

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Ondřej Čadek

Země jako tepelný stroj

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 42 (1997), No. 6, 283--292

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138097>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1997

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

# Země jako tepelný stroj

Ondřej Čadek, Praha

*Vztek ohňů plutonických,  
ohromný výbuch dýmů aiolických  
prolomil starou kůru ploché země  
a nové hory vyvřelo z ní témě.*

J. W. Goethe, Faust<sup>1)</sup>)

Zemský povrch se neustále mění. Někdy je změna rychlá a má katastrofickou povahu. Jindy je pomalá, sotva postřehnutelná: tvoří se nová pohoří, kontinenty se vzdalují a přibližují, vznikají a zanikají ostrovy.

Úsilí pochopit příčinu těchto změn je staré jako lidstvo samo. Otázka původu útvarů na zemském povrchu vzrušovala antické filozofy i postavy Goethova Fausta, fyziky, vykladače mýtů i tvůrce náboženských doktrín [1]. Dávný spor plutonistů s neptunisty, ilustrovaný úryvkem v záhlaví, stejně jako pozdější střetnutí fixistů s mobilisty jsou právě jen dvě epizody doprovázející vědecké řešení tohoto problému. K jeho rozuzlení došlo teprve nedávno a řekněme rovnou, že současnému obrazu stále chybí řada detailů. Přesto však geofyzik, stojící na úpatí alpských velikánů a hledící k jejich třpytivým výšinám, může cítit uspokojení. Ví, že má před sebou velkolepý výtvor, vzniklý činností zemského tepelného stroje, a tuší, jak tento stroj pracuje.

## Neúčinný, ale efektní

Zemské těleso se skládá ze dvou částí: z převážně kapalného jádra o poloměru přibližně 3400 km a z pevného obalu, obvykle označovaného jako plášť. Zemské jádro obsahuje velké množství tepelné energie, nahromaděné hlavně v prvotních fázích vývoje Země. Teplo, uvolňující se z přehřátého jádra, se zemským pláštěm šíří k povrchu, kde se mění na jiné druhy energie: kinetickou energii pohybujících se kontinentálních bloků, potenciální energii horských masivů či energii zemětřesných vln. Jde tedy o klasický tepelný stroj, pracující sice s velmi nízkou účinností, ale přesto produkující velkolepé divadlo geologických dějů. Chceme-li poznat příčiny jevů na zemském povrchu, musíme nahlédnout nejprve do stroje tohoto zařízení, tedy do zemského pláště.

Plášť, vnější slupka Země široká přibližně 3000 km, je tvořen horninami velmi podobnými těm, s nimiž se setkáváme ve vyvřelinách na zemském povrchu. Již jsme řekli,

---

<sup>1)</sup> Přeložil Otokar Fischer.

že zemský plášť je tuhý, a mysleli jsme tím především to, že se zde mohou šířit nejen podélné, ale i střížné elastické vlny. Viskozita pláště je zhruba o dvacet řádů vyšší než v jádře a to znamená, že se plášťový materiál chová mechanicky v podstatě stejně jako horniny, které nalézáme na zemském povrchu. Udeříme-li do něj geologickým kladívkem, zazvoní, ale trvale se nezdeformuje. Zcela odlišné chování však pozorujeme v případech, kdy je plášťový materiál dlouhodobě vystaven silám za vysokých teplot. Tehdy začínají horniny téci, a třebaže jde o relativně malé rychlosti (řádově  $10^{-2}$  až  $10^{-1}$  metru za rok), je toto tečení v geologické časové škále významné. Vždyť stačí „jen“ 30 miliónů let k tomu, aby horninový blok doputoval od zemského jádra k povrchu. A to je z hlediska geologického času, který se měří ve stovkách miliónů let, opravdu jenom chvíle.

Pomalé proudění plášťového materiálu je pro náš tepelný stroj velmi závažné. Představuje totiž hlavní dopravní prostředek pro teplo, uvězněné v jádře a deroucí se k chladnému zemskému povrchu. Jevu, kdy se teplo šíří s pohybující se hmotou, se běžně říká termální konvekce a již v minulosti bylo přesvědčivě ukázáno, že právě toto je dominantní mechanismus přenosu tepla v Zemi, podstatně významnější než vedení tepla čili kondukce.

## Recept na plášťový model

Víme již tedy, že zemský plášť je zesodu zahříván horkým jádrem a toto zahřívání v něm vyvolává konvekční proudění. Důsledkem tohoto proudění jsou pak děje na povrchu Země, zmíněné v úvodu. Můžeme se ale dovědět něco víc? ptá se zvědavý čtenář. Můžeme překročit úzký rámeček kvalitativních úvah a z nějakých měření či pozorování odvodit kvantitativní popis zemského tepelného stroje?

Postavení geofyzika je vskutku svízelné. Objekt jeho studia je totiž typickým příkladem toho, čemu říkáme černá skříňka. Jde o systém, který nelze proměřovat přímo (Verneova Cesta do středu Země zůstane zřejmě utopii i v příštím tisíciletí) a který lze studovat pouze s pomocí informací získaných zvnějšku. O takovém systému si musíme na základě těchto informací vytvářet modelové představy, přičemž modelem zpravidla rozumíme takovou kvantitativní podobu systému, která je konzistentní s měřením, tj. s daty. Jinak řečeno: model je taková podoba systému, která nám umožňuje „predikovat“ data co nejbližší k datům skutečně pozorovaným [2]. Uvážíme-li složitost naší planety i fakt, že většina pozorování může zachytit pouze současný stav časově jistě velmi proměnlivého tělesa, je naše úloha, totiž odvození modelu zemského tepelného stroje, na první pohled neřešitelná. Na tom, že se takové modely před časem přece jen objevily, mají zásluhu nejen experimentální postupy, umožňující získat nové typy dat, ale i rychlý rozvoj počítačových technologií a metod matematického modelování. Ukažme si nyní, jak lze takový model pláště odvodit.

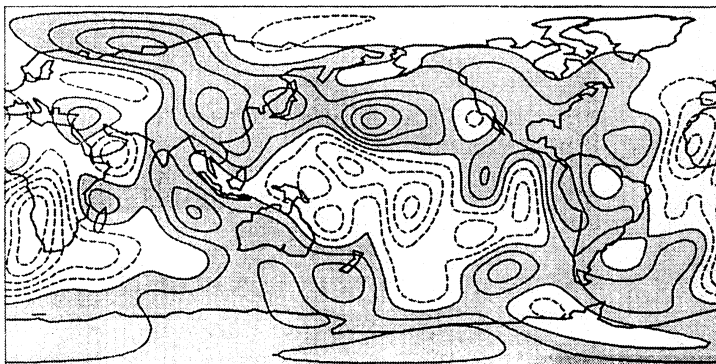
Jako v případě každého jiného modelování, musíme i zde nejprve zodpovědět tři základní otázky: 1. Co vlastně chceme zjistit? (Jinými slovy: Jaké veličiny nejlépe charakterizují náš systém?) 2. Jaká data jsou nevhodnější k určení těchto veličin? A konečně 3. Jaký je fyzikální vztah mezi veličinami charakterizujícími systém a zvolenými daty?

Zodpovíme-li tyto otázky, pak můžeme přistoupit k inverznímu modelování. Inverzním modelováním přitom rozumíme takový postup, který nám umožní stanovit hodnoty charakteristických veličin na základě zvolených dat. Výsledkem tohoto postupu je model systému.

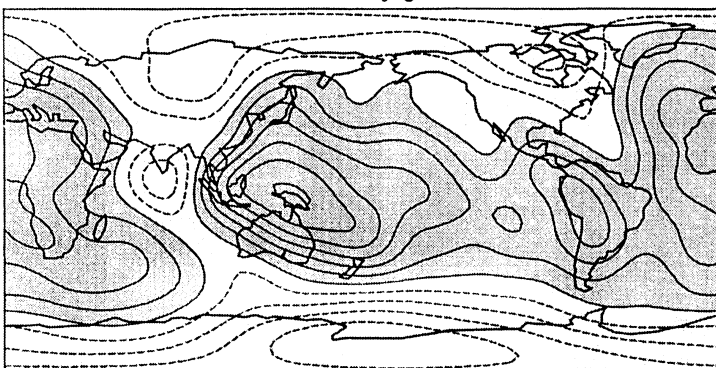
## Bilance našich znalostí

Nejprve tedy zodpovězme ony tři základní otázky. Za prvé, chceme zjistit teplotní strukturu pláště a to, jak se plášťový materiál pohybuje (rychlosti jeho proudění). Jak uvidíme dále, tyto veličiny lze odvodit, budeme-li znát rozložení hustotních nehomogenit v plášti a hloubkový průběh viskozity. Našimi neznámými tedy budou hustota a viskozita.

### Anomálie rychlostí seismických vln v hloubce 2500 km



### Pozorovaný geoid



Obr. 1. Nahoře: Anomálie rychlostí střížných elastických vln zjištěné v hloubce 2500 km metodou seismické tomografie [4]. Vzdálenost izolinií je 0,4 % (vztaženo ke střední hodnotě rychlosti v této hloubce). Oblasti kladných anomálií jsou vyznačeny stínováním. Dole: Ekvipotenciální plocha zemského gravitačního pole (geoid). Vzdálenost izolinií je 20 m. Elevace geoidu (kladné výšky) jsou zachyceny tmavě.

Jaká měření (data) bychom měli využít? Je tu především obraz pláště získaný metodou seismické tomografie [3]. Seismická tomografie je založena na analýze seismických paprsků, které se při zemětřesení šíří zemským nitrem. Výsledkem této analýzy je obraz odchylek (anomálií) seismických rychlostí od středního, sféricky symetrického modelu pláště (obr. 1 nahoře). Pokud bychom uměli tento obraz převést na některou z veličin zmíněných v předchozím odstavci, pak máme již kus cesty ke kýženému modelu tepelného stroje za sebou. Poradit nám mohou především fyzici, zabývající se laboratorním studiem minerálů za vysokých tlaků a teplot. Zprávy, přicházející v posledních letech z fyzikálních laboratoří, jsou vskutku velmi povzbudivé. Naznačují totiž, že anomálie seismických rychlostí  $\delta v$  v plášti jsou převážně termálního původu a v prvním přiblížení lze obraz variací  $\delta v$  ztotožnit s obrazem anomálních hustot  $\delta \rho$  [5]. Můžeme tedy použít elementární převodní vztah  $\delta \rho = c \delta v$ , přičemž převodní parametr  $c$  se mění pouze s tlakem, tj. především s hloubkou. První experimentální odhady převodního parametru  $c$  jsou již k dispozici, a třebaže nejistoty jsou stále ještě velké (chyby v rozmezí jednoho řádu), můžeme si dnes již udělat alespoň hrubou představu o vztlakových silách pohánějících proudění v plášti. Budeme-li znát variace hustoty  $\delta \rho$ , pak rozložení teplotních anomálií  $\delta T$  v plášti již snadno odhadneme ze vztahu  $\delta \rho = -\alpha \rho \delta T$ , kde  $\rho$  je střední hustota v dané hloubce a  $\alpha$  je koeficient teplotní roztažnosti, jehož hloubkový průběh se experimentálním fyzikům již také podařilo odhadnout [5].

Základní informaci o hustotní struktuře pláště poskytuje rovněž gravitační pole Země, které je měřeno s vysokou přesností. Toto pole se zpravidla zobrazuje ve tvaru ekvipotenciální plochy, kterou označujeme jako geoid (obr. 1 dole). Geoid je v oceánských oblastech prakticky totožný s mořskou hladinou a jeho výška kolísá v rozmezí zhruba dvě stě metrů. Elevace geoidu naznačují přebytek hmot v plášti (kladné hustotní anomálie), zatímco deprese této ekvipotenciální plochy lze interpretovat jako místa nad oblastmi s nedostatkem hmoty (záporné hustotní anomálie). Geoid však překvapivě vypovídá i o plášťovém tečení. Zahrnuje v sobě totiž významný příspěvek buzený topografiemi zemského povrchu a vnitřních hustotních rozhraní. Tato rozhraní jsou deformována plášťovým tečením, přičemž tvar deformací dramaticky závisí nejen na rozložení vztlakových sil v plášti, vyvolaných právě anomálními hustotami, ale i na mechanických vlastnostech plášťového materiálu, tedy na viskozitě. Významný je především gravitační signál v důsledku deformací rozhraní mezi pláštěm, tvořeným převážně křemičitými horninami, a velmi hustým železným jádrem. Paradoxně se pak může stát, že nad oblastmi s lehkými plášťovými hmotami pozorujeme vzduť geoidu, i když v případě statické, nedeformovatelné Země by tomu mělo být právě naopak. Lehké hmoty v plášti totiž vyvolávají vzestupné proudění, které vydouvá hustotní rozhraní v plášti. Gravitační signál těchto rozhraní má opačné znaménko než samotné hustotní anomálie a může v konečném součtu převážit. Že se tak namnoze děje, je dobře patrné ze srovnání horního a dolního panelu na obr. 1. Jak jsme se již zmínili, anomálie seismických rychlostí jsou až na kladnou multiplikativní konstantu věrným obrazem plášťových hustot. Na horním panelu tedy vidíme rozsáhlé oblasti lehkých hmot pod středním Pacifikem a Afrikou. Tyto lehké hmoty vyvolávají vzestupné

proudění a v konečném důsledku pak nárůst gravitačního potenciálu, tj. elevace geoidu (viz dolní panel). Dá se však ukázat, že v případě, kdy spodní plášť bude velmi viskózní („tuhý“) a proudění vyvolané vztlačovými silami slabé, převáží v gravitačním poli „statický“ příspěvek nad proudovým, „dynamickým“. V tom případě bychom v souladu s běžným očekáváním našli nad lehkými hmotami v Pacifiku a Africe geoidové níže.

Zbývá nám již jen popsat fyzikální vztah mezi hledanými veličinami (hustotou  $\delta\rho$  a viskozitou  $\eta$ ) a daty, tj. seismickými anomáliemi  $\delta v$  a výškami geoidu  $\delta h$ . Vztah mezi  $\delta\rho$  a  $\delta v$  byl již popsán. Pro jednoduchost budeme předpokládat, že zemský plášť je tvořen nestlačitelnou, vysoce viskózní newtonovskou kapalinou. Mechanické vlastnosti takové kapaliny jsou plně popsány viskozitou  $\eta$ , jejíž hodnota se mění především s hloubkou. Tečení v plášti, vyvolané hustotními anomáliemi  $\delta\rho$ , je pak popsáno standardní soustavou parciálních diferenciálních rovnic prvního řádu:

$$\nabla \cdot \mathbf{S} + \delta\rho \mathbf{g} = 0, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{S} = -p\mathbf{I} + \eta[\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^T], \quad (3)$$

kde  $\mathbf{S}$  je tenzor napětí,  $\mathbf{g}$  gravitační zrychlení,  $\mathbf{u}$  rychlost proudění plášťového materiálu,  $p$  tlak,  $\mathbf{I}$  je identický tenzor a symbol  $(\dots)^T$  značí transpozici tenzoru. Soustavu rovnic (1)–(3) řešíme ve sférické slupce, na jejíž hranicích předepisujeme nulovou radiální složku vektoru rychlosti  $\mathbf{u}$  (hmota nemůže vytékat z pláště) a nulovou tečnou složku síly, tj.  $(\mathbf{S} \cdot \mathbf{e}_r)_t = 0$ , kde  $\mathbf{e}_r$  je jednotkový radiální vektor. Předpokládáme-li existenci dalších rozhraní nalézajících se uvnitř pláště, pak musíme vhodné hraniční podmínky předepsat i na těchto rozhraních. Řešením soustavy rovnic (1)–(3) s příslušnými hraničními podmínkami dostaneme momentální rozložení napětí  $\mathbf{S}$  a rychlosti  $\mathbf{u}$  v celém plášti.<sup>2)</sup> Můžeme tedy spočítat radiální síly působící na hustotních rozhraních a z podmínky rovnováhy na hranici určit deformace rozhraní v důsledku plášťového tečení. Pro rozhraní mezi pláštěm a jádrem má tato podmínka například tvar

$$\Delta\rho g_r d = (\mathbf{S} \cdot \mathbf{e}_r)_r, \quad (4)$$

kde  $d$  je výška topografie rozhraní, index  $r$  značí radiální složku a  $\Delta\rho$  je hustotní nárůst na hranici, v našem případě rozdíl mezi hustotou železa v jádře a křemičitých hornin v plášti. Podobné vztahy lze napsat i pro ostatní rozhraní. Ze znalosti veličin  $\delta\rho$  a  $d$  pak již snadno spočteme gravitační potenciál a samozřejmě i jeho izoplochu, tedy geoid.

---

<sup>2)</sup> Pokud bychom věděli, jak se veličina  $\delta\rho$  mění s časem, mohli bychom samozřejmě řešit i evoluční problém.

## Přístup hazardních hráčů

Předpokládejme pro jednoduchost, že rozložení anomálií seismických rychlostí je dáno s vysokou přesností a věrně odráží obraz hustotních nehomogenit v plášti. Předpokládejme dále, že hodnotu převodního parametru  $c$  známe. Jediným neznámým parametrem, který potřebujeme znát k popisu pláště, je pak viskozita  $\eta$ , jejíž hloubkové změny určují spolu s rozložením hustotních anomálií  $\delta\rho$  tvar plášťového tečení. Hledejme tedy takový hloubkový průběh viskozity, který nám prostřednictvím rovnic (1)–(4) umožňuje predikovat výšky geoidu  $h_{\text{pred}}$  co nejlíže k pozorovaným výškám  $h_{\text{obs}}$ . Tuto úlohu lze formálně převést na minimalizaci funkcionálu [2]

$$R(\eta) = \int_{\Omega} (h_{\text{obs}} - h_{\text{pred}}(\eta))^2 d\Omega, \quad (5)$$

kde  $\Omega$  značí celý zemský povrch. Předpokládáme zpravidla, že viskózní strukturu pláště lze aproximovat vrstevnatým modelem. Rozdělíme-li tedy zemský plášť například na deset vrstev s konstantními hodnotami viskozit  $\eta_1, \dots, \eta_{10}$ , pak se nám naše úloha redukuje na nalezení takových hodnot  $\eta_1, \dots, \eta_{10}$ , které udělají funkci  $R(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{10})$  minimální hodnotu. Minimalizace funkce  $R$  je poměrně obtížný problém. Hodnotu  $h_{\text{pred}}$  lze totiž určit pouze numerickým řešením rovnic (1)–(3) a následnou integrací hustotních a topografických anomálií přes celý objem pláště. Navíc je pravděpodobné, že úloha je nejednoznačná ( $R$  má zřejmě několik minim), takže použití jindy bezpečně fungujících iteračních metod, např. metody největšího spádu, je problematické.

Nejjednodušší způsob, jak zmapovat funkci  $R$ , nabízí metoda Monte Carlo. Předpokládejme, že správné hodnoty veličin  $\eta_1, \dots, \eta_{10}$  leží někde v intervalu  $10^{19}$  až  $10^{23}$  Pa  $\cdot$  s.<sup>3)</sup> V každém kroku naší procedury vytvoříme nejprve s pomocí generátoru náhodných čísel vektor deseti hodnot  $\eta_1, \dots, \eta_{10}$  ležící uvnitř zvoleného intervalu a tento vektor dosadíme do rovnice (3). Numerickým řešením rovnic (1)–(3) dostaneme napětí v plášti. Spočteme deformace hranic a jejich gravitační potenciál přičteme ke gravitačnímu potenciálu objemových hustot  $\delta\rho$ . Na závěr spočteme výšky geoidu  $h_{\text{pred}}$  a hodnotu funkce  $R$ . Pokud je tato hodnota slibně malá, pak si ji někde napíšeme spolu s hodnotami  $\eta_1, \dots, \eta_{10}$ . Těchto náhodných pokusů provedeme co největší množství a jejich výsledky vyhodnotíme. Viskozitní vektor, dávající nejmenší hodnotu funkce  $R$ , pak prohlásíme za model plášťové viskozity. Modelů, které dávají uspokojivě malou hodnotu funkce  $R$ , nalezneme zpravidla více, což potvrzuje naši domněnku o nejednoznačnosti úlohy. Podle tohoto receptu by jistě dokázal plášťový model uvařit i kuchař-elév, například student 4. ročníku oboru geofyzika na Matematicko-fyzikální fakultě UK. Úspěšnost jeho snažení bude z velké míry záviset na účinnosti počítače, který má k dispozici. I při poměrně velkém počtu pokusů ( $\sim 10^6$ ) mu totiž nejzajímavější viskozitní modely mohou stále ještě zůstat utajeny.

<sup>3)</sup> Odhad mezí tohoto intervalu vychází jednak z deformačních experimentů provedených na horninách za vysokých tlaků a teplot, jednak z měření rychlosti geologických procesů na povrchu Země.

## Genetické experimentování

Metoda popsaná v předchozím odstavci je sice jednoduchá, leč poněkud těžkopádná. Před poměrně nedávnou dobou se objevila její modifikace, která zpravidla umožňuje nalézt extrém funkce  $R$  v čase podstatně kratším než metoda Monte Carlo. Vzhledem ke své nápadné podobnosti s evolučními procesy v živé přírodě dostala název metoda genetických algoritmů [6].

Již v minulém století popsal Charles Darwin dva hlavní konstruktéry vývoje živé hmoty. Prvním z nich je selekce, realizovaná tlakem vnějších podmínek a konkurencí v boji o přežití. Druhým je pak mutace, zajišťující nekonečnou rozmanitost vývojových forem. Pokusme se nyní aplikovat tyto dva konstruktéry při hledání co nejuspěšnějšího modelu plášťové viskozity. Je zřejmé, že selekci může úspěšně realizovat pomocí funkce  $R$ : v boji modelů o přežití budou mít větší šanci ty, které jsou schopny lépe vystihnout data, tj. dávají menší hodnotu  $R$ . Jak však zajistit, aby se úspěšné modely mohly v dalším vývoji navzájem křížit a předávat tak své dobré vlastnosti potomstvu? V přenosu užitečné informace na další generace modelů spočívá hlavní myšlenka metody genetických algoritmů. Fyzikální vektory se složkami  $\eta_1, \dots, \eta_{10}$  totiž převedeme na formální analogie chromozómů, a s těmito chromozómy pak budeme provádět operace známé z genetiky. Křížením modelů vhodných vlastností pak můžeme vyšlechtit model, dávající ve srovnání s metodou Monte Carlo překvapivě malou hodnotu  $R$ .

Viskozitní vektor [ $10^{21}$ Pa.s]										
vrstva	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	22.3	0.01	1.00	1.78	0.26	0.55	3.82	10.2	84.0	1.00
pořadové číslo										
viskozity (0-15)										
	11	0	6	7	4	5	9	10	14	6
Binární chromozóm										
	1011	0000	0110	0111	0100	0101	1001	1010	1110	0110

Obr. 2a. Příklad viskozitního modelu a příslušného binárního chromozómu pro  $n = 4$ .

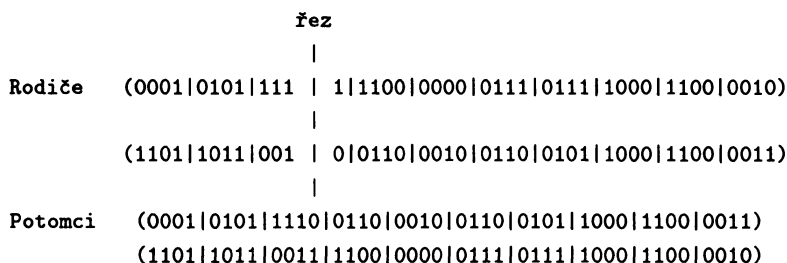
Základní jednotkou chromozómu je gen. V našem případě bude gen nositelem informace o viskozitě v  $i$ -té vrstvě, kde  $i = 1, 2, \dots, 10$ . Náš chromozóm se bude tedy skládat z deseti genů seřazených za sebou. V každé vrstvě budeme předpokládat, že viskozita může nabývat  $2^n$  různých hodnot, kde  $n$  je kladné celé číslo. Diskretizaci intervalu přípustných hodnot viskozity můžeme provést jak rovnoměrně, tak s proměnným krokem, přičemž číslo  $n$  volíme dostatečně velké, aby vzdálenosti mezi jednotlivými hodnotami viskozity odpovídaly požadovanému rozlišení. Každé hodnotě viskozity pak přiřadíme pořadové číslo a toto číslo vyjádříme ve dvojkové soustavě. Informaci o viskozitě v  $i$ -té vrstvě tak převedeme na sekvenci  $n$  znaků 0 a 1, a tuto sekvenci nazveme gen. Geny seřadíme za sebe a dostaneme chromozóm (viz obr. 2a). Takovéto chromozómy již umíme jednoduše štěpit a kombinovat, přičemž jsme kdykoliv schopni



přejít od binárního chromozómu k fyzikálnímu vektoru a s pomocí funkce  $R$  posoudit jeho šanci na přežití.

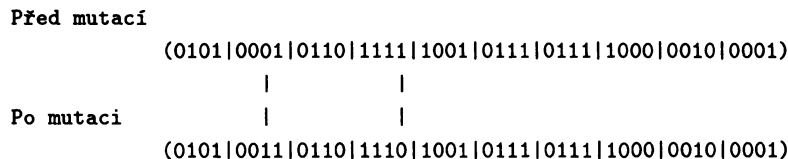
Naše šlechtitelské úsilí zahájíme náhodnou volbou řekněme stovky viskozitních vektorů, které nagenерujeme stejně jako při metodě Monte Carlo. Každý další krok našeho algoritmu bude mít tři fáze:

**1. Selektce.** Existuje řada způsobů, jak napodobit přírodní boj o přežití. Ukažme si zde jen ten nejjednodušší, totiž turnajovou selekci. Při této formě výběru vždy náhodně zvolíme dva viskozitní vektory a porovnáme jejich  $R$ . Do dalšího kola postupuje jen vektor, který dává větší soulad s pozorováním, tj. vektor s menší hodnotou  $R$ . Ten si zapamatujeme a oba vektory vrátíme k jejich generačním druhům. To opakujeme celkem stokrát, takže na konci selekční fáze máme opět stočlennou populaci viskozitních vektorů. Je zřejmé, že průměrné  $R$  této populace bude nižší ve srovnání s populací předchozí.



Obr. 2b. Křížení modelů.

**2. Křížení.** Viskozitní vektory nejprve převedeme do tvaru binárních chromozómů. Pak náhodně vybereme dvojici chromozómů, které (opět náhodně) přestřihneme a jednotlivé části zkombinujeme (obr. 2b). Takovýmto křížením stvoří každý z celkem padesáti rodičovských párů dvojici dětí, které obsahují kombinaci jejich genetické informace. Na závěr této fáze máme tedy opět stočlennou populaci binárních chromozómů.

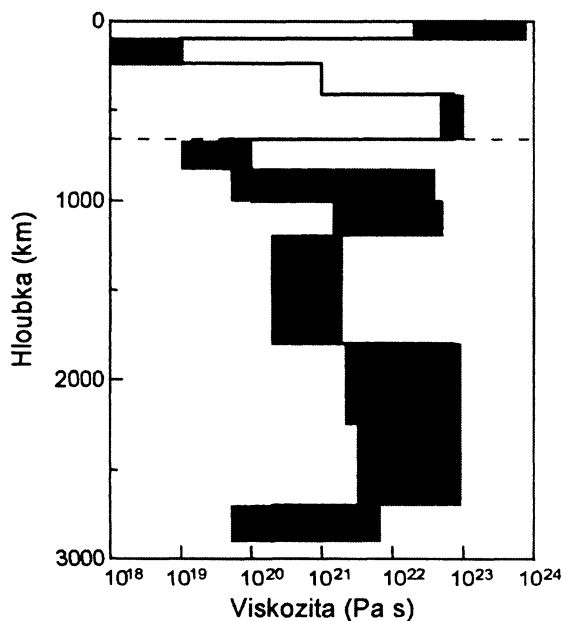


Obr. 2c. Mutace.

**3. Mutace.** V této populaci provedeme malý počet náhodných změn, spočívajících v tom, že 0 zaměníme za 1 a naopak (obr. 2c). Procento změn bývá voleno zpravidla

velmi malé ( $\sim 1\%$ ). Při vysokém počtu mutací se naše šlechtitelské úsilí obrací vniveč a genetický algoritmus se začíná chovat podobně jako tradiční metoda Monte Carlo. Po ukončení mutace převedeme nové jedince zpět z binární do fyzikální podoby a vrheme je opět do viru nelítostného boje o přežití. Algoritmus se vrací k bodu 1, selekci.

Po několika desítkách takových kroků se nám zpravidla podaří nalézt minimum funkce  $R$ . Počítačový čas potřebný k nalezení minima je přitom nejméně o řád menší než v případě metody Monte Carlo a zjištěné minimum obvykle výrazně hlubší. Dodejme, že popsany postup představuje nejjednodušší variantu metody genetických algoritmů a že i tento postup může mít svá úskalí. Pokud se ve snaze urychlit konvergenci metody rozhodneme například omezit počet modelů v populaci či vynechat mutaci, může nám populace modelů velmi rychle zdegenerovat, což v praxi znamená, že algoritmus skončí v nějakém lokálním, mělkém minimu. Volba počtu jedinců v populaci, rozsah mutace a způsob selekce jsou nejproblematictější momenty v genetickém algoritmu a je vhodné si je předem pečlivě otestovat.



Obr. 3. Model plášťové viskozity odvozený způsobem popsaným v článku. Oblasti přijatelných hodnot jsou vyznačeny stínováním. Model preferovaný autorem článku je zakreslen silně.

Obrázek 3 ukazuje model hloubkového průběhu viskozity odvozený již popsanou metodou genetických algoritmů. Široké šedivé pásy naznačují, že řešení je silně nejednoznačné, třebaže jisté rysy jsou společné všem modelům, např. existence kanálu snížené viskozity v hloubce 100–200 km a 700–1000 km. Pokud bychom dosadili některý z viskozitních modelů do rovnice (3), mohli bychom řešením soustavy rovnic (1)–(3) určit obraz proudění v plášti a spatřit tak, jak zemský tepelný stroj právě v tuto chvíli pracuje. Nezbyvá nám však již místo na diskusi o detailech. Na závěr poznamenejme, že proudový model pláště může být konfrontován s představami o procesech v plášti,

vycházejícími z diametrálně odlišných přístupů ke studiu Země. Geochemické, geologické či jiné představy umožňují omezit nejednoznačnost geofyzikálních modelů, ale i pochopit jejich omezenost a nahlédnout neblahý vliv některých zjednodušení.

## Epilog

Geofyzik, stojící na úpatí hor a hledící k jejich vrcholům, může kromě mocných estetických dojmů vnímat i uspokojení z toho, že zná nebo alespoň tuší příčiny, které vedly k vzniku těchto útvarů. Přesto pociťuje neklid (jeho modely jsou tak nejednoznačné!) a lomcuje jím pochybnost (nezanedbal jsem toho příliš?). Má dojem, že jeho zvědavost není ještě nasycena a že poznávání Země postupuje příliš pomalu. Pochybnosti o tvaru tělesa, na němž žije, ztratil člověk před několika staletími. Hrubé odhady vnitřní struktury Země existují asi padesát let. První tomografické modely se objevily před patnácti lety. Realistické simulace plášťové konvekce jsou staré zhruba pět let, a věk modelů proudění v jádře, kde se generuje magnetické pole Země, se počítá na měsíce. Čím více toho víme, tím jsme netrpělivější. V takové chvíli si geofyzik pokorně připomíná moudrá slova Francise Bacona. Tuší, že se o přírodě kolem sebe doví více jen tehdy, bude-li jí trpělivě naslouchat.

## L i t e r a t u r a

- [1] ELIADE, M.: *Dějiny náboženského myšlení I, II*. Praha, Oikúmené 1995, 1996.
- [2] TARANTOLA, A.: *Inverse Problem Theory*. Elsevier 1987.
- [3] NOLET, G.: *A general view of seismic inverse problem*. In: BOSCHI, E. et al.: *Seismic Modelling of Earth Structure*. Editrice Compositori, Bologna 1996.
- [4] SU, W., WOODWARD, R. L., DZIEWONSKI, A. M.: *Degree 12 model of shear velocity heterogeneity in the mantle*. *J. Geophys. Res.* 99 (1994), 6945.
- [5] YUEN, D. A., ČADEK, O., VAN KEKEN, P., REUTELER, D. M., KÝVALOVÁ, H., SCHROEDER, B.: *Combined results from mineral physics, tomography and mantle convection and their implications on global geodynamics*. In: BOSCHI, E. et al.: *Seismic Modelling of Earth Structure*. Editrice Compositori, Bologna 1996.
- [6] GOLDBERG, D. E.: *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison Wesley Publishing Company 1989.