František Balada

Před sto lety zemřel Augustin Louis Cauchy

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 2 (1957), No. 5, 605--608

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/137197

[12] О группах *Frobenius'a*, DAN, sv. 26 (1940), 3—5.
[13] О бесконечных специальных группах, Mat. sb. (nov. s.), sv. 8 (1940), 363—375.
[14] Бесконечных разрешимие группы, tamtéž, sv. 17 (1945), 145—162.
[15] Алгебра, Velká sov. encyklopedie, 2. vyd., díl 2 (1950), 53—61 (společně s A. G. Kurošem).

František Martan.

Literatura

Vestnik AN SSSR, 1956, č. 10, 82—83; *UMN*, sv. XI (1956), č. 6 (72), 227—233.

PŘED STO LETY ZEMŘEL AUGUSTIN LOUIS CAUCHY

FRANTIŠEK BALADA, Brno

V období začátku Velké francouzské revoluce, které postavilo sloupy počínajících svobod devatenáctého století, se narodil v Paříži dne 21. srpna 1789 Augustin Louis baron Cauchy. Jeho otec, básník, věnoval synově vychování veškerou péči. Mladý Augustin ukončil pařížskou polytechniku v roce 1807 a *École des Pontes et Chaussées* v roce 1810. Stal se pak inženýrem v Cherbourgu; leč záhy upozornil na sebe významnými pracemi a roku 1816 byl zvolen řádným členem pařížské Akademie věd. Téhož roku se stal profesorem pařížské polytechniky. Po červencové revoluci roku 1830 odešel do ciziny. V Turině byla pro něho zřízena stolice matematiky. Později, od roku 1832, pobýval v Praze jako vychovatel vévody z Bordeaux. Roku 1838 se vrátil do Paříže, odepřel však složit přísahu novému režimu a proto nemohl zastávat žadný úřad. Stal se tedy učitelem matematiky v jezuitské koleji. Po revoluci roku 1848 byl posléze přece jmenován profesorem theoretické astronomie na pařížské universitě; úřad však složil roku 1852, neuznávaje Napoleona III. Zemřel 23. května 1857 v Sceaux.

Lze považovat za podivuhodnou shodu okolností, že tento přesvědčený monarchista a klerikál svým obrovským životním dílem (napsal více než 700 knih a pojednání) se stal jedním z prvních budovatelů nového, přísně kritického směru ve výstavbě matematiky. Připomeňme, že již roku 1817 český matematik Bernard Bolzano „přesně formuloval některé pojmy a poznatky z matematické analysy čtyři léta dříve a někdy obecněji než jeden z nejslavnějších matematiků XIX. století A. L. Cauchy."[1]

Dnes je všeobecně známo, že pojem matematické přesnosti měl v různých obdobích vývoje matematiky rozličný význam. Rovněž vliv matematické přesnosti na rozvoj matematických disciplin byl v různých obdobích různý. V době mohutného rozkvětu řecké matematiky podnítil helenský požadavek přesnosti v logickém uvažování vznik myšlenky axiomatické výstavby matematiky u Eukleida. S úpadkem helenské matematiky ustrnul a posléze takřka zanikl ideál přesnosti.

V období scholastiky omezil se požadavek přesnosti na dogmatické aplikování známých pravidel bez zvláštní snahy po jejich dalším rozvíjení. Jedině zakaspičtí a arabští národové převzali dědictví Indů a shromáždili algebraické, geometrické a trigonometrické vědomosti v takové míře, že se v jejich spisech projevuje zřejmé utřídění poznatků, odvaha k samostatnému dokazování i vytváření nových myšlenek matematických. V XVII. století dochází v Evropě k mohutnému rozvoji funkčního myšlení a v důsledku toho k neslýchanému nakupení zcela nových poznatků, jejichž zdůvodnění, i když jsou z větší části správná, spočívají na větší či menší intuici tehdejších matematiků.

„Po dosažení určité úrovně přerůstá matematika existující způsoby svého zdůvodňování i odpovídající stupeň matematické přesnosti. Pokud je matematika spojena s rozvojem výroby a s rozvojem jiných věd, její skutečný obsah se stále doplňuje a to nejenom poznatky, které lze zahrnout do rámce existujících způsobů zdůvodňování. Když takový nesoulad dostatečně zesílí, pak faktický obsah matematiky přichází do rozporu s existujícími methodami dokazování a se současným chápáním matematické přesnosti. Pak ale oba tyto faktory, které působí růst matematiky, se stále zřetelněji stávají brzdou jejího vývoje. Tak vzniká nutnost vytvoření nových, obecnějších a účinnějších způsobů zdůvodňování a nového chápání matematické přesnosti, které jsou schopny obsáhnout rozšiřující se obsah matematiky i možnosti jejího dalšího rozvoje.“[2]

Požadavek přesnosti v matematických úvahách z konce XVIII. století je stále zřetelnější. Nahromadilo se množství poznatků, hlavně v oboru analysy, leč jejich další rozvíjení vyžadovalo stále důrazněji zrození „Eukleida“ počtu infinitesimálního. Stává se jím Augustin Louis Cauchy.

Práce Cauchyho zasahují do nejrůznějších oborů matematiky a matematické fysiky.

Rozhodující význam pro rozvoj matematiky měly jeho studie a výzkumy v matematické analyse. Je to především *Cours d'Analyse* (*Analase algébrique*), vydaný po prvé roku 1821, dále ***Résumé des leçons données sur le calcul infinitésimal*** z roku 1823 a množství prací, pojednávajících o diferenciálních rovnicích.

Kniha *Cours d'Analyse* pochází z prvního období Cauchyovy činnosti, kdy věnoval svým dílům veškerou péči. V prvních osmi ze dvanácti kapitol zde Cauchy studuje elementární funkce i v oboru komplexní proměnné, v dalších kapitolách pak vykládá nauku o nekonečných posloupnostech a zkoumá též otázky theorie algebraických rovnic včetně řešení rovnic třetího a čtvrtého stupně.

Cauchy po prvé v tomto díle přesně definuje pojem limity. Říká: „Jestliže nějaká proměnná nabývá hodnot, které se neomezeně blíží určitému číslu tak, že se od něho liší jen tolik, jak si přejeme, nazýváme toto číslo limitou oněch hodnot.“

Rovněž pojem nekonečně malé veličiny zde nacházíme přesně vyložený, bez jakékoli nejasnosti nebo mysticismu, které byly obvyklé v knihách předcházejících. „Jestliže absolutní hodnoty (Cauchy říká „valeur numérique“), kterých postupně nabývá táž proměnná, se neomezeně zmenšují tak, že jsou menší než libovolně malé číslo, pak je tato proměnná tím, čemu říkáme nekonečně malá veličina. Limitou takovéto proměnné jest nula.“

Pomocí takto zavedeného pojmu nekonečně malé veličiny může pak Cauchy podat přesnou definici spojitosti funkce: „Funkce $f(x)$ je v daných mezích spojitá vzhledem k x, jestliže v tomto intervalu nekonečně malý přírůstek proměnné způsobí nekonečně malý přírůstek funkce.“

Tyto formulace znamenají v podstatě moderní způsob vyjadřování i usuzování v samých základech analysy. Pojem funkce ovšem není ani u Cauchyho uveden v plné šíři a neliší se zvláště podstatně od pojmu funkce, jak jej zavedl L. Euler.

Obecnou formulaci výkladu pojmu funkce nacházíme ve spise ***Über die Darstellung ganz willkürlicher Functionen durch Sinus und Cosinusreihen***, který v roce 1837 napsal ***Lejeune — Dirichlet***. Zde se praví: „Mysleme si pod a a b dvě pevné hodnoty a pod x proměnnou veličinu, která postupně nabude všech hodnot mezi a a b. Odpovídá-li nyní každému x jediné konečné y a to tak, že když x probíhá spojitě interval od a do b, $y = f(x)$ se rovněž postupně mění, tu se nazývá y funkcí x v tomto intervalu. Není při tom nutné, aby y bylo v celém intervalu závislé na x podle téhož zákona, ba není ani třeba předpokládat závislost vyjádřenou matematickou operací.“

V kapitolách o posloupnostech vykládá Cauchy podrobně nauku o konvergenci nekonečných řad. Také tyto kapitoly nesou pečeť jeho tvořivého ducha. Po prvé se zde nepracuje s mystickými pojmy nekonečných součtů, užívá se součtů konečných a podává se přesný odhad zbytku. Cauchy uvádí též přesná kriteria konvergence, dokazuje, že potenční řada má v komplexní rovině konvergenční kružnici a pod. Svým následovníkům přenechal Cauchy zavedení pojmu stejnoměrné resp. nestejnoměrné konvergence řady v jistém intervalu. Tento úkol připadl mladému norskému matematikovi Niels Abelovi.

Výkladem o počtu infinitesimálním se zabýval Cauchy v knihách: ***Leçons sur le calcul différentiel*** (vyšlo v Paříži roku 1829) a ***Résumé de leçons sur le calcul infinitesimal*** (1823).

Základem Cauchyových výkladů o počtu diferenciálním je věta o střední hodnotě, vyjádřená již ve zcela moderním rouše.

Integrální počet počíná Cauchy definicí určitého integrálu a provádí důkaz jeho existence. G. Leibniz chápal integrál jako „součet nekonečně malých obdélníků" asi v tom smyslu jako Archimedes. Eulerovým vlivem toto pojetí ustoupilo do pozadí. Cauchy vybudoval moderní pojem určitého integrálu funkce jako limitu součtu $S = (x_1 - a) f(\xi_1) + (x_2 - x_1) f(\xi_2) + \ldots + (b - x_{n-1}) f(\xi_n)$, jestliže největší z dílčích intervalů jest menší než libovolně malé číslo a je-li ξ_i číslo z intervalu (x_{i-1}, x_i).

Podle idejí Cauchyových vydal v letech 1840—44 abbé Moigno *Leçons sur le calcul différentiel et intégral (d'aprés Cauchy)*. V úvodu charakterisuje autor neobyčejný rozmach integrálního počtu v prvé polovině XIX. století slovy:

„Kdežto počet diferenciální se v posledních letech celkem nezměnil, doznal integrální počet mimořádného rozmachu a zdá se, že počíná nové období pro tento kalkul; neboť obtíže, které se až dosud nedaly odstranit, byly snadno a jednoduše řešeny a meze, před nimiž se zastavili Euler, Lagrange, Laplace, Legendre, ... byly daleko odsunuty. Velké množství geometrů, jako Cauchy Liouville, Sturm, Binet, Lamé, Catalan, Blanchet, Bertrand ve Francii, Hauss, Jacobi, Lejeu-Dirichchlet, Richelot v Německu, Labato v Nizozemí, Ostrogradskij a Buniakovskij v Rusku a Tortolini v Římě závodí v oboru integrálního počtu. Vědecké publikace, kterých jest již velký počet, přinášejí každý týden ke studiu řadu pojednání, zjednodušených a zevšeobecněných theorií, vhodných aplikací etc. Sám Cauchy napsal od okamžiku, kdy byl oznámen tento spis (rozumí se „Leçons sur le calcul intégral") přes osmdesát pojednání a poznámek o integrálním počtu, které musíme v tomto díle analysovat."

Tato poznámka svědčí o neobyčejném rozmachu integrálního počtu v prvé polovině XIX. století a zároveň ilustruje velkou plodnost Cauchyových myšlenek.

Velkých zásluh získal Cauchy v oboru theorie diferenciálních rovnic. Jemu patří prvenství důkazu existence řešení diferenciálních rovnic, jakož i zavedení „méthode des limites", kterou aplikoval i na obor komplexní proměnné.

Základní význam má práce, kterou vykonal Cauchy v oboru theorie funkcí komplexní proměnné. A nelze tuto práci lépe charakterisovat než slovy, která pronesl francouzský matematik Charles Hermite při otevření Nové Sorbonny dne 6. srpna 1889:*) „V rozsáhlých pracích Cauchyových náleží však hlavní místo základní myšlence rozšíření původního pojmu omezeného integrálu tím, že proměnná přechází od jedné meze do druhé řadou imaginárních hodnot, cestou libovolnou. Ve vědě nenalézáme plodnější myšlenky; byla pramenem nejkrásnějších vynálezů svého původce; vnikla až do základů vědy a užívá se jí stále v analyse. Z ní vznikl počet residuální, jejž velký matematik používá k stanovení omezených integrálů, k integraci lineárních rovnic diferenciálních a soustav takových rovnic s konstantními koeficienty, k integraci diferenciálních rovnic parciálních za podmínek stanovených v problémech matematické fysiky a v astronomii k rozvinutí funkce perturbační. Ona jej vedla k řešení rovnic algebraických a transcendentních pomocí omezených integrálů a k objevení methody obdivuhodné, obdobné větě Sturmově, a podávající počet imaginárních kořenů algebraické rovnice obsažených uvnitř dané oblasti. Ona vysvětluje mnohoznačnost funkce logaritmické a funkce arcus sinus a integrálů funkcí racionálních a algebraických; ona vede k tomu názoru, že může hodnota funkce v daném bodě záviset na dráze, jíž jsme do onoho bodu dospěli.

Tyto výsledky odklidily obtíže, jejichž stopy jsou v historii vědy zachovány a které dlouho zdržovaly matematiky; ony razily dráhu obecné theorii funkcí, nejdůležitějšímu analytickému dílu naší doby. K tomu dílu dal Cauchy první podnět; kdož v něm dnes pokračují, jsou jeho následovníci; k pamětihodným objevům Riemanna a Weierstrasse v tomto oboru, jakož i k proslulému theoremu Mittag-Lefflerovu připravena půda pracemi velkého matematika francouzského; Cauchymu náleží vyjádření funkce definované ve všech bodech dané části roviny pomocí integrálu po obvodu této plochy, což je základní element analytický, z něhož pak snadno vyplývají řady Mac-Laurinova, Taylorova, Lagrangeova, Fourierova a nejdůležitější věty z theorie jednoznačných funkcí. Nemůžeme taktéž o tom pomlčeti, že nejsnazší metoda vedoucí k vlastnostem funkcí dvojperiodických vyplývá z pojmu integrálu podél nějaké křivky. Analysa rozšířením svého oboru urovnala klopotnou dráhu, kterou se brali první vynálezci; její principy zmohutněly a současně se staly přístupnějšími; methody se staly úplně přesnými, v kterýchžto pokrocích hlavní část náleží Cauchymu."

Pracemi v theorii funkcí není arciť nikterak vyčerpáno pole působení Cauchyho v matematice. Jeho zájem se týkal též elementární geometrie, theorie čísel, algebry a j. Rozsáhlý byl i obor působnosti Cauchyovy ve fysice. V pracích o optice podal matematický základ Fresnelovy theorie a dokázal, že i dispersi světla lze odůvodnit pomocí undulační theorie. Práce z oboru mechaniky

*) Překlad ED. WEYRA, Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, XIX, 1890.

se vztahují hlavně k theorii pružnosti. Zabýval se též mechanikou pohybu těles nebeských, kde s velkým důvtipem užil výsledků svých prací v theorii funkcí komplexní proměnné. Spis *Mémoire sur la dispersion de la lumiere* napsal Cauchy v Praze roku 1835.

Připomeňme ještě jednu událost ze života Cauchyho, která je v určité souvislosti s naší vlastí. Roku 1846 odešel do Paříže Filip Koralek, narozený v Kolíně nad Labem roku 1819. Byl to syn zámožných židovských rodičů. Studoval na vídeňské polytechnice zejména matematiku. Podařilo se mu vytvořit zvláštní methodu pro výpočet logaritmů daných čísel i k řešení úlohy, jak k danému logaritmu stanovit příslušné číslo. Domníval se, že jeho methoda je tak dobrá, že odstraní užívání logaritmických tabulek. Nadšen svým vynálezem odešel proti vůli otcově a bez jeho hmotné podpory do Paříže, kde velmi strádal a z počátku nedocházel uznání. Za červencových bojů roku 1848 přišel i o zbytek svého skrovného majetku a upadl do úplné nouze. Teprve po letech trudného utrpení, kdy mohl utratit nejvýše dvě až tři sous denně, byly jeho zásluhy pařížskou Akademií veřejně uznány. Práce Koralkova byla posouzena komisí pařížské Akademie věd a jejím jménem prohlásil dne 28. dubna 1851 Cauchy, že Koralkova methoda stanovení logaritmů je „geniální“. Předložená práce — praví se v závěru posudku — ukazuje, že autor je velmi obratný v aritmetických výpočtech a komise je toho názoru, že Akademie by měla dát autorovi příležitost, aby svého nadání využil k výpočtu tabulek různých transcendent, což by mohlo přispět k pokroku matematické vědy. Zpráva Cauchyova, kterou podepsal doživotní sekretář Akademie Arago, byla podle tehdejšího zvyku zaslána matematické sekci Akademie. Osud Koralkův tím doznal příznivého obratu. Jeho práce vyšla tiskem (v Německu se stala známou spisem Lorey: *Das Neueste und Interessanteste aus der Logarithmotechnik* (Weimar 1852). Koralek se stal profesorem pařížské polytechniky, své jméno pofrancouzštil na „Coraleque“ a byl jediným z profesorů Sorbony, kteří v sobotu a na židovské svátky nepřednášeli. Byl též učitelem matematiky malého prince Napoleona.[3].

Význam Cauchyových objevů v matematice je nesmírný. Ještě roku 1880 prohlásil Felix Klein: „*Unsere besseren Bücher sind immer noch diejenigen, welche auf Cauchy's ‚Cours d'analyse' zurückgehen, und der ist jetzt nahe 60 Jahre erschienen*“.[4]

Literatura

[1] František Veselý: *Život a dílo B. Bolzana*, Matematika ve škole, Praha, roč. VI., str. 456; viz také článek téhož autora v tomto časopise, roč. II., 1957, č. 1, 2.
[2] Н. Н. Молодший: Основы ученуя о числе в XVIII веке, 11.
[3] Constant von Wurzbach: *Biographisches Lexikon des Kaiserthums Österreich*, sv. XII., str. 452.
[4] F. Klein: *Über die Beziehungen der neueren Mathematik zu den Anwendungen*, Antrittsrede Leipzig. Univ. 25. X. 1880. Zeitschrift f. den math. naturw. Unterricht, sv. 26 (1895), str. 537.

FRIGYES RIESZ

(1880—1956)

Nedávno uplynul rok od smrti vynikajícího maďarského matematika, dvojnásobného laureáta Kossuthovy ceny, čestného předsedy matematicko-fysikální sekce Maďarské akademie věd, dopisujícího člena pařížské akademie věd, čestného doktora szegedské, budapešťské a pařížské university, Frigyese Riesze, kterého Akademie věd SSSR nazvala v dopise k jeho 70. narozeninám „jedním z největších mistrů matematického myšlení“. Jeho odchod byl pro matematické vědy vážnou ztrátou.

Frigyes Riesz se narodil 22. ledna v Győru. Po universitních studiích v Budapešti, Zürichu a Göttingách pracoval jako středoškolský profesor. Roku 1914 se stává řádným profesorem v Cluji (Kluž) a po světové válce v Szegedu, kde byla tehdy zakládána universita. Matematický ústav této university se jeho zásluhou stal významným střediskem, o kterém se i v zahraničí mluvilo jako o maďarských Göttingách. F. Riesz pracoval v Szegedu jako profesor až do osvobození Maďarska