

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

## Recense

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 2 (1957), No. 1, 133--135

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/137153>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1957

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

# RECENZE

WĘGRZYN STEFAN

## RACHUNEK OPERATOROWY W ZASTOSOWANIU DO OBLICZENIA PRZEBIEGÓW NIEUSTALONYCH W OBWODACH ELEKTRYCZNYCH O STAŁYCH SKUPIONYCH

(Operátorový počet a jeho aplikace na výpočet přechodových jevů v elektrických obvodech se soustředěnými parametry)

1. vydání, Państwowe wydawnictwo naukowe, Varšava 1955, 180 stran, 88 obr., tab. lit., cena 13 zł.

Kniha byla schválena ministerstvem vysokých škol jako učební pomůcka. Její pedagogické zaměření je zřejmé i z celkového jejího uspořádání.

První tři kapitoly jsou věnovány jednak výkladu nejzákladnějších vlastností přímé i inverzní Carsonovy-Laplaceovy (Wagnerovy-Laplaceovy) transformace, jednak výkladu základních zákonů teorie obvodů v obrazovém tvaru. Počínaje čtvrtou kapitolou, leží těžiště každé kapitoly ve vypočítaných příkladech, jimž je vždy předeslán obecný výklad té které metody. Touto formou jsou probrány i některé podrobnější vlastnosti Carsonovy-Laplaceovy transformace v kapitole VI. a VII.

V *prvé kapitole* následuje po stručném výpočtu přednosti Carsonovy-Laplaceovy transformace oproti klasickým metodám výklad principu metody Carsonovy-Laplaceovy transformace. Přitom autor nazývá funkci  $f_L(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt$  operátorovou funkcí, což není správné, neboť vzhledem k výše uvedenému vztahu není  $p$  operátorem, nýbrž komplexní proměnnou. Autor též v dalším interpretuje funkci  $f_L(p)$  skutečně jako funkci komplexní proměnné a ne jako operátor. Je nutno přesně rozlišovat mezi operátorovým počtem a Laplaceovou transformací (Carsonovou-Laplaceovou transformací). Vzhledem k použité metodě by měl autor správně používat termínů originál, obraz, a ne časová funkce, operátorová funkce a v názvu knihy by se rovněž mělo mluvit o Laplaceově transformaci a ne o operátorovém počtu.

V druhé části *prvé kapitoly* jsou vyloženy základní věty Carsonovy-Laplaceovy transformace: věta o linearitě, věty o obrazu derivace a integrálu originálu a vypočteny obrazy nejběžnějších funkcí. Výklad je dostatečně jasný a v jednotlivých větách jsou formulovány

přesné předpoklady. V závěru kapitoly je podán heuristický výklad Diracovy  $\delta$ -funkce, opírající se o fyzikální představy, při čemž autor, pokud jde o konkrétnější výklad, odkazuje na literaturu. Podrobnější vlastnosti Carsonovy-Laplaceovy transformace, mající význam při studiu některých hlubších problémů, jsou uvedeny až v kapitolách VI. a VII.

V *druhé kapitole* jsou odvozeny obrazy diferenciálních rovnic, popisujících přechodové zjevy v obvodech, při čemž autor postupuje tak, že nejprve odvozuje vztahy mezi obrazy proudu a napětí na základních prvcích obvodů — odporu, cívce a kondensátoru — a to i za nulových počátečních podmínek. Přitom věnuje velkou pozornost správné orientaci proudu a napětí, zvláště při vzájemné indukčnosti cívek. V dalším výkladu je zaveden pojem obrazové impedance a obrazové admittance a odvozeny tvary obou Kirchhoffových zákonů pro obrazové proudy a napětí, a to jak při nulových, tak i při nulových počátečních podmínkách. Je ukázáno, že při počátečních podmínkách nulových platí pro počítání s obrazovými impedancemi resp. admittancemi tytéž zákony jako v symbolické Steinmetzově počtu. V závěru kapitoly jsou odvozeny metoda smyčkových proudů a metoda uzlových napětí pro obrazy proudů, resp. pro obrazy napětí.

*Třetí kapitola* je věnována metodám výpočtu originálu, je-li obraz racionální funkce lomená. Přitom je ukázáno, že na obrazy tohoto tvaru vedou případy, kdy průběh napětí resp. proudu na vstupu je buď konstantní nebo lineární, resp. harmonický, resp. exponenciální, což jsou, s výjimkou neharmonických periodických funkcí, takřka jediné případy vyskytující se v praxi. Výklad je podán stručnou a velmi jasnou formou. Postrádal jsem snad jen upozornění na úpravu, kdy jmenovatel má jednoduché, resp. násobné komplexní kořeny. Odvozených výsledků se v dalším textu soustavně používá.

Ve čtvrté kapitole jsou řešeny obvody, na jejichž vstup je přiloženo konstantní napětí. Výběr příkladů se mi ve srovnání s analogickou literaturou zdá velmi zajímavý. Kromě běžných případů řeší autor i impulsní obvody (obvody, jejichž impedance má v nekonečnu nulový bod prvního řádu) a případy vypnutí, resp. zapnutí jednoho z parametrů obvodu. V závěru kapitoly je vyšetřován  $n$ -stupňový zesilovač o stejných stupních, jehož řešení vede na Laguerovy polynomy. Všechny příklady jsou důsledně řešeny stejným způsobem, při čemž se autor opírá o vzorce kapitoly III resp. o tabulky Carsonovy-Laplaceovy transformace. Důsledné zachování stejné metody řešení podstatně přispívá k osvojení a upevnění metody u čtenáře. V souvislosti s řešením příkladů zavádí autor pojem přechodné vodivosti (obvyklým způsobem) a pojmy ustáleného a přechodného proudu. Autorem zavedené pojmy ustáleného a přechodného proudu jsou správné jen pro dissipativní systémy. Bylo by správné tento předpoklad v textu explicitně uvést. To se týká i používání těchto pojmů v dalších kapitolách.

V páté kapitole jsou řešeny obvody, na jejichž vstup je přiváděno harmonické napětí. Autor udává pro řešení takových obvodů dvě metody: „metodu přímého použití Carsonovy-Laplaceovy transformace“ a „metodu dvou ustálených stavů“.

Výklad první metody se snaží autor co nejvíce přiblížit symbolické Steinmetzově metodě, a proto postupuje originálním a neobvyklým způsobem. Doplní totiž danou diferenciální rovnici známým způsobem na symbolickou rovnici pro komplexní funkci reálné proměnné  $I(t)$  a teprve tuto symbolickou rovnici řeší pomocí Carsonovy-Laplaceovy transformace. Z jejího řešení pak známým způsobem pomocí reálné nebo imaginární části odvozuje řešení  $I(t)$ . Tento způsob mu umožňuje ukázat některé formální analogie se symbolickou metodou na jedné straně a se vzorci kapitoly IV. na straně druhé. Výklad metody je doplněn řešením řady obvodů, většinou přejatých z kapitoly IV.

Druhá metoda je původním výsledkem autorovým (viz *Archivum Elektr.*, sv. III (1954), 4, str. 483—489). Metoda spočívá v tom, že si účinek napětí  $E(t)$  na pasivní lineární obvod za nulových počátečních podmínek představíme jako účinek vypnutí jednoho ze dvou generátorů napětí o napětích  $E_1(t) = E(t)$  a  $E_2(t) = -E(t)$ . Přitom předpokládáme, že oba generátory byly v obvodě zapnuty dostatečně dlouho, takže se všechny děje ustálily. Najdeme tedy ustálenou složku řešení jako účinek generátoru napětí  $E_1 = E$  v ustáleném stavu (toto ustálené řešení se snadno najde symbolickou metodou). Přechodnou složku najdeme jako účinek vypnutí generátoru napětí  $E_2 = -E$ , t. j. řešení diferenciální

rovnice při určitých počátečních podmínkách. Autor dokazuje svoji metodu fyzikálními úvahami a dovozuje, že hledané počáteční podmínky najdeme z ustálené složky pro  $t = 0$ .

Druhá metoda dává v případě harmonického napětí velmi dobré výsledky a vede značně rychleji k cíli než metoda první. Výklad je doprovázen řešením obvodů vyšetřovaných již dříve v kapitole IV. pod konstantním napětím. Řešení se provádí vždy oběma metodami, což čtenáři umožňuje, aby srovnal efektivnost obou metod. Závěrečná část kapitoly je věnována řešení přechodných jevů v trojfázových systémech buzených střídavým proudem.

Kapitola šestá je věnována řešení obvodů, na jejichž vstup je přiloženo napětí libovolného průběhu. Autor vyšetřuje nejprve v praxi nejdůležitější případ neharmonického periodického průběhu napětí a používá k řešení své „metody dvou ustálených stavů“. Efektivnost autorovy metody při neharmonickém periodickém průběhu je podstatně nižší než pro harmonické průběhy. Obtíž spočívá ve stanovení ustálené, t. j. periodické s toutéž periodou, složky řešení. Praktický význam má především stanovení této složky v uzavřeném tvaru. Ale to se autorovi daří jen v některých nejjednodušších případech využíváním spojitosti proudů, resp. napětí. Ve složitějších případech používá autor symbolické metody, která ovšem dává ustálené řešení ve tvaru Fourierovy řady, což je v některých případech nevhodné a může vést k velkým obtížím při stanovení počátečních podmínek pro přechodnou složku (sumace nekonečných řad). Kromě toho lze této metody použít jen při nulových počátečních podmínkách. Metody je použito k vyšetřování některých obvodů, které byly vyšetřovány již v kapitolách IV. a V.

Druhá část kapitoly je věnována větě o konvoluci a Duhamelově integrálu, který je přímým důsledkem této věty. Důkaz věty o konvoluci, který bývá v mnohých učebnicích kamenem úrazu, je autorem podán velmi jasně a stručně oproti důkazu běžnému v literatuře. Autor se též zabývá přibližnou fyzikální realizací konvoluce a odvozuje pomocí Duhamelova integrálu zobecněné vzorce, analogické vzorcům kapitol IV. a V. Jako příklady jsou opět vyšetřovány obvody z kapitoly IV. a V., na jejichž vstup je přiváděno lineární napětí (s podobným napětím se setkáme u generátorů časové základny katodových oscilografů). K řešení je použito jednak přímo Carsonovy-Laplaceovy transformace (vzorci kapitoly III.), jednak Duhamelova integrálu. Autor správně podotýká, že použití konvoluce a Duhamelova integrálu má význam především pro theoretické úvahy, zatímco v praktických výpočtech při analytickém daném vstupním napětí je výhodnější přímé použití Carsonovy-Laplaceovy transformace (konvoluce a Duhamelův

integrál totiž vedou k zbytečným výpočtům integrálů).

V závěrečné *sedmé kapitole* jsou probrány některé podrobnější vlastnosti Carsonovy-Laplaceovy transformace: věta o translaci v časové rovině, věta o substituci v časové rovině, věta o translaci v komplexní rovině a věty o limitách. Ve všech větách jsou formulovány přesné předpoklady a až na poslední jsou i dokázány. Postrádal jsem zde však některé důležité věty o derivaci v komplexní rovině a především věty o obrazu periodické funkce a obrazu impulsu konečné délky. Vyšetřování těchto funkcí má pro aplikace prvohadou důležitost

a nemělo by v knize podobného zaměření rozhodně chybět. Zařazení této partie by též do značné míry odstranilo potíže v kapitole VI. při vyšetřování periodicky buzených obvodů.

Celá knížka je psána jasnou a srozumitelnou formou se zaměřením na čtenáře technika. Knižky mohou s úspěchem použít ti, kdož si hodlají osvojit metodu Carsonovy-Laplaceovy transformace. Ale knížka může sloužit s úspěchem jako příručka i pokročilému čtenáři, který v ní najde přesné formulace vět a řadu vypočtených příkladů. *Oldřich Koniček*