevraživosť tentoraz zo strany staršej generácie matematikov, ktorí kritizovali Bourbakiho voľnosť, s akou zaobchádzal s matematikou ich obdobia. Zvlášť výber definícií a poradie jednotlivých tém sa riadili iba logickou a racionálnou schémou. Ak to, čo bolo urobené dovtedy, nevyhovovalo schéme, bolo nemilosrdne odvrhnuté bez ohľadu na dlhoročné tradície. Napríklad Bourbaki odmieta hovoriť „neklesajúca“, ak sa to vzťahuje na rastúcu funkciu, pretože by to bol úplný nezmysel. Vieme, že iba v prípade lineárneho (úplného) usporiadania tento termín vystihuje to, čo máme na mysli. (Ak sa v prípade nelineárneho usporiadania hovorí „neklesajúca“, sotva to značí „rastúca, ale nie ostro rastúca“.) Bourbaki teda jednoducho zavrhol túto terminológiu, tak ako mnohé ďalšie. Bourbaki tiež vynachádzal novú terminológiu, pričom používal gréčtinu, ak to bolo nevyhnutné, ale aj mnohé slová z hovorového jazyka, čo zarážalo mnohých čitateľov tradícií, ťažko pripúšťajúcich, že teraz sa „boule“ alebo „pavé“ nazýva to, čo predtým nieslo názov „hypersphéroide“ alebo „parallélotope“. Ich reakcia bola: „Toto dielo netreba brať vážne.“ Nedávno vyšla knižočka, ktorá sa nám veľmi páčila. Volá sa *Le jargon des sciences* a napísal ju ETIEMBLE, bdely strážca francúzskeho jazyka. Snaží sa uchovať francúzštinu v jej pôvodnej čistote a púšťa sa do boja s profesionálnou hatlaninou mnohých vedcov. Našťastie z toho vyníma francúzskych matematikov a hovorí, že majú dobrý zmysel pre používanie jednoduchých pôvodných francúzskych slov z každodennej reči, pričom niekedy zmenia ich význam. Uvádza také príťažlivé príklady nedávnych titulov ako „Platitudo et privilège“ a „Sur les variétés riemanniennes non suffisamment pincées“. (Možno prekladať aj ako: „Banálnosť a výsada“, „O nedostatočne pokrivených Riemannových varietách“. Pozn. prekl.) Takýmto štýlom píše aj Bourbaki – zrozumiteľným jazykom, a nie žargónom hemžiacim sa skratkami ako v anglosaských textoch, kde vám hovoria, že CFTC je v relácii s ALV, ak nie je BSF alebo ZD, atď. Po desiatich stranách takéhoto textu nemáte predstavu, o čom je reč. Myslíme si, že atrament je dosť lacný na to, aby sa veci nazývali plným menom používajúc starostlivo vybraný slovník.

Už som povedal, že sme robili výber. Vysvetlím vám teraz podrobnejšie, v čom tento výber spočíval. Poviem to obrazne. Veľmi rýchlo sme si uvedomili, že napriek zavedeniu pojmu štruktúry, ktorý bol určený k osvetleniu a rozčleneniu rozličných vecí, matematika sa nedá rozdeliť na malé časti. Na druhej strane bolo jasné, že staré delenie na algebru, aritmetiku, geometriu a analýzu sa prežilo. Nerešpektovali sme ho a k zlosti mnohých sme sa ho vzdali od samého počiatku. Napríklad je veľmi dobre známe, že euklidovská geometria je špeciálnym prípadom teórie Hermitových operátorov v Hilbertových

priestoroch. To isté platí pre teóriu algebraických kriviek a teóriu algebraických čísel, ktoré v podstate vychádzajú z tej istej štruktúry. Staré rozdelenie matematiky rád porovnávam s rozdelením zavedeným starými zoológmi, ktorí vidiac, že delfín, žralok a tuniak sú podobné živočíchy, prehlasovali: „Sú to ryby, pretože všetky žijú v mori a sú podobného tvaru.“ Trvalo istý čas, než si uvedomili, že stavba tela týchto živočíchov vôbec nie je podobná a že ich treba klasifikovať veľmi vzdialene. Je to úplne analogické rozdeleniu matematiky na algebru, aritmetiku, geometriu a ostatné nezmysly. Treba študovať štruktúru každej teórie a podľa toho ju klasifikovať. Bez ohľadu na to možno v krátkom čase nahliadnuť, že napriek úsiliu o izoláciu štruktúr, tieto štruktúry majú tendenciu miešať sa veľmi rýchlo a nanajvýš plodne. Možno povedať, že najväčšie matematické myšlienky vznikli na rozhraní značne odlišných štruktúr. Moja terajšia predstava o matematike je nasledovná. Je to kĺbko vlny, motanica nití, kde všetky časti matematiky pôsobia navzájom na seba celkom nepredvídateľným spôsobom. Nepredvídateľným, pretože neprejde ani rok a už sa objavujú nové vplyvy tohto druhu. Z kĺbka určitý počet nití vychádza von na všetky strany a s ničím sa nespája. Bourbakiho metóda je veľmi jednoduchá: tieto vlákna odrežeme. Čo to znamená? Pozrime sa, čo zostane a čo sme vylúčili. Zostáva: klasické štruktúry (pochopiteľne, nehovoriac o množinách), lineárna a multilineárna algebra, trochu všeobecnej topológie (čo najmenej), trochu topologických vektorových priestorov (tak málo, ako je len možné), homologická algebra, komutatívna algebra, nekomutatívna algebra, Lieove grupy, integrovanie, diferencovateľné variety, riemannovská geometria, diferenciálna topológia, harmonická analýza a jej pokračovania, obyčajné a parciálne diferenciálne rovnice, reprezentácie grúp vo všeobecnosti a analytická geometria v tom najširšom zmysle. (Samozrejme mám tu na mysli jediný znesiteľný zmysel, a to **SERROV**. Je naprosto neudržateľné používať termín analytická geometria pre lineárnu algebru so súradnicami, ako sa to ešte stále robí v elementárnych knihách. Analytická geometria v tomto zmysle nikdy neexistovala. Existujú iba ľudia, ktorí kazia lineárnu algebru zavedením súradníc a nazývajú to analytická geometria. Preč s nimi! Každý vie, že analytická geometria je teória analytických priestorov, jedna z najhlbších a najobťažnejších teórií v celej matematike.) Zahrnutá je ďalej algebraická geometria, dvojča analytickej geometrie a konečne teória algebraických čísel.

Je to impozantný zoznam. Pozrime sa teraz, čo sme vylúčili. Teória ordinálnych a kardinálnych čísel, univerzálna algebra (dobré viete, čo to je), zväzy, neasociatívna algebra, väčšina všeobecnej topológie, väčšina topologických vektorových priestorov, väčšina teórie grúp (konečné grupy), väčšina teórie čísel (medzi iným analytická teória čísel), sumačné procesy a všetko, čo možno nazvať čistou analýzou – trigonometrické rady, interpolovanie, polynomicke rady atď.; je tu mnoho vecí a nakoniec pravdaže celá aplikovaná matematika.

Rád by som tu podal malé vysvetlenie. Vôbec si nemyslím, že pri tomto rozlišovaní Bourbaki čo i len trochu hodnotí dômysel a účinnosť klasifikovaných teórií. Som napríklad presvedčený, že teória konečných grúp je v súčasnosti v matematike jedna z najhlbších a na mimoriadne výsledky najbohatších, zatiaľ čo teórie ako nekomutatívna algebra sú stredného stupňa obťažnosti. A ak by som mal hodnotiť, pravdepodobne by som povedal, že Bourbaki vylučuje práve tú najdômyselnejšiu matematiku, tie výsledky,

ktoré sú najviac obdivované, pretože odrážajú vynachádzavosť a prenikavosť ducha svojich autorov.

Nechápeme našu klasifikáciu v zmysle: dobré napravo, zlé naľavo — nepreberáme úlohu boha. Chceme povedať iba to, že ak máme byť schopní vyložiť modernú matematiku vytvorením centra, z ktorého sa rozvíja všetko ostatné, je potrebné mnohé veci vylúčiť. Bez ohľadu na mimoriadne prenikavé výsledky dokázané v teórii grúp nemožno povedať, že by v nej existovala metóda všeobecného prístupu. Je v nej viacero metód, no vždy pretrváva dojem, že výsledky sa dosahujú individuálnym prístupom, využívaním mnohých špeciálnych obrátov. Niečo takého Bourbaki nemôže zaradiť do svojho výkladu. Bourbaki môže a chce vykladať iba racionálne organizované teórie, v ktorých metódy prirodzene vyplývajú zo základných vzťahov, kde sotva zostáva miesto pre nejaké vynaliezanie.

Teda, opakujem, tie matematické teórie, ktoré Bourbaki navrhuje vyložiť, sú už temer úplne vyčerpané, prinajmenej vo svojich základoch. Je to, pravda, otázka iba základov, nie podrobností. Tieto teórie sa rozvinuli do takého stupňa, že ich možno načrtnúť čisto racionálnym spôsobom. Je isté, že teória grúp (a ešte viac analytická teória čísel) je iba sledom nápaditých výtvorov, jeden cennejší než druhý, a teda obzvlášť odporuje Bourbakiho zámerom. Opakujem, vôbec to neznamená, že ju máme preto podceňovať. Naopak, hodnota matematickej práce sa určuje jeho schopnosťou vynachádzania, hoci aj nových šikovných obrátov. Veď viete, ako to býva — po prvý raz je to šikovný obrat, po tretí raz metóda. Nuž, ja si myslím, že väčšia zásluha prislúcha tomu, kto obrat vynášiel po prvý raz, než tomu, kto si pri tretej alebo štvrtej príležitosti uvedomil, že z neho môže vytvoriť metódu. Bourbakiho cieľom je to druhé: z rôznych procesov používaných v matematike povyberať tie, z ktorých možno sformovať súvislú teóriu, logicky usporiadanú, jednoduchú k výkladu i k použitiu.

Pracovná metóda, ktorú používa Bourbaki, je náramne dlhá a obťažná, vynucuje si ju však charakter samotného projektu. Keď sa raz na našich schôdzach, ktoré sa konajú dvakrát až trikrát do roka, viac alebo menej zhodneme na nutnosti napísať knihu či kapitolu na nejakú tému (obvykle počítame s niekoľkými kapitolami do jednej knihy), úloha skoncipovať ju pripadne tomu spolupracovníkovi, ktorý sa na to podujme. Podľa dosť neurčitého plánu napíše prvú verziu navrhovanej kapitoly alebo kapitol. Vo všeobecnosti má tu voľnosť zaradiť alebo vynechať, čo sa mu páči, celkom na svoje nebezpečie a riziko, ako ešte uvidíte. Po roku či dvoch, keď je práca hotová, prečíta sa pred Bourbakiho zhromaždením nahlas, bez vynechania jedinej strany. Bod za bodom sa preberie a nemilosrdne skritizuje každý dôkaz. Treba sa zúčastniť na Bourbakiho zhromaždení, aby sme si vedeli predstaviť ústipačnosť tejto kritiky a mieru, do akej prekonáva všetky vonkajšie útoky. Používaný jazyk tu nemožno reprodukovat'. Vek nehrá žiadnu úlohu. Bourbakiho členovia sú značne rozdielneho veku — neskôr vám uvediem hornú hranicu — ale ani dvadsaťročný vekový rozdiel nebráni mladšiemu členovi ostro vystúpiť proti staršiemu, ktorý podľa jeho mienky nepochopil nič z preberanej témy. Treba vedieť prijímať tieto útoky tak, ako sa patrí, s úsmevom. Každopádne na odpoveď netreba nikdy dlho čakať, pred Bourbakiho spoločnosťou sa nikto nemôže chváliť svojou neomylnosťou. Nakoniec všetko dobre skončí napriek veľmi dlhým a zápalistým debatám.

Niektorí pozvaní, ktorí sa zúčastnili Bourbakiho schôdzí v úlohe divákov, vždy odchádzali s dojmom, že je to zhromaždenie bláznov. Nevedeli si predstaviť, ako títo ľudia, ktorí kričia o matematike — niekedy aj traja či štyria súčasne — môžu vôbec vytvoriť niečo rozumné. Možno je to záhada, ale nakoniec sa vždy všetko utíši. Keď prvú verziu roztrháme na kúsky tak, že z nej nič nezostane, vyberáme druhého spolupracovníka, aby začal so všetkým odznova. Nešťastník vie, čo bude nasledovať, pretože i keď sa pridrižiava nových inštrukcií, názory zhromaždenia sa medzitým zmenia a v budúcom roku bude roztrhaná na kúsky jeho verzia. S prácou začne tretí a tak to pokračuje ďalej. Zdalo by sa, že je to nekonečný proces, nepretržite sa opakujúci, v skutočnosti sa však zastaví z čisto ľudských dôvodov. Keď vidíme, že tá istá kapitola sa nám vracia po šiesty, siedmy, ôsmy alebo desiaty raz, každý má toho dosť do takej miery, že kapitolu jednomyseľne pošleme do tlače. Neznamená to, že je dokonalá, a veľmi často si uvedomujeme, že napriek všetkým predchádzajúcim opatreniam sme nešli správnym smerom. V ďalších vydaniach prichádzame teda s inými myšlienkami. Najväčšie ťažkosti však určite sú pri zrode prvého vydania.

Od okamžiku, keď sa dáme do práce na niektorej kapitole, do chvíle, keď sa zjaví v kníhkupectvách, uplynie priemerne osem až dvanásť rokov. Kapitoly, ktoré vychádzajú teraz, sme prvýkrát prediskutovali okolo roku 1955.

Už skôr som povedal, že existuje horná veková hranica. Na jej nevyhnutnosť sme prišli dosť rýchlo z dôvodu, o ktorom som hovoril na začiatku tejto reči — matematik vyše päťdesiatročný môže byť ešte veľmi dobrý a výnimočne produktívny, ale len zriedkavo sa prispôsobuje novým myšlienkam pochádzajúcim od ľudí, ktorí sú od neho o dvadsaťpäť až tridsať rokov mladší. Pritom podujatie Bourbakiho typu sa snaží o trvalé pôsobenie. V žiadnom prípade nemožno povedať, že by sme fixovali matematiku k určitému obdobiu. Ak Bourbakiho výklad matematiky už nezodpovedá tendenciám doby, dielo je bezcenné a treba ho prepracovať. Toto sa mimochodom už stalo s niekoľkými Bourbakiho zväzkami. Keby u Bourbakiho spolupracovali postarší členovia, snažili by sa brzdiť tento zdravý vývoj v presvedčení, že ak bolo všetko dobré v čase ich mladosti, nieto dôvodu k zmene. To by bola pohroma. Aby sa predišlo takýmto treniciam, ktoré by skôr či neskôr viedli k Bourbakiho zániku, prijalo sa rozhodnutie, a to v čase vzniku tejto otázky, že všetci Bourbakiho spolupracovníci v päťdesiatke odstúpia.

Tak sa aj stalo; všetci súčasní Bourbakiho spolupracovníci sú mladší než 50 rokov. Zakladajúci členovia pravdaže odstúpili temer pred desiatimi rokmi a aj tí, ktorí ešte nedávno boli považovaní za mladých, tento vek odchodu už dosiahli alebo sa k nemu blížia. Vystupuje tu teda otázka náhrady za odstúpivších členov. Ako to robíme? Nuž, neexistujú na to žiadne pravidlá, pretože u Bourbakiho jediné formálne pravidlo je to, o ktorom som vám práve hovoril, odchod v päťdesiatke. Ak odhliadneme od tejto zásady, možno povedať, že jediným pravidlom je neexistencia akýchkoľvek pravidiel. Pravidlá neexistujú v tom zmysle, že sa nikdy nehlasuje, v každej otázke musíme dosiahnuť jednomyseľnosť. Každý člen má právo vetovať hociktorú kapitolu, ak má dojem, že je nedobrá. Veto prosto znamená, že nepripustíme kapitolu do tlače a musíme sa vrátiť a znova ju preštudovať. Tým možno vysvetliť zdĺhavosť celého procesu — skutočnosť, že nám trvá tak dlho, kým sa zhodneme na konečnej verzii.

Dotkli sme sa už otázky nahrádzania spolupracovníkov, ktorých postihlo vekové

obmedzenie. Nenahrádzame ich formálne (bolo by to pravidlo, a pravidiel niet). Nie sú žiadne voľné miesta ako v akadémii. Keďže väčšina Bourbakiho členov sú profesori – mnohí v Paríži – majú príležitosť prezrieť si zblízka mladých matematikov, mladíkov, ktorí práve začínajú zaoberať sa matematickým výskumom. Nádejného mládenca, u ktorého možno očakávať skvelú budúcnosť, si rýchlo všimnú. Keď sa tak stane, je pozvaný na návštevu jedného zhromaždenia ako pokusné morča. Je to tradičný postup. Všetci viete, čo je to morča – zvieratko, ktoré používame k pokusom s vírusmi. Je to do značnej miery podobné; úbohý mladý muž sa musí podrobiť krstu ohňom, akým je Bourbakiho diskusia. Musí jej nielen porozumieť, ale sa na nej aj zúčastniť. Ak mlčí, nabudúce ho jednoducho nepozvú.

Musí teda vykazovať istú kvalitu, nedostatok ktorej zabránil mnohým veľkým a hodnotným matematikom pridať sa k Bourbakimu. Kapitoly neprichádzajú počas zhromaždenia na rad v žiadnom zvláštnom poradí, nikdy vopred nevieme, či nadchádzajúce zhromaždenie bude pojednávať iba diferenciálnu topológiu alebo či bude nasledovať komutatívna algebra. Nie, všetko je zmiešané – uvádzam ten istý príklad, klbko nití, ktoré by bolo možné považovať za Bourbakiho symbol. V dôsledku toho sa od Bourbakiho člena očakáva, že sa zaujíma o všetko, čo počuje. Ak je fanatickým algebraikom a vyhlási: „Zaujíma ma algebra a nič iného“ – je to pekné, ale nikdy sa nestane členom Bourbakiho kolektívu. Musí sa zaujímať o všetko súčasne. Nemusí mať tvorivú schopnosť vo všetkých oblastiach, to je v poriadku. Nemožno od každého žiadať, aby bol univerzálnym matematikom, to je vyhradené malému počtu géniov. Mal by sa však zaujímať o všetko, a keď nastane čas, mal by byť schopný napísať kapitolu traktátu, aj keď sa netýka jeho špecializácie. Niečo takého sa stalo prakticky každému členovi a myslím, že väčšina z nich to považuje za mimoriadne užitočné.

Čo sa týka mojej osobnej skúsenosti, som presvedčený, že keby ma neboli prinútili písať o otázkach, o ktorých som nemal ani poňatia, a prekonávať ťažkosti s tým spojené, rozhodne by som nebol urobil v matematike ani štvrtinu, ba ani desatinu toho, čo som v skutočnosti vytvoril. Keď človek začne písať o problémoch, ktoré nepozná a keď je pritom matematikom, je prinútený klásť otázky sám sebe. To je pre matematika charakteristické. Potom sa ich pokúša rozriešiť a to vedie k samostatnej práci nezávislej od Bourbakiho, s určitou vlastnou cenou, ktorej korene však siahajú k Bourbakimu. Nemožno teda povedať, že Bourbakiho systém je zlý. Avšak sú skvelé mozgy, ktoré sa nevedia prispôbiť k povinnosti takého druhu, prenikavé mysle vynikajúce vo svojom odbore, ktorým však iné odbory neslobodno ani spomenúť. Existujú zarytí algebraici, ktorých nik neprinúti stráviť analýzu, a analytici, pre ktorých teleso kvaterniónov je niečo obludného. Títo matematici môžu byť prvotriednymi matematikmi lepšími než väčšina Bourbakiho členov – dobrovoľne to priznávame a mohol by som vám uviesť viacero slávnych mien – nikdy by však nemohli byť členmi Bourbakiho skupiny.

Vráťme sa k tomu pokusnému morčatú. Pri jeho prvej návšteve predovšetkým zisťujeme, do akej miery je schopný adaptácie tohto druhu. Často schopnosť takejto adaptácie nemá, vtedy mu zaželáme veľa šťastia a ide svojou cestou. Našťastie z času na čas sa medzi mladými ľuďmi vyskytuje táto kvalita, tento hlad po univerzálnych vedomostiach v matematike a prispôsobenie najrozličnejším teóriám. Ak zistíme, že správne reaguje na prihrávky, stáva sa členom po veľmi krátkom čase bez akéhokoľvek hlasovania,

volieb alebo ceremónie. Opakujem, Bourbaki má jediné pravidlo, ktoré znie nemať pravidlá s výnimkou odchodu v päťdesiatke.

Na záver by som chcel reagovať na nedávny útok na Bourbakiho zo strany niektorých mladých matematikov jednej krajiny. Bourbakiho obvinili zo sterilizácie výskumu v matematike. Musím povedať, že to vôbec nechápem, pretože zámerom Bourbakiho diela nie je podnecovať výskum. Prv som povedal, že Bourbaki si môže dovoliť písať iba o mŕtvych teóriách, o definitívne dotvorených veciach, z ktorých možno zbierať už iba klásky po žatve (samozrejme, s výnimkou neočakávaných objavov). Vlastne nikdy sa nemá hovoriť, že niečo v matematike je mŕtve, pretože nasledujúci deň sa niekto chopí teórie, vdychne do nej nové myšlienky a ona žije ďalej. Lepšie je hovoriť o teóriách mŕtvych v čase ich spisovania, to znamená, že Bourbaki spracováva teórie, v ktorých po dobu 10, 20 alebo 50 rokov nikto neurobil žiadny významnejší objav, ktoré sa však všeobecne považujú za dôležitú a centrálnu časť matematiky, a to pre svoju mnohostrannú užitočnosť v iných oblastiach. Vôbec nie je nutné, aby tieto teórie priamo podnecovali výskum. Bourbaki sa snaží poskytovať odkazy na literatúru a pomôcť každému, kto chce poznať podstatu teórie. Napríklad záujemci o prácu v topologických vektorových priestoroch by mali dobre poznať tri alebo štyri vety: Hahnovu-Banachovu, Banachovu-Steinhausovu a vetu o uzavretom grafe; mala by existovať kniha, kde tieto vety možno nájsť. Nikto však nemá v úmysle tieto vety vylepšovať; sú tým, čím sú, sú mimoriadne užitočné (to je to základné), a preto sú v Bourbakiho traktáte. Taká je totiž potreba. Čo sa týka podnecovania výskumu, ak v starej teórii existujú nejaké otvorené problémy, samozrejme sa na ne poukáže, to však nie je Bourbakiho hlavným cieľom.

Cieľom je, opakujem, poskytovať pracovné nástroje, a nie podnetne písať o otvorených problémoch najnovšej matematiky, pretože tieto otvorené problémy sú vo všeobecnosti o mnoho ďalej, než Bourbaki môže zachádzať. To je už živá matematika a Bourbaki sa živej matematiky nedotýka. Ani nemôže, pretože tá sa podľa definície mení každým rokom. Ak by bola o nej Bourbakiho metódou napísaná kniha, čo by trvalo 8–10 rokov, viete si predstaviť, ako by taká kniha vyzerala po 12 rokoch. Nepredstavovala by absolútne nič. Bolo by ju treba nepretržite upravovať a bola by ako stará encyklopédia, večne nedokončená.

Toto je tých zopár vysvetlení, ktoré som vám chcel povedať. Teraz s radosťou odpoviem na otázky, aby som povedané doplnil.

Odpovede na otázky

... Bourbaki, ak chcete, vychádza zo základného presvedčenia, o ktorom ochotne priznávame, že je nedokázateľné a metafyzické. Sme presvedčení, že matematika je v základoch jednoduchá a že ku každej matematickej otázke existuje medzi všetkými možnými spôsobmi prístupu jeden najlepší, optimálny. Dajú sa uviesť príklady, kde to platí, a príklady, kde o tom nemôžeme rozhodnúť, pretože až doteraz sme optimálnu metódu nenašli.

Uvádzať som napríklad teóriu grúp a analytickú teóriu čísel, ktoré sú v tomto zmysle charakteristické. V oboch teóriách existuje množstvo metód, jedna vtipnejšia od druhej. Je to nádherné, dômyselné a neslýchane zložité, ale sme presvedčení, že toto nie je koneč-

ný spôsob prístupu k problematike. Na druhej strane vezmeme algebraickú teóriu čísel. Od Hilbertových čias je natoľko systematizovaná, že vieme, že k tejto problematike existuje správny prístup. Tento prístup sa z času na čas mení, ale nakoniec sa príde postupne k jednému, ktorý je lepší než ostatné. Toto je iba presvedčenie, opakujem, metafyzické presvedčenie.

... V základoch veríme v realnosť matematiky. Pravdaže, keď na nás filozofi útočia so svojimi paradoxami, náhlime sa ukryť za formalizmus a hovoríme: „Matematika je iba kombinácia symbolov bez vlastného zmyslu.“ A nato ukážeme kapitoly 1 a 2 o teórii množín. Potom sa v klude vrátíme k našej matematike a robíme ju tak ako predtým s presvedčením, ktoré je vlastné každému matematikovi, že totiž pracuje s niečím reálnym. Tento pocit je možno ilúziou, je však veľmi výhodný. Takýto je vzťah Bourbakiho k základom matematiky.

Doslov

Sotva je potrebné predstavovať profesora Dieudonného našim čitateľom; môžu ich však zaujímať niektoré fakty. Prof. Dieudonné študoval na Ecole Normale supérieure v rokoch 1924–1927, bol vedeckým aspirantom v Princetone, Berlíne a Zürichu, doktorát získal v roku 1931. Pôsobil na fakultách univerzít Bordeaux, Rennes, Nancy, Sao Paulo, Michigan, Northwestern, Institut des Hautes Etudes Scientifiques a teraz je dekanom fakulty v Nice. Ako profesor hosťoval na univerzitách Columbia, Johns Hopkins, Rio de Janeiro, Buenos Aires, Pisa, Maryland, Tata Institute Bombay, Notre Dame a Washington. Medzi jeho vyznamenania patrí Rad čestnej légie, Rad akademickej palmy a členstvo v Akadémii vied. V rokoch 1964–1965 bol prezidentom Matematickej spoločnosti Francúzska.

Prof. Dieudonné publikoval množstvo kníh a okolo 135 vedeckých článkov z analýzy, topológie, spektrálnej teórie, klasických grúp, formálnych Lieových grúp a nekomutatívnych okruhov.

Má sa za to, že pôvodní členovia Bourbakiho skupiny boli C. Chevalley, J. Delsarte, J. Dieudonné a A. Weil. Meno Nicholas Bourbaki zrejme patrilo francúzskemu generálovi z 19. storočia. Časťou „prijímania“ poslucháčov prvého ročníka za študentov matematiky bývala prednáška, kde niektorý kolega z vyššieho ročníka vystupujúci ako zahraničný matematik uvádzal vety pomenované po známych generáloch, ktoré boli všetky netriviálnym spôsobom chybné. (Poznámka amerického vydavateľa.)

Nedávno zemrelý sovětský vědec A. A. LJAPUNOV (1911–1973) je znám i jako jeden z organizátorů novosibirského Akadēmgorodku, sibiřské matematické olympiády, fyzikálně matematické školy atd. Rod Ljapunovů měl od počátku 19. století v každé generaci několik vědců, v těsném příbu-

zenství s ním byl i slavný fyziolog I. M. Sečenov, oftalmolog V. P. Filatov, matematik a mechanik A. N. Krylov, chemik A. M. Zajcev a jiní. Rovněž fyzik P. L. Kapica patří do příbuzenstva rodu Ljapunových.