

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Jaroslav Šedivý

Předpovědi změn v osnovách matematiky během 80. let

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 29 (1984), No. 4, 217--222

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/137773>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1984

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

než s prostorem a může být prováděno doslova v temnotě. Je to postup, který může být přepsán do symbolů a případně vložen do počítače.

Zhruba řečeno: chci naznačit, že geometrie je ta část matematiky, v níž zrakové (vizuální) uvažování je dominantní, naproti tomu algebra je ta část matematiky, ve které je dominantní následné uvažování. Tato dichotomie je snad lépe vyjádřena slovy „náhled“ versus „přesnost“. Obojí způsob hraje důležitou roli při řešení reálných matematických problémů.

Pro vzdělávání plynou z toho zřejmé důsledky. Měli bychom věnovat pozornost rozvíjení a kultivaci obou způsobů uvažování. Je chyba potlačovat kterýkoli z nich a druhý preferovat. Zdá se mi, že v posledních letech byla geometrie dosti postižena. Přesná vyváženost obou složek je ovšem námět pro další diskusi. Závisí mnoho na úrovni a schopnostech studentů.

Hlavní, co jsem se zde snažil vyjádřit je, že geometrie není ani tak odvětvím matematiky, jako spíše způsobem myšlení pronikajícím všemi odvětvími matematiky.

*Přeložil Jarolím Bureš*

#### PŘEDPOVĚDI ZMĚN V OSNOVÁCH MATEMATIKY BĚHEM 80. LET

*Jaroslav Šedivý*

Po třech letech od skončení ICME IV – Mezinárodního kongresu o vyučování matematice, Berkeley, 1980 – vyšla kni-

ha\*), která shrnuje přednesené referáty a sdělení. Můžeme tedy studovat stovky stran autentických materiálů a upřesnit stručné informace podané v minulých ročnících Pokroků (roč. 1981, č. 4, roč. 1982, č. 3). Zaměříme se na nejaktuálnější problematiku, na prognózy změn v obsahu školské matematiky v blízké budoucnosti. Nutno předeslat, že *jde o hodnocení a předpovědi, které vyslovili matematici, didaktici a školští pracovníci z nesocialistických zemí*; i tak mohou být jejich názory užitečnou informací. Východiskem úvah o budoucnosti je nedaleká minulost a současný stav.

#### **Tři hodnocení minulosti**

*H. B. Griffiths* z Velké Británie v této souvislosti upozornil na úskalí, jaká vytváří známkování „úspěšné – neúspěšné“ [success – failure], jímž se v USA překotně hodnotí vyučování matematice nebo jednotlivým tématům. Podle jeho názoru se dá více věřit známce záporné, která vyjadřuje nedostatek nyní zjištěných nepochybně i dále trvajících neznalostí žáků, zatímco kladné hodnocení se mnohdy vztahuje k znalostem zjištěným nyní, ale nezahrnuje konečný výsledek celého vzdělávacího procesu. (To je, myslím, velmi poučné stanovisko, které nabádá k opatrnosti v hodnocení důsledků změn ve vyučování; přitom nejde o negativismus.) Žádné hodnocení osnov nemůže být průkazné (validní), pokud nevíme, že je nezávislé na systému zkoušení, upozorňuje dále prof. Griffiths a naznačuje nedůvěru

---

\*) *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education*, ed.: M. J. ZWENG, Birkhäuser Boston 1983, 725 stran, ISBN 3 – 7643 – 3082 – 1.

k mnoha publikovaným výsledkům, které byly získány až příliš zaběhnutými způsoby zkoušení. Celkovou zdrženlivost autora vystihuje i jeho zdůrazňování trojice adjektiv

*zamýšlené – zavedené – dosažené*

pro cíle, resp. obsah a výsledky modernizovaného vyučování matematice. Kritizuje polarizaci vyjádřenou zjednodušenými „rovnostmi“: učení z paměti = špatné učení, pochopení = dobré učení; existuje přece taková činnost jako je *inteligentní uložení v paměti*, říká na adresu extrémistů mezi matematiky 60. let. Za úspěch minulého období považuje zlepšení péče o učitele matematiky, oživení práce učitelských organizací, mezinárodních setkání didaktiků atd. V duchu svých dřívějších publikací zdůrazňuje

problém tří jazyků,

jde o *jazyk matematické obce* (jazyk matematiky),

dále *jazyk laické obce* (hovorový jazyk), a konečně *jazyk učitelů matematiky* (jazyk školské matematiky).

Za tímto prvním dva jazyky jsou pevně dány jako břehy řeky, třetí jazyk se konstruuje v didaktických materiálech, aby plnil úlohu mostu. Manipulační materiály sloužící k uvedení malých dětí do aritmetiky jsou zdařilým mostkem, ve vyšších třídách se takový most ještě hledá; v uplynulém období se didaktici prohřešovali tím, že do jazyka školské matematiky zařadili nejednou příliš mnoho termínů z jazyka matematiky, takže se učebnice staly nesrozumitelné dětem a rodičovské veřejnosti, vzbuzovaly odpor. Ze zprostředkující role učitelů a didaktiků matematiky vyvozuje opět nezbytnost zkvalitnit přípravu učitelů, vytvářet jejich diskusní fóra, sítě lokálních skupin, které z bohatého materiálu uplynulých 20 let

vyberou užitečné a uskutečnitelné dílčí změny, jimiž se bude krok za krokem zlepšovat vyučování matematice.

*Prof. U. D'Ambrosio* z Brazílie přistoupil k hodnocení nedávné minulosti s „holistickým hlediskem“, které bychom v naší terminologii označili spíše jako systémový, komplexní přístup. Osnovy matematiky chce hodnotit „trojrozměrně“, a to „souřadnicemi“: cíle, obsah, metody, ale jako jeden celek. Za chybu minulého období označuje jednostranný důraz na modernizaci obsahu: v přípravě učitelů v rozvojových zemích došlo podle jeho slov až k té deformaci, že noví učitelé matematiky jsou schopni mluvit jen jazykem odborné matematiky, nedovedou navázat kontakt s žáky, proto je školy odmítají a zaměstnávají raději nekvalifikované síly, které nejsou tak „pedantické“. Autor hovoří přímo o degradaci matematiky ve výchovném systému, kde se matematika zahleděná do své vlastní krásy a odtržená od praktických potřeb stala předmětem obávaným, nesrozumitelným a odmítaným žáky. Na tom, jak rychle se vyučování matematice v rozvojových zemích zbaví tohoto importu z rozvinutých zemí, závisí jeho budoucnost i existence vyučovacích předmětů matematika. (Autorova tvrdá slova jsou výraznou tečkou za jevem, který se považoval za paradoxní – rozvojové země přejala strukturalistické učebnice moderní matematiky pro celý školský systém, zatímco v koloniálních metropolitách to byly učebnice pro třídy výběrových nebo exkluzivních soukromých škol, a to ještě zpravidla jen po omezenou dobu.)

*Prof. S. S. Willoughby* z USA se zaměřil na vývoj situace v americkém školství. (Pokroky přinesly už velkou řadu autentických informací včetně citací z ostré kritiky prof. M. Klinea, proto se dotknu jen hlavních výtek.) Autor připomíná daň

strukturalismu ve výuce počtů, kde se v zájmu uplatňování zákonů pro početní operace učily děti sčítat

$$\begin{aligned}17 + 6 &= (10 + 7) + 6 = \\ &= 10 + (7 + 6) = 10 + 13 = \\ &= 10 + (10 + 3) = \\ &= (10 + 10) + 3 = 23\end{aligned}$$

Dále odsuzuje axiomatizovaný výklad geometrie, který zkomplikoval chápání fyzikální podstaty věci, někdy dokonce vycházel jen z algebraického popisu geometrických objektů. Pozornost věnovaná zpřesnění jazyka a sjednocující roli množinově logického jazyka se mu zdá pedantická a nepotřebná. Naproti tomu chválí trend zařazovat do výuky statistiku, funkce a grafy, řešení nerovnic, práci s kalkulátory a dokonce i prvky teorie čísel a topologie, a to pro potenciální užitečnost těchto témat v praxi. Pozastává se nad tendencí učit více matematiky v nižších třídách (tj. nad akcelerací vývoje žáků), odsuzuje povrchní vyučování exotickým tématům, která žáci nemohou pochopit ani plně aplikačně využít. Dalším kladným rysem modernizované výuky se autoru jeví „boření zdí“ mezi matematickými tématy vyučovanými dříve odděleně, ale nelíbí se mu protlačování diferenciálního počtu do 12. třídy, když není probrána analytická geometrie ani algebra. Hnutí „Zpět k základům“ (Back to basics) odsuzuje jako antiintelektuální (= proti myšlení zaměřené) úsilí; kousavě poznamenává, že i myšlení je základní lidská dovednost, na což propagátoři návratu k staré aritmetice zapomínají.

Jak jsme viděli, zástupci států západní Evropy, rozvojových zemí a USA vykreslili dosti plastický obraz světlých a stinných stránek vývoje vyučování matematice v uplynulých 20–25 letech. Závěry zformulované jimi v r. 1980 lze shrnout takto:

Je třeba odbourat jednostranné strukturalistické zaměření školské matematiky i přípravy učitelů, zvýšit důraz na vyučovací metody a na plnění společenské úlohy výuky matematiky, zajistit rozvoj myšlení dětí a dovednosti řešit úlohy, uplatňovat vhodné vyučovací pomůcky a hledat jazykové prostředky ke sdělování matematiky žákům různého věku. Je účelné zachovat všechna aplikabilní nová témata, tendenci k jednotnému výkladu matematiky, využívat shromážděných zkušeností, dále aktivizovat skupiny učitelů a didaktiků, kteří promýšlejí nové postupy ve výuce.

#### Stav na počátku 80. let

*D. F. Robitaille* se zmínil o čtyřech rozsáhlých studiích, které byly na konci 70. let v Kanadě zpracovány komisemi ministerstva, univerzity a organizace učitelů NCTM na základě dotazníků, rozhovorů s učiteli atd. Od r. 1977 byly v Kanadě revidovány osnovy matematiky poplatné New Math (= modernizované matematice v americkém pojetí), a to s cílem „vytvořit osnovy, které vybaví každého studenta nezbytnými matematickými znalostmi a jistotou v jejich uplatňování“. Trend směřoval k potlačení studia matematických struktur a k posílení aplikačních zřetelů. Projevil se vliv hnutí Zpět k základům, a to posílením aritmetických výpočtů, ale bez extrémních výkyvů, výpočty se omezují například jen na dvoumístná až třímístná čísla. V souvislosti se zaváděním metrického systému se zvýšila role výpočtů s desetinnými čísly, zařazují se také dříve než dosud; do pozadí ustoupily zlomky. Geometrické transformace se předvádějí na názorném materiálu, grupové hledisko se neprosazuje ani na středních školách. Více pozornosti se věnuje studiu statistiky; témata o počítačích se

zvolna rozšiřují, ale překážkou jsou nepřehledné osnovy.

*W. H. Cockroft* rovněž hovořil o kritické analýze současného stavu vyučování matematice ve Velké Británii od podzimu r. 1978. V duchu tradic britské školské matematiky – služby potřebám praxe – byl prováděn průzkum názorů zaměstnavatelů i nově nastoupivších zaměstnanců na potřebné matematické dovednosti absolventů škol různých typů. Členové vyšetřovacího výboru (Committee of Inquiry) docházeli do továren a úřadů, rozmlouvali s řadovými občany, navštěvovali školy, spolupracovali s tiskem atd. (Autor nevedl výsledky „vyšetřování“, které se v době konání kongresu ještě zpracovávaly; jeho informace nicméně též dokresluje stav na počátku 80. let – nedůvěru k současné výuce matematiky.)

*S. Katagiri* referoval o výuce na japonských elementárních školách (pro děti do 12 let), kde se od 1. třídy pracuje s číselnou osou, velká pozornost se věnuje měření veličin (nejen délky, obsahy a objemy, ale i úhly, rychlosti předmětů). Žáci se učí počítat s přirozenými čísly, desetinnými i se zlomky, poznávají geometrické tvary věcí až po rotační válec a kužel, učí se zapisovat a číst výrazy s čísly, vyjadřovat závislosti (především úměrnosti) vzorcem, grafem a tabulkou, řeší vhodné slovní úlohy. Obdobně se učí zachycovat tabulkou a grafem některé statistické vztahy, seznamují se s pravděpodobností v jednoduchých situacích. Z tohoto stavu na počátku 80. let se vychází při úvahách o vývoji v další dekádě let.

### Plány do budoucnosti

*H.-Ch. Reichel* z vídeňské univerzity se zabýval středoškolskou přípravou mládeže v matematice a zdůraznil problematiku

výuky matematiky té části populace, která se nehodlá věnovat studiu matematiky ani přírodních věd na vysokých školách. Z průzkumu prováděného od r. 1976 autor prozradil předběžný závěr, že se potvrdila mezera existující mezi výsledky současného vyučování matematice a potřebami, které proklamují vedoucí činitelé hospodářského života země. Zejména se projeví nedostatečně rozvinuté obecnější schopnosti žáků, které souvisejí s uplatňováním matematiky, například grafické znázorňování závislostí a postupů (diagramy včetně vývojových), čtení takových diagramů a statisticky zpracovaných materiálů, jasné a stručné vyjadřování, dovednost analyzovat složité situace a syntetizovat jednotlivá fakta. Tyto nedostatky se považují za závažnější než neznalost některých matematických faktů.

Jak patrně z příspěvků, které jsem komentoval, střídala se při hodnocení současného stavu hlediska: autoři buď vyzdvihovali jeho kladné stránky, nebo naopak zdůrazňovali jeho nedostatky. V tomto druhém případě bylo cenné, když autor vyložil i trend vývoje vyučování ve své zemi; tak učinil i poslední citovaný referent, dejme mu proto slovo hned v úvodu další části.

*H.-Ch. Reichel* vyslovil názor, že v 80. letech by výuka statistiky a pravděpodobnosti měla začínat už v 10 až 11 letech věku žáků a být zastoupena v každém dalším ročníku; za zdařilé vzory výuky označil britské učebnice SMP a americké „Statistics by Examples“. Nepovažuje za šťastné začínat kombinatorikou, která má příliš výpočetní pojetí a nepřispívá k rozvoji statistického myšlení, je lépe začínat statistickými tabulkami (údaje o populaci, sportovní výsledky apod.) a třeba počítáním procent dát žákům první představu o pravděpodobnosti. Až na konci střední

školy lze probírat axiomatickou definicí pravděpodobnosti, a to jako ukázkou zpřesňování pojmu používaného v mlhavém významu takřka denně v běžném životě. Dále se autor zasazuje o uvážené uplatňování kalkulátorů a samočinných počítačů (komputerů) ve výuce během 80. let; kapesní počítače nutno brát jen jako nástroje, bez samoučelných her na pseudoaplikace. Zařazování větších počítačů je spojeno s většími problémy, začít lze s žáky ve věku 13 až 14 let, ale osnovy by měly být zaměřeny spíše na zdůraznění algoritmického způsobu myšlení než na jeden programovací jazyk (taková specializovaná příprava je vhodná jen pro budoucí programátory). Spolu s touto problematikou vystupuje role numerických metod při řešení rovnic; přibližná řešení libovolného typu rovnic jsou cennější než vzorečky i algoritmy pro jednotlivé typy rovnic polynomických, goniometrických, exponenciálních apod. Během 80. let bude nutno vypracovat a ověřit efektivní metody vyučování aplikacím matematiky; v Rakousku se uvažuje o nové organizaci výuky matematiky v posledním ročníku středních škol: místo pravidelného počtu hodin v každém týdnu vytvořit 4 až 5 celků intenzivní výuky matematice v několika týdnech (jiné týdny by pak byly bez matematiky). Každý celek intenzivní výuky by byl věnován jednomu komplexnímu tématu; autor uvedl 22 námětů, z nichž by si škola zvolila čtyři nebo pět. Jde například o témata:

Optimalizační metody. Metody rozhodování. Axiomatické metody. Důkazové metody. Numerické a aproximační metody. Různé typy algoritmů. Různé aplikace a interpretace vektorů. Aplikace pojmu limita. Historické aspekty různých matematických problémů. Po-

pis diskrétních jevů spojitými modely a naopak.

Taková změna výuky matematiky v posledním ročníku by si samozřejmě vyžádala odpovídající úpravu výuky dalších předmětů, změnu stylu maturitní zkoušky; určitou odezvu by měla i v přípravě učitelů na univerzitách. (U nás zčásti plní tuto roli semináře zavedené ve 4. ročníku gymnázií, ale ty nezahrnují všechny studenty.)

*D. F. Robitaille* hovořil též o trendech vývoje vyučování matematice v kanadských školách v 80. letech. Na základě úprav obsahu (viz úsek Současný stav) se mají zlepšovat vyučovací metody. V nejnižších třídách se bude rozvíjet používání manipulativních pomůcek, ale ne kalkulátorů. Naopak ve vyšších třídách není zřejmá snaha zařazovat názorné manipulativní prostředky, uvažuje se však o používání počítačů. V přípravě učitelů se směřuje k posilování její metodické složky. Celkově se počítá s mírnou inovací učiva v průběhu 80. let, ale bez výraznějších změn.

*Z. Usiskin* z Chicaga pronesl krátkou úvahu, ve které uvedl, co všechno nového se tlačí do osnov školské matematiky; vzhledem k nezměněnému počtu hodin je však nutno něco starého oželet. Vyjmenoval jen argumenty užívané v diskusích a provedl jejich třídění, nedošel však k žádným doporučením.

*H. C. Trimble* přednesl jen komentář k rozdanému materiálu *Recommendations for School Mathematics of the 1980's* (Doporučení pro školskou matematiku 80. let), jehož myšlenky byly v našem časopise vyloženy už dříve (Pokroky, 1982, č. 6). „Ohniskem“ vyučování má být řešení úloh, a to především praktických úloh, které vedou k postupnému

vytváření představy o matematickém modelu reality.

Další referenti buď opakovali, nebo rozvíjeli základní myšlenku: V průběhu 80. let se bude ve školské matematice provádět málo změn v obsahu, ale bude se propracovávat metodická složka výuky. Ve většině zemí se patrně jen dokončí „demontáž strukturalismu“ v obsahové náplni výuky, posílí se pravděpodobnostní a statistická témata, využívání počítačů. Prohloubení metodické přípravy se projeví i vhodnějším výběrem úloh, péčí o aktivizaci žáků apod.

Úvahy o náplni algebraického, geometrického učiva i jiných témat byly obsaženy ve sděleních, ke kterým bude užitečné se vrátit v některém z dalších čísel Pokroků.

#### PŘÍPRAVA UČITELŮ INTEGROVANÝCH PŘÍRODOVĚDNÝCH PŘEDMĚTŮ V ANGLII

*Václav Vlček, Vimperk*

Současnému snažení o koordinaci nebo úplnou integraci přírodovědných poznatků na střední škole neodpovídá dosavadní způsob přípravy učitelů. Proto probíhá v současnosti v celé řadě zemí diskuse o změnách v učebních plánech studia učitelství a o celkové modernizaci metod i prostředků výuky na vysokých školách.

V tomto článku chceme na základě poznatků získaných při studijním pobytu ve *Worcester College of Higher Education* ukázat na jeden z pokusů přestavby učitelského studia přírodovědných předmětů, který byl uskutečněn na této vysoké škole.

Worcesterská kolej navzdory tomu, že nemá dlouhou tradici (byla založena r.

1946), získala vysokou reputaci díky své práci v oblasti modernizace vyučování na všech stupních škol. Katedra přírodních věd byla jedním z pracovišť, kde vznikly světoznámé kursy Nuffieldovy nadace, *Science Teaching Project* i první projekt nového pojetí přípravy učitelů *Science Teacher Education Project*.

Učitelské studium je zde obdobně jako na ostatních vysokých školách ve Velké Británii čtyřleté. Během studia absolvuje student přednášky z 27 předmětů ve třech oblastech přípravy: profesní (Professional Studies), pedagogické (Education Studies), a odborné (Subject Studies).

Z těchto 27 předmětů jsou tři bloky vzestupné úrovně.

První blok (First level units) je obsahem prvních pěti termů\*) a skládá se z přednášek vytvářejících úvod do jednotlivých odborných disciplín.

Druhý blok (Second level units) začíná jarním termem II. ročníku a pokračuje do konce III. ročníku. Zde jsou soustředěny základní přednášky ze všech tří oblastí studia.

Rozšiřující nástavbou jsou přednášky třetího bloku (Third level units), jejichž vyvrcholením je příprava na závěrečnou práci a závěrečné zkoušky.

Všimněme si nyní blíže obsahu studia jednotlivých oblastí přípravy.

V *oblasti profesního studia* se studenti v prvním ročníku a v podzimním termu 2. ročníku seznámí s naukovými a vzdělávacími cíli i se speciálními aspekty předmětů svého oboru. Pak následuje čtyřtýdenní souvislá praxe na cvičné škole, kde mají část úvazku též pracovníci vysoké školy.

V následujícím termu se analyzují zá-

---

\*) Akademický rok na anglických vysokých školách není dělen na semestry, ale do tří desítitýdenních termů.