Hugo Steinhaus

Z vývoje theorie pravděpodobnosti: O některých zásadních otázkách matematické statistiky

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 2 (1957), No. 1, 36--43

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/137169

HUGO STEINHAUS, Wroclaw

O NĚKTERÝCH ZÁSADNÍCH OTÁZKÁCH MATEMATICKÉ STATISTIKY[1])

Za posledních třicet let byly základy theorie pravděpodobnosti tak dalece vyjasněny, že většina paradoxů a rozporů má dnes snad nejvýše jen historický význam. Je to stav analogický posledním desítiletím devatenáctého století, kdy byla provedena revise principů infinitesimálního počtu.

Jinak je tomu však u aplikací. Přes sebevětší pokroky matematické statistiky nemá tato matematická disciplina ještě svého Weierstrasse, stále jsme ještě velmi daleko toho, abychom mohli ve spleti pravidel, umělých obratů, theorií a method najít určitý logicky bezesporný a ucelený systém. Ukážeme na několika příkladech subjektivně zvolené směry, které, překračujíce rámec běžné rutiny, vedou na problémy zásadního významu.

1. Molekuly v uzavřené nádobě

Uzavřeme jistý počet hmotných bodů do nádoby a předpokládejme, že se tyto hmotné body „ideálně" odrážejí od jejích stěn. Pak musí podle kinetické theorie plynů dojít po určité době k rovnoměrnému rozdělení molekul v nádobě. Důkazy, které pro toto tvrzení navrhli svého času Maxwell, Boltzmann a Smoluchowski, spočívaly na koncepci chaotického pohybu. Mělo se za to, že theorie pravděpodobnosti tu lze použít teprve tehdy, až molekuly byly zbaveny svých individuálních vlastností tak dokonale, že je bylo možno pokládat za kolektiv ve statistickém smyslu. Pokládalo se za triumf, když se podařilo fenomenologickou thermodynamiku podřídit klasické mechanice, bylo však nutno se vzdát požadavku zkoumat dráhy jednotlivých molekul. Od této kapitulace se pak Laplaceova představa „nadmozku", který je s to exaktně pomocí diferenciálních rovnic analytické mechaniky vyšetřovat shluky miliard molekul, označuje za „reductio ad absurdum" vědeckého ideálu 18. století, a nikoli za maximální program.

V posledních několika letech se však ukázalo, že tento program lze v jistých, velmi jednoduchých zvláštních případech dokonale splnit. Je-li nádoba na příklad krychlového tvaru a jsou-li dány všechny počáteční polohy a počáteční rychlosti, můžeme, jak se snadno nahlédne, bez námahy najít polohu a rychlost každé molekuly v kterémkoli časovém okamžiku. Přesto lze ukázat, že kolísání celého molekulárního roje kolem rovnoměrného rozdělení podléhá zákonům, které se vědci pokoušeli dříve zdůvodňovat jen pomocí nejasných představ, jakou je na příklad představa „chaotického pohybu". Formule, které dostáváme, jsou s formulemi theorie pravděpodobnosti identické, plynou však z pohybových rovnic, nahradíme-li obvyklý pravděpodobnostní pojem jiným pravděpodobnostním pojmem: za pravděpodobnostně jakého stavu považujeme jeho relativní časové trvání. Za matematický aparát slouží potom theorien ezávislých funkcí, kterou jsem vypracoval se svým spolupracovníkem M. Kacem. Jako výsledek dostaneme rovnoměrné rozdělení s kolísáním, řídícím se Gaussovým-Laplaceovým zákonem. Předpokládá se, že pohyb se děje bez vzájemných srážek. Tento předpoklad je skoro vždy správný. Počáteční polohy jsou zcela libovolné, počáteční rychlosti jsou aritmeticky nezávislé, to jest, lineární forma $6n$ složek rychlosti s celistvými koeficienty nenabude nikdy nulové hodnoty (s výjimkou triviálního případu). Tento předpoklad je (v prostoru rychlostí) rovněž skoro vždy splněn. Tento příklad odstraňuje domnělou antinomii mezi mechanickým determinismem s jedné strany a statistickými zákony se strany druhé. Námitku,

[1]) *Über einige prinzipielle Fragen der mathematischen Statistik.* Von Hugo Steinhaus, Wroclaw. Bericht über die Tagung „Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik" in Berlin vom 19. bis 22. Oktober 1954, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1956.

že náš příklad je příliš jednoduchý pro obecné závěry, lze vyvrátit poukazem na to, že stačí jeden jediný příklad, v němž deterministická a pravděpodobnostní mechanika nejsou ve sporu, aby se antinomie odstranila. Náš výsledek osvětluje také problém entropie: ukazuje, že je pochybné se domnívat, že thermodynamickou ireversibilitu lze zdůvodnit theoretickými pravděpodobnostními úvahami, i když tato irreversibilita odporuje klasické mechanice. Neexistuje model, pomocí něhož by bylo možno určit časový vektor. Naproti tomu můžeme jistě tvrdit (jak poznamenal Marczewski), že isolovaný věčný systém, který zastihneme ve stavu s malou entropií, s největší pravděpodobností dříve nebo později měl nebo bude mít entropii větší. Vyvstává zajímavá úloha nahradit krychlový model jiným modelem. Stálo by jistě za námahu dokázat nebo vyvrátit na příklad tuto domněnku: Všechny nádoby lze rozdělit do dvou tříd: na takové nádoby, ve kterých stejnoměrné rozdělení platí pro skoro všechny počáteční rychlosti (jako v krychli), a na nádoby, ve kterých neplatí pro žádné počáteční rychlosti (jako ve sférické nádobě).

2. Pojem náhodnosti

Statistikové rozeznávají náhodné a nenáhodné číselné posloupnosti. Kdyby zachycovali Morseovy signály z vesmíru, vyšetřovali by posloupnost přijímaných čárek a teček co do náhodnosti. Mají k tomu různé testy. Co je matematicky definováno, není náhodné, naopak, co je matematicky definováno, je pro ně opakem náhodnosti. Existují tabulky „náhodně“ po sobě jdoucích čísel. Sestavují se podle různých předpisů; vypisují se na příklad výsledné částky z denních účetních výkazů obchodních domů. Čas od času se ozývají hlasy, že tabulky, sestavené tímto nebo podobnými způsoby, nesplňují kriteria náhodnosti. Vzniká tak pozoruhodná situace: pojem náhodné posloupnosti čísel patří k denně používaným prostředkům statistikovy práce, aniž byl vůbec definován nebo alespoň na nějakém příkladě osvětlen. Vrcholu grotesknosti se pak dosahuje, když se nějaké tabulky zamítnou jako nevyhovující proto, že ve všech zkouškách náhodnosti bezvadně obstály. Podle pravidel počtu pravděpodobnosti jsou prý takové případy podezřelé.

Mohli bychom se pokusit o definici nekonečné posloupnosti stejně pravděpodobných a nezávislých náhodných desetinných míst. Sám jsem takovou definici navrhl. Podle této definice poskytuje jednoznačně definované (Sierpinským již v roce 1920, viz *Bull. Soc. Math. de France*, 45), v borelovském smyslu absolutně normální číslo takovou posloupnost jako svůj desetinný rozvoj. Naproti tomu přestává tabulka tak zvaných náhodných čísel být náhodnou v tom okamžiku, kdy je hotova. Mysleme si, že je dána na příklad tabulka, která má na všech sudých místech sudá čísla. Takovou tabulku odmítneme. Proč? Podle pravidel počtu pravděpodobnosti je přece takováto konečná posloupnost stejně pravděpodobná, jako kterákoli jiná!

Opusťme toto thema a přejděme k jinému, které poskytuje jisté analogie. Proč vylučujeme z úvah pozorování, která se odchylují od průměru o více než o určitý násobek sigma[2])? Někdo změří čtyřikrát úhlové vzdálenosti dvou stálic. Druhý den překontroluje svoje záznamy a nalezne hodnoty 2°7′16″, 2°7′32″, 2°7′3″, 3°7′12″. Ve většině praktických učebnic sférické astronomie se radí, čtvrté, prudce vybočující pozorování prostě nebrat v úvahu. Jako důvod se uvádí, že je mnohem pravděpodobnější, že pozorovatel odečetl 2°, zaznamenal však 3°, než že astronomický přístroj s vteřinovým dělením udělal chybu jednoho stupně. Přesto se domnívám, že tak zvaná theorie vylučování extrémních výsledků pozorování je protismyslná. Úhlovou vzdálenost dvou hvězd můžeme totiž zjistit jen pozorováním, a nelze udat konsistentní kriteria, která dovolují vyloučit jeden výsledek pozorování spíše než jiný. Na to však odpoví praktik: „Kdybyste

[2]) σ — střední kvadratická chyba.

byl astronomem, bral byste v úvahu onen výsledek 3°7′12″?" Tento osobní argument mne ovšem donutí k doznání, že bych uvedenou hodnotu vyloučil. Jak tedy tento rozpor vyřešíme? Jednoduše takto: výsledků měření jsem zde použil současně ve dvou problémech: s jedné strany je pokládám za určené polohou dalekohledu, s druhé strany pozorovatelem. Není-li předem vyloučena hypothesa přepsání, je pravděpodobnější než hypothesa chyby přístroje. Nahradíme-li však pozorovatele registračním přístrojem, není přepsání možné a zůstává pouze druhá hypothesa, přesto, že přístroj zůstává stejně přesný jako v prvním případě. Je tedy jasné, že nemůže existovat theorie, která by jen na základě přesnosti přístroje rozhodovala, která pozorování je třeba vyloučit.

Co to všechno má společného s náhodnými čísly? Tertium comparationis je psychologický faktor. Tabulky, v nichž každé druhé číslo je sudé, se zamítají, poněvadž se spíše předpokládá, že je někdo úmyslně tak sestavil, než že jsou výsledkem tak zvané náhody.

V takové situaci je dobré rozvážit, k čemu mají takové tabulky sloužit. Nejlepším příkladem je statistická kontrola jakosti výrobků. Při této kontrole vybíráme z tabulky čísla výrobků, jež se mají přezkoušet. Snažíme se pak vyvarovat se v tabulkách jakéhokoli rytmu, který by se mohl vyskytnout v chodu automatu. Bude-li na příklad automat vyrábět serie výrobků, z nichž každý druhý bude vadný, a budou-li v tabulce serie bez sudých čísel, bude hodnověrnost odhadu průměrné jakosti výrobků, provedeného na podkladě tohoto výběru, menší, než očekává theorie, která předpokládá stejnou pravděpodobnost pro všechna čísla. Ve vědeckých výzkumech, na příklad biologických, je badatel v nebezpečí, že nevědomky zvolí namátkové zkoušky tak, aby se potvrdil názor, ke kterému došel předem. Výzkumníci se chrání před tímto nebezpečím tak, že dávají čísla zkušebních vzorků vytahovat papouškovi nebo bílé myši. S hlediska vědeckého racionalismu pokládám však za přestupek ponechávat uspořádání experimentu právě v tak podstatném bodě bílé myši.

Mluvme konstruktivně. Především je třeba hledat odpověď na otázku: „K čemu tabulky?" Známe-li odpověď, můžeme tabulky definovat účelně, aby poskytovaly to, co se po nich žádá, aniž se jejich sestavení ponechává nekontrolovatelným nebo dokonce přímo tajemným silám. Pokusil jsem se sestavit tabulku, která obsahuje všechna čtyrciferná místa. Tato čísla tvoří permutaci, která odpovídá jednoznačnému předpisu a tabulka nejeví nedostatků, které jsou spojeny s údajně nenáhodným jejím sestavením.

3. Pravděpodobnost a priori

Ještě stále jsou statistikové, kteří nevěří v žádnou pravděpodobnost a priori. Ptají se: „Co vlastně znamená výrok, že všechny jakosti zásilky plechových věder jsou a priori stejně pravděpodobné?" Vědra jsou ve skladišti a jistá, i když neznámá část jich jsou zmetky. Abychom se vyhnuli neplodné diskusi, formulujeme toto kriterium: Ve statistice buďtež přípustné jen takové výpovědi, které mohou být verifikovány ve smyslu pojmu četnosti. Pak bychom měli uvažovat místo jedné zásilky s a priori stejnou pravděpodobností pro všechny jakosti posloupnost zásilek, jejichž jakosti tvoří v intervalu $< 0,1 >$ stejně rozdělenou číselnou posloupnost. Stanovím-li nyní nějaký výběrový plán a tvrdím, že má nějakou vlastnost vzhledem k zásilce s a priori stejnými pravděpodobnostmi pro všechny jakosti, pak je nutno toto tvrzení přeformulovat ve výpověď o výše uvedené posloupnosti zásilek, a nová formulace musí být verifikovatelná ve smyslu zákona velkých čísel.

Prostěji řečeno: uvažme, jaké závěry můžeme vyvodit z toho, že jsme vybrali k namátkové kontrole třeba 10 kusů výrobků a že jsme je všechny shledali vyhovujícími. Podle zavrhované methody řekneme pak o dané zásilce něco nového, co se nazývá

„aposteriorní" rozdělení jakostí. Nyní statistik, který nechtěl věřit na nějakou pravděpodobnost a priori, nebude chtít o nic více věřit na aposteriorní rozdělení z této apriorní pravděpodobnosti odvozené, a bude jí dokonce upírat jakýkoli smysl. My mu však můžeme doporučit verifikaci v našem smyslu: výběrovým postupem jsme z posloupnosti stejně rozdělených jakostí vybrali částečnou posloupnost, a to takovou, která vznikne výběrovým postupem, prováděným až do vyčerpání všech prvků, přičemž jsme uvažovali jen takové výběry, ve kterých se všech 10 vybraných kusů ukázalo jako dobrých. Výpověď o „aposteriorním" rozdělení pravděpodobností je nutno nyní vykládat jako výpověď o rozdělení jakostí v posloupnosti zásilek. Tato výpověď nemá tedy jen matematicky bezvadně definovaný obsah, ale také empiricky se dá ověřit stejně dobře (nebo stejně špatně) jako obvyklé výpovědi o ctihodné hře v kostky.

4. Objem informací

Zůstaňme ještě u věder. Jakost, to jest podíl dobrých kusů v nákladu jednoho vagonu je neznámý; jeho hodnota je někde mezi 0 a 1. Budiž $f(t)$ hustota pravděpodobnosti tohoto podílu, to jest funkce, jejíž integrál od a do b udává pravděpodobnost, že jakost leží mezi a a b. Je tedy vždy

$$\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = 1.$$

Za této podmínky nabývá integrál $\int_0^1 f^2(t)\,\mathrm{d}t$ svého minima pro $f(t) = 1$, a maxima, je-li $f(t)$ Diracovou funkcí. Tento druhý případ nastane, jsme-li o jakosti přesně informováni, víme-li tedy s pravděpodobností 1, že jakost je na příklad 40%. Je tedy nasnadě zvolit tento integrál ze čtverce funkce $f(t)$, nebo ještě lépe jeho odmocninu

$$\sqrt{\int_0^1 f^2(t)\,\mathrm{d}t}$$

za měřítko objemu informací. Minimum této veličiny je nyní za vedlejší podmínky $\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = 1$ rovno 1 a nastává když, $f(t) \equiv 1$; tato veličina f odpovídá Bayesově hypothese o stejných pravděpodobnostech pro všechny jakosti a priori. Vybereme-li nyní pro namátkovou zkoušku řekněme m kusů, dostaneme nové rozdělení, které nazýváme aposteriorní, a můžeme vypočítat, oč vzrostl objem informací. Provedeme-li dále zkoušku s n dalšími kusy, může se stát, že objem informací, vypočtený ze všech $m + n$ zkoušek, bude menší než objem informací z prvních m zkoušek. Mohli bychom pak říci, že druhá namátková zkouška odporuje zkoušce první, což mimochodem by byl prakticky zajímavý pokyn.

Právě navržený pojem má rozmanité aplikace. Vezměme partii šroubků do dřeva. Předpokládejme, že rozdělení délek v této množině je přesně známo; nejde tedy o statistickou kontrolu. Budiž nyní $f(t)$ hustota rozdělení délek šroubků, které je podle předpokladu známé. Vypočteme „objem informací", to jest druhou odmocninu z integrálu čtverce $f(t)$ (v mezích od 0 do 1). Tato veličina nabývá nyní nového smyslu — čím je větší, tím jednotnější je zboží, což zřejmě zvyšuje jeho hodnotu. Vidíme, že v tomto pojetí nabývá míra informací hospodářského významu. Stanovíme-li cenu zásilky úměrně součinu z počtu kusů a objemu informací, ukazuje se, že zákazník nemůže nikdy snížit cenu tím, že by zásilku koupil dvakrát. Tato okolnost má hospodářský význam a je opodstatněním odmocniny.

Třetím příkladem je tak zvaný sazebník pro čtverec výkonu. $f(t)$ nechť je nyní součin napětí a proudu (bez ohledu na fázové posunutí, to jest součin napětí a proudu měřených odděleně. Částku, kterou je nyní třeba zaplatit za odběr proudu během zúčtovacího období $<0, T>$ (na příklad $T = 30$ dnů), stanovme úměrně nikoli integrálu $\int_0^T f(t)\, dt$, jak se obvykle děje, nýbrž výrazu $\sqrt{T}\sqrt{\int_0^1 f^2(t)\, dt}$. Elektrárna tedy účtuje odběrateli za stejný počet kilowatových hodin tím více, čím více se odběratel soustřeďuje při odběru na časové intervaly, které si sám volí. Sazebník pro čtverec výkonu má samozřejmě příznivý vliv na stejnoměrné zatížení elektrárny, vyžaduje však zvláštní počitač, který ukazuje časový interval součinu čtverců napětí a proudu. Takový počitač má kromě toho ještě tu výhodu, že náš vzorec bere automaticky v úvahu jalový proud, zavedeme-li do něho údaj počitače.

5. Statistická hra

Objem informací měří přesnost našich informací, neměří však shodu se skutečným stavem. (Může se stát, že opakovaná namátková kontrola zvětší přesnost našich výpovědí, založených na těchto namátkových kontrolách a současně zvětšuje chybu informace). Ďábel o tom dobře ví a láká statistika k takovéto hře: Sám smí podle své libosti naplňovat osudí bílými a černými kuličkami. Statistik má pak vytáhnout namátkou 20 kuliček[3]) a na podkladě této zkoušky uhodnout původní složení, to jest podíl q bílých kuliček[4]) v celkovém počtu všech kuliček v osudí; theoretické zdůvodnění své výpovědi q' nemusí prozradit. Od ďábla dostane pokaždé $0{,}1-(q - q')^2$ marek[5]). Je jasné, že ďábel riskuje nejvýše 10 pfenigů — ztratí tuto částku, když statistik uhodne procento bílých kuliček přesně a nemůže si být nikdy jist, že se to statistikovi nepodaří. Statistik ztratí 90 pfenigů, bude-li tvrdit, že všechny kuličky jsou bílé a ony budou všechny černé, nebo dopustí-li se obrácené chyby. Bude-li však tvrdit stále, že obě barvy jsou stejně zastoupeny, riskuje nejvýše 15 pfenigů. Toto risiko nemůže žadnou taktikou zmenšit. *J. V. Neumann* ukázal, že ve hrách „ve dvou" lze vzájemné oboustranné risiko zmenšit, považujeme-li za výsledek průměr zisků nekonečné posloupnosti her. Pak existuje nejlepší způsob hry pro jednoho hráče, a také nejlepší způsob hry pro druhého hráče. Drží-li se oba každý svého nejlepšího způsobu hry, realisují oba nejlepší výsledek, jaký jim jakákoli taktika vůbec může zaručit.

V našem případě může ďábel volit v každé hře jiné složení osudí q_n. Také statistik smí použít za q'_n funkce $g_n(m)$, závislé na pořadovém čísle hry, kde m je počet bílých kuliček z 20 tažených. Vzniká nyní otázka, které posloupnosti $\{q_n\}$ resp. $\{g_n(m)\}$ jsou ve smyslu Neumannovy věty nejlepší. Domníváme se, že nejlepší posloupnost $\{q_n\}$ je ta, která je stejnoměrně rozdělena v intervalu $< 0, 1 >$. Posloupnost $\{g_n(m)\}$ je podle našeho

[3]) Kuličky se vytahují po jedné; každá kulička se po vytažení vrací do osudí.

[4]) q je poměr počtu bílých kuliček a všech kuliček v osudí.

[5]) Je-li hodnota výrazu $0{,}1 - (q - q')^2$ záporná, znamená to, že statistik takovou částku ďáblu platí.

mínění nejlepší, je-li nezávislá na n a rovna $(m + 1)/22$. Toto řešení by však neznamenalo nic jiného, než realisaci *Bayesova* postulátu se strany ďábla a se strany statistika přijetí *Bayesových* pravidel. Kdyby se tato domněnka ukázala správnou, byla by pozoruhodným potvrzením Bayesovy theorie moderní theorií her „ve dvou". Brali jsme zde kvadratický odhad $(q - q')^2$ chyby, vzniklé nesprávným určením složení osudí. Domníváme se, že tento předpoklad není jen postačující, ale také nutný.[6])

6. Koeficient bezpečnosti

Nosnost trámu můžeme pokládat za náhodnou proměnnou (*W. Wierzbicki* a jiní); je to účelnější, než pokládat ji za konstantu. Zatížení trámu naproti tomu je lépe pokládat za proměnnou, jejíž distribuční funkce je známa. Pak je snadné určit rozměry trámu tak, aby očekávaná doba od začátku zatížení po zlomení trámu byla rovna předem dané době, na příklad 200 let. Čím větší je daná doba, tím větší je hospodářská hodnota trámu, zároveň však jsou tím větší pořizovací náklady. Propočítáme-li trám tak, že rozdíl mezi hodnotou a pořizovacími náklady je maximální, odpověděli jsme na otázku, jaký je v tomto případě tak zvaný koeficient bezpečnosti. Námitka, že se tu nepřihlíželo k důležitým okolnostem, na příklad k bezpečnosti člověka, je sotva podstatná. Kdybychom tuto námitku uznali a hospodářskou hodnotu lidského života vzali nekonečně velkou, došli bychom k absurdnímu požadavku, aby se pro stavbu obydlí používalo nekonečně drahých trámů, kdybychom pak hodnotili lidský život podle pojišťovacích zásad, lze výše naznačené theorie použít, i když je po technické stránce velmi složitá. Ponecháme ji jako příklad v jiném problému.

Jak velká musí být namátková kontrola, aby se na jejím podkladě zásilka převzala nebo odmítla? Otázku zodpovídají normovací nařízení. Zkoumáme-li však zdůvodnění těchto nařízení, najdeme ničím nepodložené číslo, zvané „bezpečnostní hladina" (*confidence level*), které je asi 95 % nebo 99 %. Někdy se ponechává praktikovi, aby je určil. To však je totéž, jako odpovíme-li na otázku otázkou.

Rozsah namátkové kontroly můžeme však určit podle týchž principů, podle nichž se určuje tloušťka trámu: stanovíme minimum součtu výdajů na zkoušku plus hodnotu očekávané škody. Přitom slovem „škoda" rozumíme případnou hospodářskou ztrátu, která vznikne rozhodnutím dodávku převzít. V případě, že dodávka se přijímá vždy, avšak cena dodávaného materiálu se určuje úměrně hodnotě kontrolovaných kusů, vede tato methoda ke vzorci, v němž rozsah namátkové kontroly je úměrný hodnotě dodávky umocněné na 2/3. V běžné praxi tu však vznikají ekonomicko-theoretické pochybnosti. Ukážeme proto v dalším na jiné možnosti.

7. Dimensionální analysa

Ve fysice platí zásada, že všechny zákony nutno vyjadřovat vzorci, v nichž additivní veličiny musí být téhož fysikálního rozměru. Perioda T kyvu kyvadla závisí nějakým způsobem na jeho délce L, na jeho hmotě M, na tíhovém zrychlení g, na počáteční výchylce A, po případě na jiných parametrech p, q, r, s, ... Uvedený princip ukazuje, že hmota M se ve vzorci nemůže vyskytovat, dále že délka kyvadla a tíhové zrychlení se ve vzorci musí vyskytovat ve spojení $\sqrt{\frac{L}{g}}$ tak, že musí platit

$$T = f(A, p, q, r, s, \ldots) \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}.$$

[6]) Mezitím se ukázalo, že domněnka není správná s výjimkou toho, že $g_n(m)$ je nezávislé na n (poznámka autorova při korektuře dne 27. X. 1955).
(Týká se originálu pojednání. *Pozn. překl.*)

Víme-li předem, že kromě L, M, g a A neovlivňují kyv žádné jiné parametry, je problém řešen až na neznámou funkci $f(A)$, kterou lze určit experimentálně na jednom kyvadle.

Dr Drobot navrhl zkoumat statistické otázky, jako uvedený problém namátkové kontroly nebo koeficientu bezpečnosti, pomocí dimensionální analysy. Methoda má tu výhodu, že odpadají pravděpodobnostní theoretické obtíže (v případě kyvadla na příklad není nutný dynamický závěr). Zato musí být stanoven koeficient, jímž zase statistika dojde svého práva. Poněvadž pak tímto koeficientem je nejčastěji funkce jedné proměnné, je empiricko-statistické určení celkem snadné. Za nevýhodu je třeba naproti tomu označit, že nemůžeme mít jistotu, že pracujeme s úplným počtem podstatných parametrů. Stojí za námahu tuto otázku objasnit.

8. Pragmatický princip

Navrhuji tento název pro prastarý soud, který vyjadřuje spravedlivé rozdělení otcovského dědictví pozemku mezi dva syny radou: „Starší nechť dělí, mladší nechť volí!" Tak jsou obě strany chráněny před vzájemným ošizením.

Táž myšlenka vede nyní k této praktické hře: Hodnotu dodávky můžeme určit součinem $\frac{N}{n}$ krát hodnota n kusů zásilky vybraných pro namátkovou kontrolu. N je počet kusů v celé zásilce, kusy vybrané pro namátkovou kontrolu budou hodnoceny podle jednoznačně dohodnutých kriterií. Hra začíná tím, že dodavatel požaduje jistou cenu. Zákazník buď zaplatí nebo musí provést namátkovou kontrolu na své útraty. Výsledek je závazný sice pro něho, nikoli však pro dodavatele, který sám má právo provést novou namátkovou kontrolu, ovšem na své útraty. Nový odhad musí brát v úvahu celkovou zkoušku. Tato hra netrvá věčně, neboť obě strany nahlédnou po nějakém tahání, že výdaje na případnou další kontrolu již překročí eventuální zisk. Je nyní nasnadě otázka: Co má statistik poradit dodavateli a co zákazníkovi? Není to však tato otázka, co nás zajímá, nýbrž fakt, že právě popsaný postup úplně řeší problém statistické kontroly zboží při prodeji a koupi s hlediska normativních nařízení nebo s hlediska nějakého mezinárodního obchodního úřadu, a to tak, že ponechává oběma stranám na vůli, aby si dohodly rozsah kontroly, a to způsobem, v němž se hospodářského antagonismu použije k tomu, aby k transakci došlo, zároveň však, aby se předešlo dvěma námitkám: kontrola je příliš rozsáhlá, tedy příliš drahá, a za druhé rozsah kontroly je příliš malý, kontrola je tedy nejistá.

9. Neúplná indukce

Denní život dává stále na pořad otázku koeficientu bezpečnosti tím, že požaduje na nás, abychom rozhodovali na podkladě neúplné indukce. Jak často si musíme popálit prsty, abychom poznali, že žhavé železo má vždy tento účinek? Jak velká musí být namátková zkouška v tomto a v jiných případech? Odpověď musíme hledat v theorii podmíněných reflexů. Při jistých drážděních potřebuje zvíře (nebo člověk) více pokusů, při jiných méně, aby se vypracoval příslušný reflex. Počet těchto pokusů závisí na biologickém druhu a na jiných činitelích. Avšak jak víme, že mechanismus šedé kůry mozkové je seřízen na správné n? Pro to máme přirozené kriterium: právě existenci druhu. Je-li mozek zvířete seřízen na n příliš malé, vypracuje příliš mnoho reflexů a dostane se brzy do situace, kdy tyto reflexy budou vyvolávat protichůdná jednání; žádné jednání nebude důsledně dokončeno, a to znamená zánik zvířete. Jestliže naopak zvíře musí mít příliš mnoho zkušeností, než se v jeho mozku upevní potřebné reflexy, zahyne dříve, než se bude moci přizpůsobit prostředí. Existence druhu je důkaz, že jeho individua rozřešila správně problém indukce.

V předcházejících odstavcích jsme se pokusili ukázat, že jisté problémy hospodářského významu nutně vedou k hospodářskému vymezení koeficientu bezpečnosti. Nyní tvrdíme, že problémy animálního života se řeší automaticky, neboť prostředí vrylo u všech existujících druhů do mozku správné *n*. Kde se to nepodařilo, zničil okolní svět svědky své nedokonalosti.

Tyto úvahy vyúsťují v závěr, že v ryze theoretických problémech nemá otázka správné bezpečnostní hladiny smyslu: ryzí duch, který hledá pravdu pro pravdu samu, zodpoví tuto otázku pro jiné, ne však pro sebe. A žádná matematika mu nepomůže překonat tento paradox.

Přeložili F. Fabian, R. Mikulaschková, J. Veselka.