Jaroslav Šedivý

Sto let od otištění prvního českého pojednání o množinách

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 30 (1985), No. 2, 105--108

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/138454

[3] D. Dubois, H. Prade: *Fuzzy Sets and Systems. Theory and Applications.* Acad. Press 1980, 393 stran.
[4] W. Rödder, H. J. Zimmermann: *Analyse, Beschreibung und Optimierung von unscharf formulierten Problemen.* Zeitschrift für Operations Research *21* (1977), 1—18.
[5] G. Sommer: *Linearer Ersatzprogramm für unscharfe Entscheidungsprobleme. Zur Optimumbestimmung bei unscharfer Problemschreibung.* Zeitschrift für Operations Research *22* (1978), B1—B24.
[6] G. Sommer, M. A. Pollatschek: *A fuzzy programming approach to an air pollution regulation problem.* Progress in Cybernetics and Systems Research, New York 1977, 309—313.
[7] L. A. Zadeh: *Fuzzy sets.* Information and Control *8* (1965), 338—353.
[8] H. J. Zimmermann: *Results of empirical studies in fuzzy set theory.* From: *Applied General Systems Research*, ed. by Georg J. Klir (Plenum Publishing Corporation 1978), 303—312.

Sto let od otištění prvního českého pojednání o množinách

Uplynulé desetiletí bylo bohaté na staletá výročí průkopnických prací Georga Cantora (1845—1918) v teorii množin. Náš časopis přinesl článek k výročí takové Cantorovy práce z r. 1874, a to v 1. čísle ročníku XX (1975). V něm je popsáno deset let jeho činnosti až po kritický rok 1884, kdy se vlivem napjatých vztahů s ostatními německými matematiky a pocitu osamocení zhroutil. Vždyť teprve r. 1883 se dočkal překladu stručného výtahu svých výsledků do francouzštiny, ale až v letech 1884—5 se objevily první práce mladých matematiků, jež využívaly Cantorovy ideje ke studiu funkcí, k úspěšnému řešení obtížných problémů. Tím spíše zasluhuje pozornost čin Matyáše Lercha, který už v r. 1884 publikoval české pojednání o množinách.

Matyáš Lerch (1860—1922) utrpěl v mládí úraz na levé noze, školu začal navštěvovat až v devíti letech a maturoval ve dvaceti. Pak studoval na pražských vysokých školách (české a německé technice, české univerzitě), první vědecké práce publikoval už jako student druhého ročníku. Četl nepochybně i Cantorovy práce a získal v nich inspiraci k napsání příspěvku, který přednesl na zasedání Královské české společnosti nauk v Praze. I když se na zasedáních přednášelo především německy a výchozí literatura byla německá, mladý Lerch zpracoval *české* pojednání, ve kterém musel použít nové termíny. Je pravděpodobné, že se při jejich tvoření uplatnil vliv nebo aspoň souhlas profesorů Studničky, Weyra a případně dalších, ale to nic nemění na skutečnosti, že 24letý Lerch sepsal první české pojednání o množinách. Sám sice později ustoupil od termínu „množina", ve své další práci hovořil o soustavách bodů, resp. o množstvích bodů, ale patří mu priorita v publikování termínu, který se naplno ujal od 30. let našeho století zásluhou akademika E. Čecha.

Otiskujeme plné znění Lerchova příspěvku ve Zprávách o zasedání Královské české společnosti nauk v Praze, roč. 1884, str. 176—8. Text je záměrně ponechán v původním znění, odstraněny jsou jen zcela zřejmé tiskařské chyby na třech místech.

Jaroslav Šedivý

Příspěvek k nauce o množinách bodů v rovině

Přednesl **Matyáš Lerch** dne 23. května 1884

Budiž M libovolná množina bodů v rovině. Nalézá-li se v rovině této bod a' mající tu vlastnosť, že se v každém jeho okolí nalézají body z M, nazývá se, jak známo, a' *bodem hromadným množiny* M, nechť pak již sám je prvkem této neb není.

Známá věta *Weierstrassova* praví, že množiny vykazující v konečném oboru nějakém neomezený počet prvků mají nutně aspoň jedno místo hromadné.

Soubor míst hromadných množiny M zove se její *derivací* či *množinou odvozenou* M'. Má-li tato opět místa hromadná, tvoří jich soubor množinu M'', která je *druhou derivací* M'' množiny M atd.

Tak obdržíme řadu množin

$$M' \, M'' \, M''' \ldots M^{(\nu-1)} M^{(\nu)} \ldots \tag{1}$$

v níž je každá obsažena ve všech předcházejících, takže veškery prvky množiny $M^{(\nu)}$ jsou zároveň prvky množiny $M^{(\nu-1)}$ atd.

Dokažme to pro $\nu = 2$. Buď a'' libovolný bod množiny M''; je-li pak δ libovolně malá daná veličina kladná, opišme kol a'' kruh poloměru δ, jejž znamenejme (a''). Jelikož bod a'' je hromadné místo množiny M', musí se vždy uvnitř kruhu (a'') nalezati body množiny M'; buď m' jeden z nich. Opíšeme-li kol m' kruh (m') poloměru $\delta - \overline{a''m'}$, který je tedy všecek uvnitř kruhu (a'') obsažen, shledáme podobně, že se v tomto kruhu také nalezají body množiny M, poněvadž m' je bodem hromadným této; libovolný z těchto bodů m nalezaje se uvnitř (m') nalezá se též uvnitř (a''), a tedy obsahuje každé okolí bodu a'' body m množiny M, takže a'' je místem hromadným pro M a jako takové náleží prvé derivaci.

Řada derivací (1) je buď konečná neb neomezená. Zakončí-li se, tedy je posledním prvkem jistá množina $M^{(n)}$, která nemá více bodů hromadných. V každém konečném oboru nalezá se dle výše uvedené věty *Weierstrassovy* nanejvýš konečný počet bodů z $M^{(n)}$. V tom případě sluje množina *prvého rodu* (genre).

Sestává-li $M^{(n)}$ z konečného počtu bodů, zove se množina původní M *racionalnou druhu* n. Je-li naopak počet bodů v $M^{(n)}$ neomezený, je množina M *irracionalnou*. V tom případě můžeme jí přiřknouti symbolický bod hromadný ∞, takže existuje derivace $M^{(n+1)}$ sestávající z jediného bodu v nekonečnu. Stanovíme-li polohu bodů v rovině komplexními hodnotami, můžeme množinu irracionalnou přetvořiti v racionalnou následujícím způsobem. Buď a hodnota, jež není prvkem ani v M ani v M'; přiřadíme-li každému bodu z bod $z_1 = 1/(z - a)$, přetvoříme tím množinu M v množinu M_1, která je všecka obsažena v jistém konečném oboru omezeném kružnicí se středem v o. Neboť poněvadž a není ani prvkem množiny M ani bodem hromadným, existuje zajisté jistý kruh určitého poloměru se středem v a, uvnitř kterého není bodů množiny M, a tento kruh přejde transformací naší v kruh S, jehož vnitřek odpovídá vnějšku kruhu kol a. Body hromadné irracionalné množiny $M, M', M'' \ldots$ transformují se patrně opět v hromadné body množin M_1, M_1', $M_1'' \ldots$ a mimo to přibude v bodě $z_1 = o$ příslušném ku $z = \infty$ nový skutečný bod hromadný množiny $M_1^{(n)}$, jenž odpovídá symbolickému bodu hromadnému ∞. Množina M_1, jejíž derivace $M_1^{(n+1)}$ sestává z jediného bodu o, je patrně racionalnou. Je tedy rozdíl mezi množinami racionalnými a iracionalnými pouze formalný.

2. Je-li množina M derivací nějaké množiny $M^{(-1)}$, obsahuje všecky body prvé své derivace M'. Z toho plyne, že mnohdy nelze utvořiti množiny $M^{(-1)}$, které by příslušela řečená vlastnosť.

Nazývejme *upravenou či modifikovanou* každou množinu $\mathfrak{M}(M, M') = M$, která obsahuje zároveň veškery své body hromadné. Takovou lze utvořiti z každé množiny dané, připojí-li se jí pouze její body hromadné.

Nyní dokažme větu:

Každé modifikované množině 1. rodu M v rovině náleží nekonečný počet množin $M^{(-1)}$, které ji mají za svou první derivaci. Takové množiny $M^{(-1)}$ zovou se prvými *kontraderivacemi* množiny M.

V řadě článků uveřejněných v Comptes Rendus pařížské akademie r. 1882 dokázal p. *Mittag-Leffler*, že lze pro každou danou racionalnou množinu modifikovanou M v rovině utvořiti funkci jednoznačnou $F(x, M)$, která má ve všech bodech množiny M a jen v těchto místa *podstatně zvláštní* (wesentlich singuläre Stellen).

O každé racionální množině platí pak známá věta, že je *seřaditelnou* (má mohútnosť přirozené řady čísel), takže lze prvky její u_ν napsati v řadě

$$(2) \qquad u_1 u_2 u_3 \ldots u_\nu \ldots$$

která se skládá toliko z prvků množiny M, jejížto každý prvek též naopak v řadě a to pouze jednou přichází.

Dále dokázal p. *Picard* (Comptes Rendus 1879), že v okolí každého svého místa podstatně zvláštního obdrží funkce jednoznačná komplexní proměnné veškery možné hodnoty, vyjímaje nanejvýš dvě, které pak nazývati můžeme *kritickými*. Buďtež tedy $v_1 v_2$ kritické hodnoty příslušné zvláštnímu bodu u_1, $v_3 v_4$ kritické hodnoty pro bod u_2, $v_5 v_6$ pro u_3 atd. Patrně lze pak napsati všecka v_ι v řadě

$$(3) \qquad v_1 v_2 v_3 \ldots v_\iota \ldots,$$

takže kritické hodnoty funkce jednoznačné tvoří množinu seřaditelnou.

Dle známého theorému *Cantorova**), existuje pak nekonečně mnoho hodnot φ, jež nenáležejí řadě (3) a při nejmenším vyplňují spojité křivky (oblouky kruhové ap.), takže množina hodnot φ má mohútnosť kontinua. Je to právě množina hodnot, jež obdržeti může funkce $F(x, M)$. Tudíž:

Soubor všech hodnot, jež obdržeti může analytická funkce jednoznačná a monogení, tvoří vždy množinu mohútnosti kontinua.

Buď φ_0 libovolný prvek této množiny; pak tvoří kořeny x rovnice

$$F(x, M) = \varphi_0$$

množinu $x(\varphi_0)$ zajisté apantachickou (diskretní), jejíž prvá derivace shoduje se s množinou M míst podstatně zvláštních funkce $F(x, M)$, což z vlastností základních těchto míst bezprostředně vyplývá. Každá z těchto množin $x(\varphi_0)$ jest kontraderivací množiny M.

Věta dokázána pro množiny racionalné; poněvadž však lze linearnou transformací uvésti každou množinu irracionalnou rodu 1. v racionalnou, je obecná platnosť její patrna.

Zároveň shledáváme, že mohútnosť množiny, jejíž prvky jsou kontraderivace množiny dané rodu 1. není menší mohútnosti kontinua.

---

*) Mathematische Annalen, XX. p. 112. Acta mathematica 1883. p. 329.

Množina $x(\varphi_0)$ není modifikovanou, poněvadž funkce ve zvláštních místech M nemá významu. Myslíme-li si ji doplněnou na modifikovanou, takže pak máme množinu $x(\varphi_0) + M$, můžeme sestrojiti prvou kontraderivaci této množiny, tuto pak doplniti na modifikovanou a tak pokračovati do nekonečna.

---

vyučování

JAKÉ FYZIKÁLNÍ VZDĚLÁNÍ POSKYTUJE UNIVERSITY OF SURREY V GUILDFORDU VE VELKÉ BRITÁNII

Bohuslav Máca, Brno

Úvod

University of Surrey je jedna z téměř 50 univerzit ve Velké Británii. Patří mezi mladé vysoké školy. Byla založena v r. 1966 a svoji tradici odvozuje z bývalého Battersea Polytechnic Institute. Nachází se v Guildfordu, hlavním městě hrabství Surrey, asi šedesátitisícovém městě ležícím zhruba 50 km jihozápadně od Londýna. V univerzitním městečku, které je situováno na návrší 10 minut chůze od centra města, jsou všechny fakulty univerzity, knihovna, jídelny, banka, pošta, obchod a několik hřišť pro sportovní vyžití studentů i zaměstnanců.

Svým členěním je univerzita v Guildfordu odlišná od tradičního dělení, jaké známe z našich škol. Vedle matematicko-fyzikální a chemicko-biologické fakulty má fakultu humanitních studií a fakultu inženýrskou. Součástí školy jsou dva výzkumné instituty, jeden se zaměřením na problematiku zdraví a bezpečnosti, druhý na rozvoj vzdělávání.

Na univerzitě se vzdělává každoročně více než 2500 studentů a více než 1000 postgraduálních studentů. Mezi nimi je asi 500 studentů ze 70 zemí světa (např. i z SSSR, PLR, RSR a SFRJ). O zajištění výuky pečuje 380členný pedagogický sbor a mnoho technického personálu.

Studium na matematicko-fyzikální fakultě

Studenti jsou ke studiu přijímáni, stejně jako na jiných vysokých školách ve Velké Británii, na základě předložených osvědčení o vzdělání v daném předmětu na úrovni O nebo na úrovni A [1]. Každá specializace má předepsáno, jaká osvědčení musí student při přijetí předložit. Je zřejmé, že studenti na této fakultě musí předložit především osvědčení o úspěšně složených zkouškách na úrovni A z matematiky a z fyziky. Tím je zaručeno, že kandidáti na studium splňují jisté základní požadavky z hlediska znalostí a obvykle i z hlediska vědeckých zájmů. Žádné přijímací zkoušky se pro přijetí na studium nekonají, protože rozhodují předložená osvědčení a v případě vyššího počtu uchazečů i úspěšnost při skládání zkoušek na úrovni A.

Na matematicko-fyzikální fakultě je možno studovat tři základní směry, a to matematiku, fyziku a technologii materiálů. V rámci každého směru existují jisté specializace. V oblasti matematiky je možno volit tyto specializace:

a) technická matematika,
b) moderní matematika,