Miroslav Mleziva

K teorii konečných automatů (neuronových sítí)

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 5 (1960), No. 6, 643--668

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/137082

uvedených otázek prostředky finitismu nestačí, lze tyto otázky formulovat v rámci finitismu.[5])

Z uvedeného vyplývá, že na bezespornost některých formalismů lze soudit jen z existence skutečných modelů, jež tyto formalismy representují. Jinak řečeno řešení problému bezespornosti vyžaduje opět metody interpretací. Avšak obsah formalismů popisujících části teorie množin potřebuje sám, jak jsme se již několikrát o tom zmínili, postavit na pevné základy. Pro nedostatek ničeho vhodnějšího se používá interpretací tvořených pomocí teorie množin ke studiu formalismu. Takovým úvahám je často připisován přívlastek „naivní". Zcela vyhovujícího řešení otázek základů matematiky touto cestou dosáhnout nelze. Zde se naráží na podstatné obtíže. Obsah formalismu nemusí nutně souviset s teorií množin. Kritický rozbor základu teorie množin vedl k jiným interpretacím formalismů, které se již neopírají o pochybné prvky teorie množin.

Dá se očekávat, že formalismy, na jejichž bezespornost soudíme z obsahu, který representují, tvoří soubor neobsahující sice všechny bezesporné formalismy, ale že bezespornost libovolného formalismu lze redukovat na bezespornost formalismů tohoto souboru prostředky Hilbertova finitismu.

Nové myšlenky, vzniklé při zkoumání základů matematiky, se rozvíjely tak, že, jak se to často stává, překročily okruh původních problémů. Daly vznik principiálně novým pojmům a metodám, jež se dnes používají při řešení otázek, které již nesouvisejí pouze se zkoumáním základů matematiky. Aparátu matematické logiky se dnes používá ve výpočtové technice, v technice sdělování a při konstrukci složitých automatických zařízení.

Přeložil Jiří Fábera

K TEORII KONEČNÝCH AUTOMATŮ (NEURONOVÝCH SÍTÍ)

MIROSLAV MLEZIVA

1. Teorie automatů

Teorie konečných automatů, také někdy zvaná teorií neuronových sítí, je velmi mladá disciplína, považovaná obecně za velmi důležitou součást kybernetiky. Základní myšlenky této teorie byly vysloveny poprvé McCullochem a Pittsem, kteří ukázali, že určitým způsobem idealisovaná nervová soustava může být studována prostředky jedné z disciplín symbolické logiky — výrokového kalkulu [1]. Ze zahraničních autorů, rozvíjejících dále tuto teorii, uvedeme alespoň tři: Kleeneho [2], von Neumanna [3] a Medveděva [4]. U nás se objevily zatím dvě práce tohoto charakteru: L. Riegera [5] a F. Svobody [6]. Ve všech těchto pracích vystupuje teorie automatů jako disciplína studující naprosto abstraktně pojaté automatické soustavy sestavené z jednoduchých prvků (konkrétní interpretací těchto soustav mohou být

[5]) Viz také Karl Schröter, *Dosah a hranice axiomatické metody*, v tomto časopise, III (1958), č. 3. *Pozn. překl.*

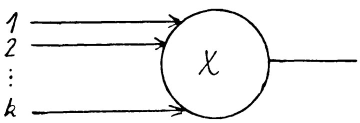
stejně dobře idealizované nervové soustavy jako různé technické a jiné soustavy). Na mimořádný význam této teorie poukázal např. vynikající představitel sovětské kybernetiky A. A. Ljapunov tím, že ji zařadil mezi hlavní úkoly kybernetiky, hned vedle teorie informací a teorie algoritmů ([7] str. 128)[1]).

Automatem ve smyslu uvedené teorie je nazývána libovolná soustava s konečným počtem nějakých *vstupů* a konečným počtem *výstupů*; vstupy a výstupy se mohou nacházet buď ve stavu *excitace* (na vstupu nebo výstupu je impuls, o jehož povaze se nic nepředpokládá), nebo *neexcitace* (bez impulsů), podle zásady „vše nebo nic"; zásadně se předpokládá funkční závislost stavů výstupů na stavech vstupů. Kromě toho je automat charakterisován určitým *zpožděním*, tj. časem potřebným k tomu, aby výstupy reagovaly na příslušné stavy vstupů. Čas bývá při tom chápán diskrétně.

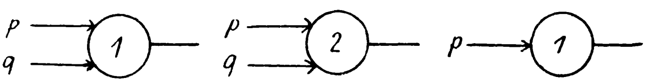
Studium těchto automatů se obvykle omezuje na automaty s jedním výstupem, neboť vícevýstupové automaty lze v jistém smyslu redukovat na jednovýstupové.

Způsob, jakým je pojem automatu definován, ukazuje na to, že automaty jsou určitými „realisacemi" funkcí, jejichž hodnoty i hodnoty argumentů probíhají pouze množinou dvou prvků. Takovými funkcemi jsou funkce, které jsou předmětem studia dvouhodnotové výrokové logiky. V tom je třeba spatřovat důvod, pro teorie automatů využívá aparátu výrokové logiky.[2])

Automaty vystupují v teorii automatů jako abstraktní schémata, složená ze základních prvků (elementů), jejichž obecný tvar, alespoň pokud jde o elementy s jedním výstupem, je ukázán na obr. 1. V tomto schématu je k libovolné přirozené číslo a x je přirozeén číslo, určující, kolik vstupů musí být současně v čase t excitováno, aby byl excitován výstup v čase $t + 1$ (v jisté analogii s neurofyziologií se nazývá toto číslo *prahovým číslem*). Příklady elementů automatů jsou schémata na obr. 2. Výstup prvního z těchto tří automatů je excitován v čase t přesně tehdy, je-li alespoň jeden z jeho vstupů excitován v čase $t - 1$. U druhého automatu je nutnou podmínkou excitace výstupu v čase t excitace obou vstupů v čase $t - 1$. Výstup třetího automatu bude excitován v čase t přesně tehdy, je-li excitován vstup



Obr. 1.



Obr. 2.

v čase $t - 1$. O prvním automatu říkáme, že *realisuje disjunkci* $p \vee q$, která je pravdivá přesně tehdy, je-li alespoň jeden z argumentů p, q pravdivý. Druhý *realizuje konjunkci* p & q. Třetí automat *realizuje* tzv. *aserci* $+ p$, což

[1]) A. N. Kolmogorov ovšem poukázal na to, že Ljapunovovo pojetí kybernetiky je pravděpodobně poněkud úzké ([7] str. 159).

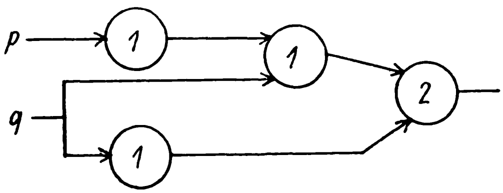
[2]) V tomto ohledu je historicky předchůdcem teorie automatů teorie reléových schémat. Na možnost využití výrokové logiky v této teorii poukázal již v r. 1910 ruský fyzik P. S. Erenfest. V r. 1938 podal pak sovětský fyzik V. I. Šestakov přesný důkaz této aplikability.

je funkce, která má vždy stejnou hodnotu jako její argument p. Protože však i tento automat zpožďuje impuls o jednu jednotku času, užívá se tohoto elementu někdy jako *jednotkového zpožďovače.*

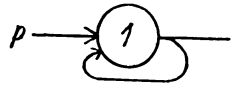
Často bývá funkce těchto elementů zapisována formulemi, v nichž je dbáno aspektu času (viz např. Kleene [2]):

$$A_1(t) \equiv p(t-1) \vee q(t-1) \quad A_2(t) \equiv p(t-1) \,\&\, q(t-1)$$
$$A_3(t) \equiv p(t-1) \,.$$

Takovéto elementy slouží jako stavební materiál při konstrukci složitějších automatů. Konstrukce spočívá ve spojování vstupů jedněch automatů s vý-



Obr. 3.



Obr. 4.

stupy druhých automatů, při němž je nutno dbát zásady, že k jednomu vstupu automatu smí být připojen pouze jeden automat (resp. jeden vstup). Jeden výstup ovšem může být připojen k více vstupům. Schéma na obr. 3 představuje takový složený automat. Tento automat je charakterisován formulí:

$$A(t) \equiv p(t-3) \vee q(t-2) \,\&\, q(t-2) \,.$$

Je zjevné, že lze takto logickou symbolikou popsat strukturu libovolně složitého automatu (v uvedeném smyslu), přičemž použité formule vyjadřují chování automatu v čase.

(Nezmínili jsme se dosud o tom, že bývá někdy užíváno elementů, které mohou obsahovat buď vstupy nebo výstupy s tzv. *tlumícím zakončením.* Toto zakončení způsobuje, že element, do něhož „tlumící zakončení" vstupuje, je utlumen — jeho excitovatelnost je přerušena — jestliže je vstup „s tlumícím zakončením" excitován. O těchto elementech bude zmínka na konci článku.)

Teorie automatů bývá obvykle vykládána ve dvou částech, z nichž první pojednává o automatech, jak byly dosud vylíčeny (automaty bez cyklů) a druhá o tzv. *automatech s cykly.* Jednoduchým automatem s cyklem je na příklad automat na obr. 4. Cykl na elementu (realizujícím aserci) způsobuje že byl-li jednou vstup excitován v nějakém okamžiku t, je výstup excitován v libovolném následujícím okamžiku. Cykl na automatu bývá často interpretován jako složka imitující „krátkodobou paměť", což je v jisté shodě s poznatkem neurofyziologie, že krátkodobá paměť bývá způsobována cirkulací nervových impulsů. Předpokládejme, že automat uvedený na obr. 4 má konečnou „minulost", tj. že existuje začátek jeho možné činnosti n takový, že $n \leqslant t$ a n je konečně vzdáleno od t. Dále předpokládejme, že před okamžikem n byl celý automat v klidu, tj. žádná jeho část nebyla excitována (obojí budeme předpokládat u všech dále zkoumaných automatů). Za těchto okolností lze vyjádřit činnost automatu formulí:

$$A(t) \equiv \sum_x p(x)$$

přičemž x označuje libovolný časový okamžik z minulosti automatu, pro který platí $n \leqslant x < t$ a znak „$\sum_x$" znamená obrat „Existuje x takové, že...".

Teorie automatů zkoumá různé aspekty a vlastnosti takto konstruovaných automatů, různé způsoby vyjadřování jejich činnosti, možnosti jejich činnosti, problémy činnosti s minimálním počtem „chyb", způsoby konstrukce minimálních (co do složitosti) schémat atd.

2. Vztah teorie automatů k různým konkrétním disciplínám

Jak již bylo zdůrazněno, je teorie automatů abstraktní teorií, kladoucí na předměty svého zkoumání minimální požadavky. Nepředpokládá se nic o reálné konstrukci automatů ani o kvalitě impulsů; pouze je abstraktně charakterizováno jejich chování jako funkce, jejíž hodnoty stejně jako hodnoty argumentů mohou nabývat dvou hodnot.

Tato abstraktnost dovoluje vztáhnout výsledky teorie automatů na problémy mnohých konkrétních disciplín, jejichž předměty zkoumání vyhovují v nějakém ohledu takto popsanému chování. Tyto disciplíny pak představují *modely*[3]) (interpretace) teorie automatů.

Takovými disciplínami jsou například: teorie reléových kontaktních schémat [8] a některých dalších elektrických zařízení, analýza a syntéza různých elektronických sítí (zejména elektronických sítí počítacích strojů [9]), teorie určitých hydraulických zařízení, pracujících na principu „otevřeno" — „zavřeno", teorie idealizovaných neuronových sítí [1] apod. Podle toho, jakou interpretaci teorie automatů máme na mysli, lze chápat základní elementy automatů jako relé, elektronku, idealizovaný neuron atd. (některé příklady těchto různých interpretací prvků automatů jsou popsány v práci L. Riegera [5]).

Tato práce podává určitou variantu logické charakteristiky činnosti automatů. Je zaveden způsob popisu automatů formulemi, který je poněkud odlišný od dosavadních způsobů a důsledně se uplatňuje tabulková (maticová) metoda popisu činnosti automatů *v čase*, jak pokud jde o automaty bez cyklů, tak i pro automaty s cykly. Ukazuje se, že uvedenou tabulkovou metodou lze popsat automaty bez cyklů a automaty s jedním nebo více nezávislými cykly. Pokud jde o automaty s více závislými cykly, není autorovi dosud znám obecný princip aplikace této metody; pouze v určitém zjednodušení. Zdá se však, že není zásadních potíží pro aplikaci této metody i u automatů s více závislými cykly.

Způsob výkladu nemá charakter přísně budované teorie s nezbytným technickým operátem a přesnými důkazy; možnosti poměrně krátkého článku připouštějí spíše výklad na příkladech s neúplnou argumentací.

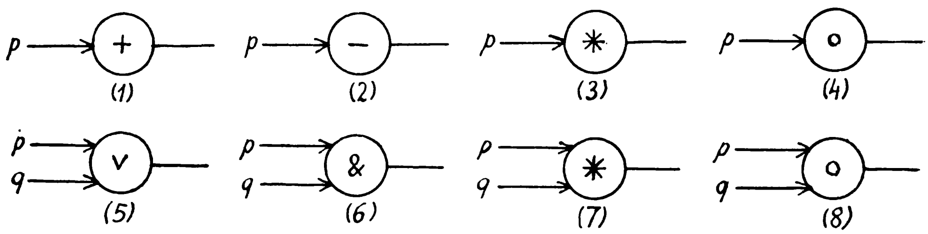
3. Některá základní ustanovení

Především stanovíme, které elementy budeme považovat za základní při konstrukci automatů a jak je budeme označovat. Na rozdíl od výše uvedeného (dosud jsme se drželi označování zavedeného v citovaných pracích) budeme *druh* elementu vyznačovat místo „prahovým číslem" (což lze užít pouze u některých elementů) symbolem logické funkce, kterou element realizuje:

---

[3]) Slova „model" je zde užito ve smyslu teorie modelů matematické logiky, kde slovo model znamená interpretaci určité abstraktní disciplíny.

Elementy na obr. 5 realizují tyto funkce: 1. — *aserci*, 2. — *negaci*, 3. — jednoargumentovou funkci „*verum*", 4. — jednoargumentovou funkci „*falsum*", 5. — *disjunkci*, 6. — *konjunkci*, 7. — dvouargumentovou funkci „*verum*", 8. — dvouargumentovou funkci „*falsum*". Logické funkce, realizované uvedenými elementy, jsou takto tabulkově charakterisovány (pravdivost „1" odpovídá stavu „excitace", nepravdivost „0" stavu „neexcitace"):



Obr. 5.

Tab. 1.

Jednoargumentové:

p	$+p$	$-p$	$*p$	$\circ p$
1	1	0	1	0
0	0	1	1	0

Dvouargumentové:

$p\,q$	$p \vee q$	$p \,\&\, q$	$p * q$	$p \circ q$
11	1	1	1	0
10	1	0	1	0
01	1	0	1	0
00	0	0	1	0

Z těchto automatů lze sestavovat složitější automaty. Každému takto utvořenému automatu je přiřazena jediná formule výrokové logiky, která charakterisuje jeho „chování". Pro formule výrokové logiky umíme sestavit tabulky, které můžeme interpretovat jako tabulky stanovící chování automatů. Takto se postupuje na příklad v teorii reléových schémat, při syntéze elektronických schémat pro počítače [9] atd.

Tímto způsobem logicky popsané chování automatů má ovšem tu nevýhodu, že nepostihuje časové závislosti v chování automatů. Tato nevýhoda se projeví, jakmile chápeme automaty jako pracující v čase a chceme vyjádřit jejich chování tabulkami obyčejné výrokové logiky.

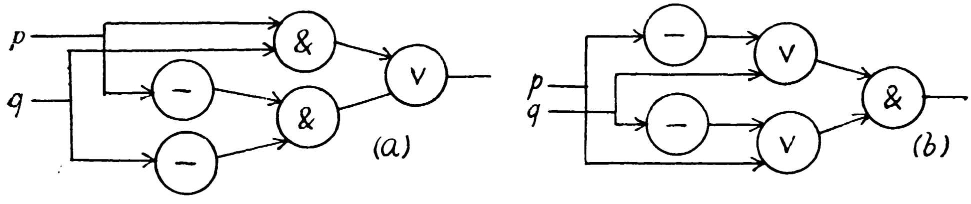
Označme nejprve (diskrétní) časovou škálu tak, že vybraný okamžik, vzhledem k němuž chování automatu zkoumáme, označíme 0 (např. „přítomný okamžik“); okamžiky směrem do minulosti označme pak 1, 2, 3, 4, ..., n. Tedy škála vypadá takto:

$$\overleftarrow{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, n} \quad .$$

(toto označení je nezvyklé, ale má zde výhody pro jednoduchost výkladu; stejně dobře bychom mohli označovat okamžiky času jinak).

4. Automaty v čase. A — formule

Zkoumejme nyní tyto dva automaty (obr. 6):



Obr. 6.

Popisujeme-li je funkcemi obvyklé výrokové logiky, odpovídají jim tyto formule:

$$\text{a)} \quad (p \,\&\, q) \vee (-p \,\&\, -q) \qquad \text{b)} \quad (-p \vee q) \,\&\, (-q \vee p)\,.$$

Snadno lze zjistit tabulkovou metodou, že obě funkce jsou ve výrokové logice ekvivalentní. Podle toho mají mít automaty „stejné chování“. Je tomu skutečně tak, pokud abstrahujeme od času — chápeme průběh excitace (impulsu) od vstupu k výstupům jako okamžitý, bez zpoždění. Jakmile však začneme uvažovat čas, budou se oba automaty chovat různě. To lze ukázat na příklad pokusem (myšleným) s vysláním určité stejné konfigurace impulsů na vstupy: předpokládejme, že vstup p je excitován v čase 2 a není excitován v čase 3; q je excitován v čase 3 a není excitován v čase 2. Jak bude nyní vypadat chování obou automatů, za těchto stejných podmínek. Sledováním (myšlených) postupů impulsů na obou schématech zjistíme snadno, že za uvedených podmínek první automat a) nebude mít v čase 0 excitovaný výstup, zatím co druhý automat b) ano. To ukazuje, že oba automaty nejsou v čase ekvivalentní (tj. nemají stejné chování).

Na tomto případě vidíme, že obyčejná výroková logika a její tabulková metoda nestačí na charakterisaci automatů v čase.

Již v úvodní části bylo ukázáno, že teorie konečných automatů užívá k zápisu formulí, charakterisujících chování automatů, výrazů, v nichž figurují čísla (nebo proměnné čísel), označující okamžiky excitace (resp. neexcitace) vstupů a výstupů. Uplatníme zde podobný princip, pouze způsob záznamu se bude poněkud lišit.

Formule logiky výroků bývají obvykle určeny definicí, která ukazuje, jak konstruovat formule z výrokových proměnných a výrokotvorných funktorů. Budeme zde považovat za *formule výrokové logiky* jednak všechny proměnné p $q, r, s, \ldots$, jednak všechny výrazy, utvořené z proměnných a funktorů, které jsme uvedli na začátku třetí části (tato definice si nečiní nárok na přesnost; předpokládáme, že způsob tvoření formulí výrokové logiky je dostatečně znám).

Provedeme nyní tuto adaptaci formulí výrokové logiky: 1. upřesníme užívání závorek v tom smyslu, že každá komponenta formule, která není prostou proměnnou (tedy i negace, aserce a ostatní jednoargumentové funkce), musí být uzavřena do zvláštní závorky. Stejně i každá formule jako celek je ve zvláštní závorce. Je tedy nutno například psát:

$$\{(+p) \vee [-((-q) \,\&\, (-r))]\}\,.$$

Tato komplikace je nutná pro další krok adaptace. 2. Každé komponentě zkoumané formule udělíme číslo jejího řádu v rámci formule podle těchto zásad: každá formule jako celek je považována za komponentu řádu 0; jestliže nyní nějaká komponenta je řádu k, pak komponenty tvořící její bezprostřední argumenty jsou $k + 1$ řádu (přitom pod komponenty zahrnujeme i jednotlivé proměnné). Čísla řádů udělená komponentám výslovně ve formuli vypíšeme u proměnných vpravo nahoře, u ostatních komponent u pravé větve odpovídající závorky nahoře. Rozpis řádů ve formuli uváděné v bodu 1. tedy je:

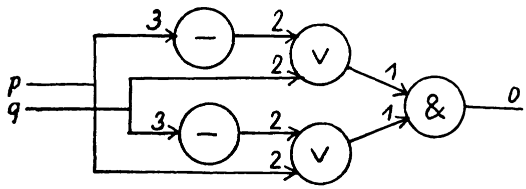
$$\{(+p^2)^1 \vee [-((-q^4)^3 \,\&\, (-r^4)^3)^2]^1\}^0\,.$$

Je jasné, že každé formuli výrokové logiky ve smyslu uvedeném výše odpovídá přesně jedna formule v této úpravě. Formule takto upravené (jak bylo popsáno v bodech 1. a 2.) budeme nazývat *A — formulemi*. Příklady A — formulí jsou:

$$p^0,\ (+p^1)^0,\ [(-p^2)^1 \,\&\, q^1]^0,\ \{(p^2 \,\&\, q^2)^1 \vee [(-p^3)^2 \,\&\, (-q^3)^2]^1\}^0\,.$$

Zkoumejme nyní časové poměry v automatech. Chceme určit stav výstupu v určitém okamžiku v závislosti na stavech vstupů v určitých okamžicích. Je-li zvolen okamžik času, v němž náš stav výstupu zajímá, zajímají nás vstupy (jejich stavy) pochopitelně pouze v okamžicích, kdy mohou stavy vstupů ovlivňovat stav výstupu ve zvoleném okamžiku. Předpokládáme-li, že budeme onen zvolený okamžik pro stav výstupu vždy brát jako okamžik 0, můžeme vždy na základě struktury automatů *jednoznačně* stanovit, v kterých okamžicích nás budou zajímat vstupy (různé vstupy nás mohou zajímat v různých okamžicích a i jeden vstup nás může zajímat v různých okamžicích). O průběhu impulsů automatem předpokládáme tuto zásadu: prostými liniemi probíhá impuls bez zpoždění; při průchodu tou částí automatu, která je ve schématu znázorněna kroužkem, se impuls zpožďuje o jednu jednotku času. Nejlépe to bude patrné na příklad automatu b) z obr. 6. Je-li 0 doba zkoumaného stavu na výstupu, připadá v úvahu doba 1 pro výstupy obou „disjunktivních elementů" a okamžik 2 pro výstupy obou „negačních elementů". Vstupy celého automatu nás budou zajímat ve dvou okamžicích: jednou nás zajímají stavy p a q v okamžiku 2 jako stavy vstupů do „disjunktivních elementů", jednou v okamžiku 3, jako stavy vstupů do „negačních elementů". Kdybychom psali čísla okamžiků, připadajících v úvahu, vždy k zakončení prostých linií v automatu, bylo by jejich rozložení takové, jak je ukázáno na obr. 7. Číslo, takto přiřazené nějakému elementu (nebo počátečnímu vstupu), budeme nazývat *zpožděním elementu* (počátečního vstupu). Obecně se řídí časové poměry v automatech tímto pravidlem: zpoždění elementu, z něhož vychází výstup celého automatu, je 0; jestliže zpoždění určitého elementu E je k, pak zpoždění elementů (počátečních vstupů), bezprostředně připojených svým výstupem k vstupům elementu E je $k + 1$.

Není nikterak obtížné zjistit, že definice zpoždění elementů v automatech, jak byla právě vyjádřena a definice řádu komponent v A — formulích, jak byla uvedena v bodě 2. při definici A — formulí, mají stejný tvar (jsou izomorfní). To lze dobře sledovat na příkladu automatu z obr. 7 a jemu odpovídající formule



Obr. 7.

$$\{[(-p^3)^2 \vee q^2]^1 \,\&\, [(-q^3)^2 \vee p^2]^1\}^0.$$

Kromě toho, co bylo právě konstatováno, je známo, že ke každé formuli výrokové logiky (neupravené) existuje jediný automat (a naopak ke každému automatu jediná formule), jehož graficko-strukturální vztahy jsou izomorfní se strukturálními vztahy této formule. To je skutečnost známá pro zvláštní případ již v teorii reléových schémat a v obecnosti předpokládaná v teorii automatů. Také zde jsme od počátku předpokládali existenci této korespondence mezi formulemi výrokové logiky a automaty.

Uvažme nyní, že úprava formulí výrokové logiky v A — formule nemění strukturální vztahy, které existovaly ve výchozích formulích výrokové logiky, ale naopak je explicitně zdůrazňuje. Právě strukturou formule jsou jednoznačně určovány řádové poměry v A — formuli.

Podobně i v automatech jsou časové vztahy jednoznačně určovány vztahy graficko-strukturálními (jak vyplývá z uvedeného vymezení časových vztahů).

Protože chování automatů (závislost stavů výstupu na stavech vstupů v čase) je určováno výhradně graficko-strukturálními a časovými vztahy automatů, smíme libovolnou A — formuli „překládat" (interpretovat v) do jazyka automatů, tj. chápat ji jako formuli „popisující chování odpovídajícího automatu". Poněkud přesněji řečeno, jsme oprávněni tvrdit, že *každá A — formule popisuje chování (v čase) přesně jednoho automatu a chování (v čase) každého automatu je popisováno přesně jednou formulí.* Formuli

$$\text{(F)} \qquad \{[(-p^3)^2 \vee q^2]^1 \,\&\, [(-q^3)^2 \vee p^2]^1\}^0$$

můžeme číst na příklad takto: automat, represenzovaný formulí (F), má excitovaný výstup v čase 0 tehdy a jen tehdy, jestliže [vstup p není excitován v čase 3 nebo vstup q je excitován v čase 2] a [vstup q není excitován v čase 3 nebo p je excitován v čase 2].

5. Tabulková metoda stanovení chování automatů (v čase)

Tabulková metoda stanovení podmínek platnosti formulí výrokové logiky, která našla své uplatnění v teorii reléových schémat a jiných disciplínách, jež jsou speciálními případy teorie konečných automatů, má tu nevýhodu, že zachycuje chování různých zařízení pouze, pokud jsou chápána jako okamžitě fungující — bez zpožďování.

Aby mohla být tabulková metoda využita i pro případ automatů chápaných v čase (se zpožděním), musí být, podobně jako předtím formule výrokové logiky, poněkud upravena.

Při této úpravě se teprve projeví změna, zavedená do formulí vyjádřením řádových čísel jednotlivých komponent; dosud se tato změna mohla jevit jako zbytečná formální komplikace (protože tyto vztahy jsou přece určeny strukturou formulí).

Jestliže se ve formulích výrokové logiky (neupravených) objevuje několik proměnných stejného tvaru, například dvakrát p ve formuli

$$p \vee - p$$

považujeme skutečně obě p za stejné proměnné a při dosazování hodnot (1 a 0) musíme vždy dosadit za obě stejné hodnoty.

Jiná situace nastává při úpravě této formule v A — formuli

$$[p^1 \vee (- p^2)^1]^0$$

a její interpretaci jako formule popisující chování určitého automatu. Tehdy chápeme proměnné s indexem jako proměnné stavů vstupu p v určitém okamžiku. Je ovšem zcela pochopitelně něco jiného proměnná stavů vstupu p v okamžiku 1 a proměnná stavů vstupu p v okamžiku 2. Vstup p může jistě nabývat v době 1 určité hodnoty a v době 2 hodnoty jiné.

Z toho jasně vidíme, že při „ohodnocování" proměnných v A — formulích musíme zásadně dbát toho, že dvě proměnné s různými řádovými (resp. časovými) indexy jsou vždy *různými* proměnnými a mohou nabývat hodnot vzájemně nezávisle (obecně — pokud není jinak řečeno). To je podstatná změna proti tomu, jak jsme udělovali hodnoty „obyčejným" formulím výrokové logiky. V tom také spočívá celá změna tabulkové metody, která je potřebná pro její aplikaci na A — formule.

Uvedeme nejprve A — tabulky pro základní formule, charakterisující chování základních elementů, jak byly uvedeny na začátku 3. části (tab. 2.).

Tab. 2.

p^1	$(+p^1)^0$	$(-p^1)^0$	$(*p^1)^0$	$(\mathrm{o}p^1)^0$
1	1	0	1	0
0	0	1	1	0

p^1q^1	$(p^1 \vee q^1)^0$	$(p^1 \,\&\, q^1)^0$	$(p^1 * q^1)^0$	$(p^1 \mathrm{o}\, q^1)^0$
11	1	1	1	0
10	1	0	1	0
01	1	0	1	0
00	0	0	1	0

Vidíme, že zde nenastala žádná podstatná změna oproti tabulkám dříve uvedeným. To proto, že v žádné zde zkoumané A — formuli nevystupují proměnné stavů téhož vstupu v různých časech. S takovým případem se setkáme, prozkoumáme-li pomocí těchto tabulek A — formule, reprezentující chování automatů uvedených na začátku 4. části. Vycházeje z ohodnocení proměnných na levé straně tabulky (tab. 3.), postupujeme zcela stejně jako při sestavování tabulek ve výrokové logice. Vidíme, že tabulka skutečně ukazuje neekvivalentnost obou formulí a tedy i rozdíl chování obou automatů, jimi reprezentovaných. Právě případ, který jsme v části 4. zkoumali pouhým zkusmým sledováním průběhu impulsů na schématech automatů, tj. kdy $p^2 =$

Tab. 3

p^2	p^3	q^2	q^3	$\{(p^2 \,\&\, q^2)^1 \vee [(-p^3)^2 \,\&\, (-q^3)^2]^1\}^0$					$\{[(-p^3) \vee q^2]^1 \,\&\, ([-q^3)^2 \vee p^2]^1\}^0$						
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1
1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0

$= 1$, $p^3 = 0$, $q^3 = 1$ a $q^2 = 0$, představuje také v tabulce situaci, kdy se budou automaty chovat různě.

Tento princip tvoření tabulek nám dává jednoduchý způsob stanovení podmínek funkce všech automatů vybudovaných z výše popsaných elementů.

Tato tabulková metoda charakteristiky chování automatů v čase není něčím zásadně novým (i když v základních pracích McCullocha a Pittse [1], Kleeneho [2] a von Neumanna [3] ji nenacházíme). Její zásadní možnost je spjata se skutečností, že výrazy, popisující automaty způsobem vyloženým v 1. části, lze vyjádřit v tzv. *disjunktivní úplné normální formě*, která je v určitém smyslu ekvivalentem tabulkového vyjádření. O možnosti tvoření tabulek pro tyto formule se dovídáme v poněkud odlišné formě u L. Riegera [5], kde jsou i příklady tabulek. Nové prvky přináší zde vyložená tabulková metoda zejména v souvislosti s tím, že je přizpůsobena k charakteristice A — formulí, které se od dosud známého způsobu zápisu liší. Výhody vidíme v tom, že zápis pomocí A — formulí je z velké části mechanický a stejně i jejich interpretace tabulkami.[4])

6. Ekvivalence A — formulí (ekvivalence automatů v „užším" smyslu)

V práci von Neumanna [3] str. 77 nacházíme úvahy o ekvivalenci automatů (tj. o jejich stejném chování za stejných podmínek). Definice ekvivalence automatů, která je podána von Neumannem, představuje pouze tzv. *ekvivalenci v „širším" smyslu* (von Neumannův termín), která je v podstatě ekvivalencí

[4]) Ještě daleko větší mechanizace zápisu formulí na základě daných schémat by bylo dosaženo, kdybychom použili tzv. Lukasiewiczova bezzávorkového způsobu zápisu formulí. Tehdy lze stanovit jednoduchá, čistě mechanická pravidla, jak zapisovat chování automatu A — formulemi na základě daného schématu. Bohužel jsou tyto zápisy velmi nepřehledné pro čtení; byly by však velmi výhodné pro přepis prováděný strojem.

mimo čas, při abstrakci od zpoždění. V tomto širším smyslu jsou ekvivalentní i automaty již několikrát zde uváděné. Hovoříme-li o definici ekvivalence v širším smyslu, předpokládáme mlčky pojem *ekvivalence* v „*užším*" *smyslu*, tedy ekvivalenci automatů v čase.

Je zřejmé, že na základě uvedeného tabulkového způsobu charakteristiky chování automatů lze snadno definovat tuto „užší" ekvivalenci.

Dva automaty v čase jsou ekvivalentní tehdy a jen tehdy, jestliže A — tabulky jim odpovídajících A — formulí vykazují stejný průběh hodnot (při tom se ovšem předpokládá, že na levé straně obou tabulek jsou provedena ohodnocení týchž proměnných).

Tato definice představuje zároveň *kritérium rozhodnutelnosti pro ekvivalenční výroky o A — fornulích*, tj. pro formule tvaru

$$A \sim B\,,$$

kde A a B jsou A — formule. Na základě tohoto kritéria lze vybudovat *systém ekvivalencí A — formulí*, který je prostředkem *ekvivalentní transformace automatů* (studium ekvivalentních transformací je významným a prakticky důležitým úkolem všech disciplín, které jsou interpretacemi teorie automatů — tj. teorie reléových, elektronických a jiných schémat).

Uvedeme (nesystematicky) některé případy ekvivalencí A — formulí a zároveň ukážeme i některé příklady, kdy ekvivalence platná v obyčejné výrokové logice neplatí pro analogické A — formule.

Stejně jako v obyčejné výrokové logice, platí i zde ekvivalence dvou stejných proměnných:

$$p^0 \sim p^0\ ^{5)}\,. \tag{1}$$

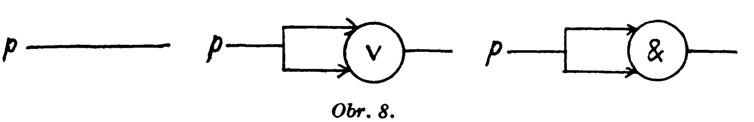
Neplatí však analogie známých zákonů výrokové logiky

$$p^0 \sim (p^1 \vee p^1)^0 p^0 \sim (p^1 \,\&\, p^1)^0\,,$$

jejichž stranám odpovídají automaty na obr. 8. Neplatnost těchto ekvivalencí jasně ukazuje tab. 4. Tato tabulka zároveň ukazuje, že budou platit ekvivalence:

$$(+p^1)^0 \sim (p^1 \vee p^1)^0 \tag{2}$$

$$(+p^1)^0 \sim (p^1 \,\&\, p^1)^0\,. \tag{3}$$



Obr. 8.

Stejně snadno zjistíme na první pohled, že neplatí ekvivalence

$$p^0 \sim [-\,(-p^2)^1]^0$$

ale, že bude platit ekvivalence

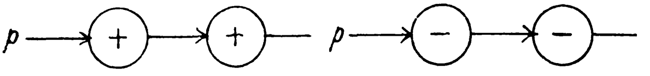
$$[+\,(+p^2)^1]^0 \sim [-\,(-p^2)^1]^0\,. \tag{4}$$

[5]) **p je A — formule, popisující prosté vedení.**

Oběma A — formulím v ekvivalenci (4) odpovídají automaty na obr. 9. Mezi správné ekvivalence A — formulí budou nesporně patřit zákony, vyjadřující komutativnost konjunkce a disjunkce:

$$(p^1 \,\&\, q^1)^0 \sim (q^1 \,\&\, p^1)^0 \tag{5}$$

$$(p^1 \vee q^1)^0 \sim (q^1 \vee p^1)^0 \tag{6}$$



Obr. 9.

Tab. 4

p^0p^1	p^0	$(p^1 \vee p^1)^0$	$(p^1 \,\&\, p^1)^0$	$(+p^1)^0$
11	1	1	1	1
10	1	0	0	0
01	0	1	1	1
00	0	0	0	0

a zákony de Morganovy v tomto tvaru:

$$[(-p^2)^1 \,\&\, (-q^2)^1]^0 \sim [-(p^2 \vee q^2)^1]^0 \tag{7}$$

$$[(-p^2)^1 \vee (-q^2)^1]^0 \sim [-(p^2 \,\&\, q^2)^1]^0 \tag{8}$$

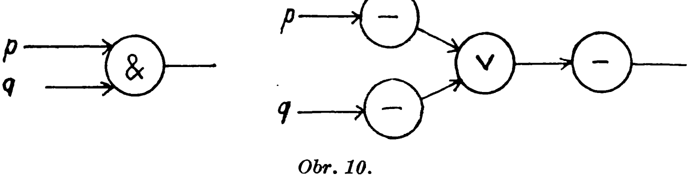
nikoli však ve tvaru

$$(p^1 \,\&\, q^1)^0 \sim \{-[(-p^3)^2 \vee (-q^3)^2]^1\}^0 \qquad (p^1 \vee q^1)^0 \sim \{-[(-p^3)^2 \,\&\, (-q^3)^2]^1\}^0 .$$

Členům první z těchto ekvivalencí odpovídají schémata na obr. 10. Stejná situace je u ekvivalencí, obsahujících elementy „falsum“ a „verum“.

Neplatí na příklad:

$$[p^1 \,\&\, (*q^2)^1]^0 \sim p^0 \qquad [p^1 \vee (\mathrm{o}\, q^2)^1]^0 \sim p^0 ,$$



Obr. 10.

které by platily v obyčejné výrokové logice; platí však v této úpravě:

$$[p^1 \,\&\, (*\, q^2)^1]^0 \sim (+p^1)^0 \tag{9}$$

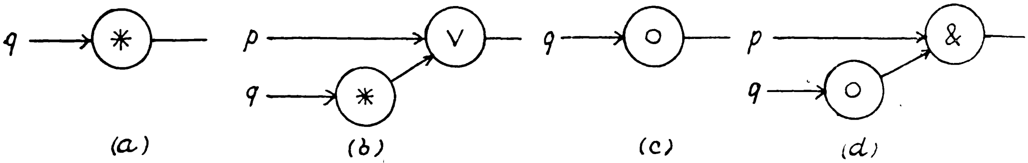
$$[p^1 \vee (\mathrm{o}\, q^2)^1]^0 \sim (+p^1)^0 . \tag{10}$$

Dále platí:

$$[p^1 \vee (* q^2)^1]^0 \sim (* q^1)^0 \qquad (11)$$

$$[p^1 \,\&\, (\mathrm{o}\, q^2)^1]^0 \sim (\mathrm{o}\, q^1)^0 \,. \qquad (12)$$

A — formulím, obsaženým v ekvivalencích (11) a (12), odpovídající automaty na obr. 11. Zde se zdá ekvivalence automatů (a) a (b) na jedné straně a (c) a (d) na straně druhé poněkud neobvyklou, protože automaty v těchto dvojicích mají



Obr. 11.

různé celkové zpoždění. Přesto však ekvivalence platí, neboť při stejné konfiguraci impulsů na vstupech ve stejném čase dávají automaty (a) a (b) i (c) a (d) stejné „odpovědi" v čase 0. Stavy vstupu p jsou prostě pro automaty (b) a (d) irrelevantní. Podobně je tomu u ekvivalencí (9) a (10).

V obvyklé výrokové logice jsou konjunkce a disjunkce asociativní. Prostý přepis ekvivalencí vyjadřujících tyto vlastnosti v obyčejné výrokové logice v ekvivalence A — formulí nedává platné ekvivalence:

$$[p^1 \vee (q^2 \vee r^2)^1]^0 \sim [(p^2 \vee q^2)^1 \vee r^1]^0$$

$$[p^1 \,\&\, (q^2 \,\&\, r^2)^1]^0 \sim [(p^2 \,\&\, q^2)^1 \,\&\, r^1]^0 \,.$$

Stejně neplatí i prostý přepis ekvivalencí vyjadřujících ve výrokové logice vzájemnou distributivitu konjunkce a disjunkce v ekvivalence A — formulí:

$$[p^1 \vee (q^2 \,\&\, r^2)^1]^0 \sim [(p^2 \vee q^2)^1 \,\&\, (p^2 \vee r^2)^1]^0$$

$$[p^1 \,\&\, (q^2 \vee r^2)^1]^0 \sim [(p^2 \,\&\, q^2)^1 \vee (p^2 \,\&\, r^2)^1]^0 \,.$$

Tabulky nám však ukáží, že platí tyto varianty asociativity a distributivity:

$$[(+p^2)^1 \vee (q^2 \vee r^2)^1]^0 \sim [(p^2 \vee q^2)^1 \vee (+r^2)^1]^0 \qquad (13)$$

$$[(+p^2)^1 \,\&\, (q^2 \,\&\, r^2)^1]^0 \sim [(p^2 \,\&\, q^2)^1 \,\&\, (+r^2)^1]^0 \qquad (14)$$

$$[(+p^2)^1 \vee (q^2 \,\&\, r^2)^1]^0 \sim [(p^2 \vee q^2)^1 \,\&\, (p^2 \vee r^2)^1]^0 \qquad (15)$$

$$[(+p^2)^1 \,\&\, (q^2 \vee r^2)^1]^0 \sim [(p^2 \,\&\, q^2)^1 \vee (p^2 \,\&\, q^2)^1]^0 \qquad (16)$$

Jednou z velmi jednoduchých procedur, jak získávat ekvivalence A — formulí z ekvivalencí výrokové logiky je taková úprava obou A — formulí, vystupujících v ekvivalenci, aby všechny proměnné měly stejné řády (stejné časové indexy). Toho dosáhneme snadno užitím „jednotkových zpožďovačů" (elementů realizujících aserci). Mají-li totiž všechny proměnné obou A — formulí stejné indexy, jsou vztahy mezi proměnnými přesně analogické jako v původní ekvivalenci formulí výrokové logiky. Kde byly stejné proměnné, jsou nyní zase stejné proměnné (stejná písmena se stejnými indexy). Této procedury bylo užito k získání některých, již uvedených ekvivalencí.

Vpředu bylo ukázáno, že prostý přepis ekvivalence výrokové logiky

$$[(p \,\&\, q) \vee (-p \,\&\, -q)] \sim [(-p \vee q) \,\&\, (-q \vee p)]$$

nedá platnou ekvivalenci A — formulí. Použijeme-li právě popsané procedury přepisu, získáme platnou ekvivalenci:

$$\{[(+p^3)^2 \,\&\, (+q^3)^2]^1 \vee [(-p^3)^2 \,\&\, (-q^3)^2]^1\}^0 \sim$$
$$\sim \{[(-p^3)^2 \vee (+q^3)^2]^1 \,\&\, [(-q^3)^2 \vee (+p^3)^2]^1\}^0 \,. \qquad (17)$$

Uvedená procedura není ovšem jediným prostředkem, jak získat ekvivalence A – formulí z ekvivalencí výrokové logiky. Obecně lze z každé ekvivalence výrokové logiky získat celou řadu ekvivalencí A — formulí.

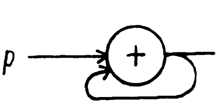
Ekvivalence A — formulí jsou prakticky využitelné zejména v tom směru, že na jejich základě je možno nahrazovat jedny automaty nebo části automatů jinými automaty nebo částmi jim ekvivalentními, přičemž máme jistotu, že funkce (chování) automatu po takovém nahrazení bude stejná jako před nahrazením.

7. Automaty s cyklem

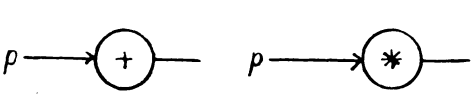
V neurofyziologii poslední doby vystupuje názor, že krátkodobou paměť lze vysvětlit cirkulací nervových „impulsů". Právě o tuto hypotézu (kromě technických analogií) se opírá konstrukce určitého druhu automatů s „pamětí". V jakém smyslu je zde „paměť" míněna, objasní nejlépe rozbor příkladu, již jednou uváděného (obr. 4). Jakmile je jednou vstup automatu excitován, je výstup excitován v každém následujícím okamžiku (od otázek „energetického" rázu se zde abstrahuje; impuls cirkuluje a je stále postačující). Můžeme v jistém smyslu tvrdit, že automat „si pamatuje", že jeho vstup byl již jednou excitován.

Na následujících stránkách pojednáme o automatech tohoto typu, tj. automatech obsahujících „cykly". Výklad se zde bude téměř výhradně opírat jen o příklady, neboť systematický výklad v celé obecnosti by vyžadoval výstavbu značného technického aparátu, čemu se zde chceme vyhnout. Kromě toho jsme s to takto systematicky vybudovat pouze část nauky o automatech s cykly, o čemž se ještě dále zmíníme.

Oproti tomu, co bylo řečeno o popisu činnosti takových automatů na začátku tohoto článku, pokusíme se zde o poněkud jiný způsob. Budeme se snažit vytěžit maximum z tabulkové metody.



Obr. 12.



Obr. 13.

Vyjdeme z této úvahy: automat na obr. 12 má jakési dvě fáze své činnosti. Jedna fáze zahrnuje časové okamžiky před první excitací vstupu, druhá po excitaci vstupu. Označme okamžik první excitace t. Pak je výstup excitován v okamžiku $t - 1$ v *důsledku* excitace vstupu v čase t. V okamžicích $t - 2$, $t - 3, \ldots$ je výstup stále excitován, ale *nezávisle* na stavu vstupu v předchozím okamžiku. Kdybychom tyto skutečnosti chtěli vyjádřit jinak, mohli bychom říci, že až do okamžiku $t - 1$ (včetně) se automat chová jako automat bez cyklu, reprezentovaný formulí $(+p^1)^0$; od okamžiku $t - 2$ se chová jako automat bez cyklu, reprezentovaný formulí $(* p^1)^0$, tedy jako automaty, jejichž schémata jsou uvedena na obr. 13. Je pochopitelné, že pokud cykl automatu nefunguje, chová se automat, jako by ho neměl; jakmile cykl funguje, mění automat své chování.

To platí obecně o všech automatech s jedním cyklem: mají dvojí možné chování; každé z nich je reprezentováno určitou A — formulí. K přesné charakteristice celkového chování automatu s jedním cyklem je třeba znát *podmínku*, za níž k této změně chování dochází. U zkoumaného příkladu je to velmi jednoduché. Předpokládáme, že možná „minulost" je od 0 do nějakého okamžiku n (n je konečné a před tímto okamžikem jsou všechny části automatu v klidu). Ptáme se, jaké je chování automatu v čase 0, tj. jaká je závislost stavu výstupu v čase 0 na stavu vstupu v čase 1. To závisí na tom, zda v čase 1 funguje cykl. Aby cykl fungoval v čase 1, musel by i výstup automatu fungovat v čase 1, tj. buď musel v čase 2 fungovat vstup nebo cykl atd. Dospíváme k závěru, že podmínka změny chování spočívá v tom, zda existoval okamžik t $(n \geqslant t > 1)$, kdy vstup fungoval.

Podmínku „existuje t $(n \geqslant t > 1)$, že platí p" zapíšeme zkráceně

$$\sum_t p^t \ (n \geqslant t > 1) \, .$$

Tedy v závislosti na tom, zda je tato podmínka splněna či nikoli, chová se zkoumaný automat jako automat reprezentovaný formulí $(* p^1)^0$ nebo jako automat reprezentovaný formulí $(+p^1)^0$.

Nyní je třeba rozšířit i okruh dříve definovaných A — formulí o takové formule, které reprezentují automaty s cyklem. Nejnázornější je zápis, při němž začátek cyklu je naznačen vzestupnou šipkou, stojící nad funktorem, který odpovídá elementu automatu, z něhož cykl vystupuje. Konec cyklu je naznačen sestupnou šipkou nad funktorem, který odpovídá elementu automatu, do něhož cykl vstupuje. Protože v případě automatu z obr. 12 se začátek i konec cyklu týká jediného elementu, budou obě šipky stát nad jediným funktorem: (+). Záznam automatu pomocí A — formule (v rozšířeném smyslu) bude

$$(\overset{\uparrow\downarrow}{+}p^1)^0 \, .$$

Výše uvedenou skutečnost závislosti změny chování automatu na splnění nebo nesplnění podmínky lze vyjádřit tabulkou, kde V označuje splnění podmínky a F nesplnění (tab. 5.). Tento způsob charakteristiky chování automatů s cyklem bychom mohli nazvat redukcí na chování automatů bez cyklů. Můžeme tabulku chápat také jako složenou tabulku, kde na místě $(+p^1)^0$ a $(*p^1)^0$ jsou odpovídající tabulky (tab. 6.). Tato tabulka dovoluje určit stav výstupu v okamžiku 0 na základě 1. znalosti stavu vstupu v okamžiku, odpovídajícím zpoždění vstupu, a 2. na základě určité znalosti „minulosti" vstupů od okamžiku n; stačí, abychom o této „minulosti" věděli pouze to, zda je splněn výrok vyjadřovaný podmínkou, nebo jeho negace.

Tabulky uvedeného typu (tab. 5. a 6.) mají podle našeho názoru tu výhodu, že se při stanovení podmínek excitace výstupu neodvolávají vůbec na *vnitřní* stavy automatu, ale pouze na stavy vstupu. To znamená, že zásadně můžeme určit chování automatu s cyklem bez znalosti jeho vnitřní struktury, pouze na základě „experimentování“ se vstupem a pozorování výstupu. Dosud nám známé tabulky, týkající se automatů s cykly, stanoví chování takových automatů pouze v závislosti 1. na stavu vstupů v předchozích okamžicích a 2. na předchozím stavu nějakého vnitřního elementu (např. na stavu cyklu nebo elementu, z něhož cykl vystupuje, apod.). Kdybychom ovšem nevěděli nic o vnitřní struktuře automatu, mohli bychom na základě experimentování na vstupech a pozorování odpovědi na výstupu stanovit tabulku, která by necharakterizovala chování určitého automatu s danou vnitřní strukturou, ale chování (společné) celé třídy „ekvivalentních“ automatů, jejichž struktura může být různá. V tomto smyslu dávají tyto tabulky možnost charakterizace automatů jako „černých (neznámých) skříněk“ (black box).

Tab. 5.

$\sum_t p^t \; (n \geqslant t > 1)$	$\uparrow\downarrow$ $(+p^1)^0$
F	$(+p^1)^0$
V	$(*\,p^1)^0$

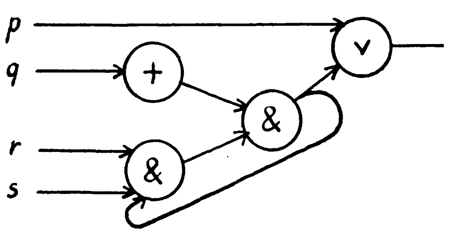
Tab. 6.

$\sum_t p^t \; (n \geqslant t > 1)$	$\uparrow\downarrow$ $(+p^1)^0$	
F	p^1	$(+p^1)^0$
	1	1
	0	0
V	p^1	$(*\,p^1)^0$
	1	1
	0	1

Uvažujme nyní o případu poněkud komplikovanějším. Automat na obr. 14 je charakterizován formulí

$$\{p^1 \vee [(+q^3)^2 \overset{\uparrow}{\&} (r^3 \overset{\downarrow}{\&} s^3)^2]^1\}^0 .$$

Především je nutno nalézt, která chování může tento automat střídat. Pokud cykl nefunguje, je věc jednoduchá — automat se chová, jako by cykl neměl. Předpokládejme však, že cykl funguje v čase t. To znamená, že element, do něhož cykl vstupuje, dostane v čase t jeden impuls z cyklu. Protože tento element potřebuje k excitaci svého výstupu v čase $t - 1$ dva impulsy v čase t, stačí nyní, aby byl excitován pouze jeden ze vstupů r a s v čase t; druhý impuls obstarává cykl. Stačí-li u dvouvstupového automatu excitace jednoho vstupu k excitaci výstupu — a to libovolného z obou vstupů — můžeme právem tvrdit, že tento automat realizuje disjunkci. Celý automat má tedy dvojí možné chování, což lze vyjádřit dvěma A — formulemi:



Obr. 14.

$$\{p^1 \vee [(+q^3)^2 \& (r^3 \& s^3)^2]^1\}^0$$

a

$$\{p^1 \vee [(+q^3)^2 \& (r^3 \vee s^3)^2]^1\}^0 .$$

Nyní je třeba ukázat, za jaké podmínky automat mění své chování. K tomu, aby změnil své chování, je nutné, aby fungoval cykl. Excitace cyklu nás ovšem nezajímá v kterémkoli okamžiku, ale v takovém, v němž může ovlivnit stav výstupu celého automatu v okamžiku 0. Tento okamžik musí být současný s okamžiky, v nichž nás zajímá stav vstupů r a s, tj. 3. Aby fungoval cykl v době 3, musí v téže době fungovat „konjunktivní" element, z něhož cykl vystupuje. K tomu může dojít dvojím způsobem:

a) první možnost je, že v okamžiku 5 byly excitovány vstupy q, r, s (což snadno vidíme při pohledu na obr. 14),

b) druhá možnost je dána tím, že již v okamžiku 5 mohl cykl fungovat. Pak ovšem stačí, aby v čase 5 byly excitovány buď vstupy q a r nebo vstupy q a s (doplňuje je excitace cyklu). Musíme nyní zase zkoumat podmínky excitace cyklu v čase 5. To nás vede ke zkoumání stavů vstupů q, r, s v čase 7, kde se situace opakuje a jsme postupně vedeni ke zkoumání stavů vstupů a stavu cyklu v okamžicích 9, 11, 13 atd. (zkrátka všech lichých okamžiků). Předně tedy vidíme, že v možnosti b) nás zajímají pouze stavy vstupů v lichých okamžicích, začínaje okamžikem 5. Uvážení celé situace, jak byla v bodě b) zatím popsána, nás vede k závěru, že druhá možnost excitace cyklu v čase 3 (abstrahujeme nyní od možnosti a)] spočívá v tom, že mezi lichými okamžiky většími nebo rovnými 5 existoval okamžik t, v němž byly excitovány vstupy q, r, s a že ve všech následujících okamžicích (z těch, které přicházejí v úvahu, tj. lichých až po 5 včetně) byly excitovány alespoň vstupy q a r nebo q a s (excitace q, r, s v čase t způsobuje funkci cyklu v čase $t - 2$ a excitace buď q a r nebo q a s ve všech následujících okamžicích až po 5 „udržuje" cykl ve stavu excitace až do doby 3). Můžeme tedy druhou možnost formulovat takto: existuje okamžik t (z lichých okamžiků větších nebo rovných 5), kdy byly excitovány vstupy q, r, s a ve všech následujících okamžicích (z lichých, větších nebo rovných 5) byly excitovány q a r nebo q a s. Nyní můžeme definitivně sestavit celou podmínku, která bude disjunkcí možnosti a) a možnosti b). „$\sum\limits_t$" znovu označuje „existuje takové, že..." a „$\prod\limits_u$" označuje „pro všechna u...". V symbolickém vyjádření podmínka změny chování zkoumaného automatu zní:

$$P' \qquad q^5 \text{ a } (r^5 \text{ a } s^5) \text{ nebo } \sum_t \{[q^t \text{ a } (r^t \text{ a } s^t)] \text{ a } \prod_u [q^u \text{ a } (r^u \text{ nebo } s^u)]\}$$

při $n \geqslant t > u > 3$, přičemž t a u mohou probíhat hodnoty $3 + 2 \,.\, m$

(kde $m = 1, 2, 3, \ldots$).

Číslo $3 + 2 \,.\, m$, určující možné hodnoty t a u je dáno takto: číslo 3 je největší mezi „zpožděními" vstupů q, r, s vzhledem k 0; číslo 2 reprezentuje „*délku cyklu*", která je vždy dána rozdílem zpoždění místa výstupu cyklu a zpoždění místa vstupu cyklu (v našem případě cykl vystupuje z elementu, jehož výstup má zpoždění 1 a vstupuje do elementu, jehož vstupy mají zpoždění 3; rozdíl je tedy 2). Obecně — pro libovolné automaty s cyklem — je toto číslo

$$z + d \,.\, m\,,$$

kde z je zpoždění vstupů, připadajících v úvahu (nebo, mají-li různá zpoždění, tedy největší z nich), d je délka cyklu a $m = 1, 2, 3, \ldots$.

Máme tedy stanovenou podmínku a můžeme zapsat tabulku pro automat na obr. 14 (tab. 7.). Touto metodou lze stanovit tabulku pro každý automat s jedním cyklem. Lze též vypracovat pro automaty s jedním cyklem zcela obecný postup tvoření takových tabulek a podat dosti přesný důkaz toho, že ke každému automatu s jedním cyklem existuje přesně jedna tabulka, která popisuje chování tohoto automatu. Pokud jde o tyto obecné úvahy, omezíme se zde pouze na několik poznámek.

Postup tvoření tabulky (tab. 7). na základě daného automatu (obr. 14.), který byl právě projednáván, může být chápán jako dosti adekvátní ilustrace zmíněného obecného postupu. Obecně bude mít každý automat s jedním cyklem dva způsoby chování. Výrok o excitace nebo neexcitaci cyklu v okamžiku, kdy tato excitace nebo neexcitace může ovlivnit chování automatu v okamžiku 0, je ekvivalentní splnění nebo nesplnění podmínky změny automatu. Také tvar podmínky změny chování podléhá obecným zákonitostem, které lze poměrně jednoduše popsat. Obecně vzato. bude tvar podmínky v tabulkách všech automatů s jedním cyklem analogický tvaru podmínky v tab. 7. Vždy to bude disjunkce, jejíž jeden člen tvoří existenční výrok tvaru konjunkce. Velmi nepřesně lze tento tvar naznačit takto:

Tab. 7.

P'	$\{p^1 \vee [(+\, q^3)^2 \overset{\uparrow}{\&} (r^3 \overset{\downarrow}{\&} s^3)^2]^1\}^0$
F	$\{p^1 \vee [(+\, q^3)^2 \& (r^3 \& s^3)^2]^1\}^0$
V	$\{p \vee [(+\, q^3)^2 \& (r^3 \vee s^3)^2]\}^0$

$$A \text{ nebo } \sum_t [A \text{ a } \prod_u u\, B]. \qquad (P^*)$$

Jak již bylo řečeno, je tato podmínka ekvivalentní tvrzení, že cykl byl excitován v okamžiku, kdy mohl ovlivnit (změnit) chování automatu v čase 0. Levá část podmínky stanoví podmínku excitace cyklu ve zmíněném okamžiku, jestliže v předchozím, v úvahu přicházejícím okamžiku nebyl cykl excitován. Pravá část disjunkce zahrnuje ostatní případy, které vedou k excitaci cyklu v okamžiku, kdy cykl může způsobit změnu chování. Tato pravá část vyjadřuje tvrzení, že existoval okamžik, kdy byl cykl excitován, a že ve všech dalších, v úvahu připadajících okamžicích byly excitovány alespoň ty vstupy, které postačují k „udržování" cyklu ve stavu excitace až do doby, kdy cykl může změnit chování automatu v čase 0.

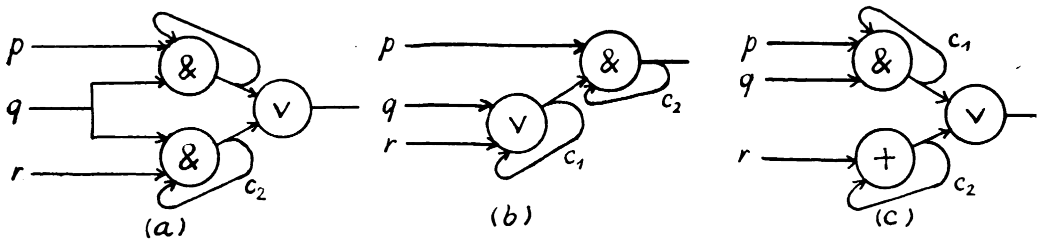
Podmínka v tab. 5. a 6. ovšem nesplňuje tyto požadavky, i když vezmeme v úvahu nepřesnost jejich formulace. Tuto podmínku lze však vyjádřit tak, aby byly požadavky splněny a byl zachován její smysl. Museli bychom ji vyjádřit tímto způsobem:

$$p^2 \text{ nebo } \sum_t [p^t \text{ a } \prod_u (\text{ver } p^u)]$$

přičemž $n \geqslant t > u > 1$, kde t, u mohou probíhat množinu hodnot $1 + 1 \,.\, m$ (podle obecného vzorce, o němž byla zmínka dříve: $z + d \,.\, m$) takovou, že $m = 1, 2, 3, \ldots$ Výraz „ver p^u" čteme: „Nezáleží na tom, zda p je excitováno v čase u". O důležitosti vyjadřování podmínky v tomto „nadbytečném" tvaru bude ještě zmínka později, až budeme jednat o otázce ekvivalence automatů s cykly.

8. Automaty s více cykly

Složitější situace nastane, jakmile přejdeme od automatů s jediným cyklem k automatům s více cykly. Zde musíme především rozlišit dva případy: automaty, jejichž cykly jsou *závislé,* a automaty s *nezávislými* cykly. Označme dva cykly, obsažené v nějakém automatu, jako c_1 a c_2. Dále objasníme na příkladech, co rozumíme tím, že nějaké elementy automatu mají *společné počáteční vstupy*. Povšimněme si tří automatů na obr. 15. V automatu (a) mají oba konjunktivní elementy společný počáteční vstup q. V automatu (b) má konjunktivní element společné počáteční vstupy q a r s disjunktivním elementem. Konjunktivní element a jednotkový zpožďovač v automatu (c) nemají společných počátečních vstupů.



Obr. 15.

Budeme říkat, že dva cykly c_1 a c_2 v automatu jsou *nezávislé,* jestliže ani vstupní element, ani výstupní element cyklu c_1 nemá žádný počáteční vstup společný s analogickými elementy cyklu c_2 (výstupní element cyklu c_1 je element, z něhož cykl vystupuje; vstupní — do něhož vstupuje). Podle toho jsou cykly automatů (a) a (b) na obr. 15 závislé a pouze automat (c) má nezávislé cykly.

Pro automaty s nezávislými cykly lze stanovit metodu tvoření tabulek velmi snadno, opřeme-li se o způsob použitý u automatů s jedním cyklem. Jsou-li cykly automatu nezávislé, mohou také stavů excitace nebo neexcitace nabývat naprosto nezávisle. Bude nyní ovšem tolik podmínek, kolik je cyklů. Protože počet kombinací excitace a neexcitace dvou cyklů je čtyři, usoudíme, že automat s dvěma nezávislými cykly může mít čtyři různá chování. Ukáže nám to příklad automatu (c) z obr. 15. Formule popisující automat (c) má tento tvar:

$$[(p^2 \overset{\overset{11}{\updownarrow}}{\&} q^2)^1 \vee (\overset{\overset{22}{\updownarrow}}{+} r^2)^1]^0 \,.$$

Tab. 8.

P_1	P_2	$[(p^2 \overset{\overset{11}{\updownarrow}}{\&} q^2) \vee (\overset{\overset{22}{\updownarrow}}{+} r^2)^1]^0$
F	F	$[(p^2 \,\&\, q^2)^1 \vee (+\, r^2)^1]^0$
F	V	$[(p^2 \,\&\, q^2)^1 \vee (*\, r^2)^1]^0$
V	F	$[(p^2 \vee q^2)^1 \vee (+\, r^2)^1]^0$
V	V	$[(p^2 \vee q^2)^1 \vee (*\, r^2)^1]^0$

Šipky, vyznačující počátek a konec téhož cyklu, jsou označeny stejným číslem. Aniž zatím zkoumáme konkrétní tvar obou podmínek, můžeme sestavit tabulku, obsahující zkratky P_1 a P_2, o nichž předpokládáme, že označují podmínky, které jsou ekvivalentní tvrzení excitace cyklů c_1 a c_2 v čase 2 (tab. 8.). Analogickým způsobem jako dříve stanovíme tvar podmínek:

$$(p^3 \text{ a } q^3) \text{ nebo } \sum_t \{(p^t \text{ a } q^t) \text{ a } \prod_u (p^u \text{ nebo } q^u)\} \qquad P_1$$

$n \geqslant t > u > 2$; t, u mohou nabývat hodnot $2 + 1 \,.\, m$ $(m = 1, 2, \ldots)$

$$r^3 \text{ nebo } \sum_t \{r^t \text{ a } \prod_u (\text{ver } r^u)\} \qquad P_2$$

$n \geqslant t > u > 2$; t, u mohou nabývat hodnot $2 + 1 \,.\, m$ $(m = 1, 2, \ldots)$

Podobně lze stanovit tabulky pro nejrůznější automaty s nezávislými cykly.

Značnou komplikaci představuje existence závislých cyklů v automatu. Zde stav jednoho cyklu závisí více či méně na stavu druhého cyklu, což se musí odrazit zejména ve značné složitosti podmínky charakterisující funkci závislého cyklu.

Neznáme dosud obecný postup, jak aplikovat výše uvedené prostředky charakteristiky činnosti cyklů na automaty se závislými cykly. Domníváme se však, že přes komplikaci nebude zásadních překážek při aplikaci ani zde.

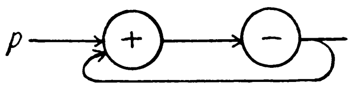
Je možno použít určité náhražky, která však, jak ještě uvidíme, nesplňuje některé důležité požadavky. Rezignujeme na vyjádření podmínek činnosti cyklů v *„rozvinutém“* tvaru, tj. pouze v termínech vstupů, a zavedeme jako podmínku změny chování výrok „cykl c_i funguje v čase t“. Toto tvrzení označíme „c_i^t“. Tímto způsobem můžeme například sestavit snadno tabulku pro automat (b) na obr. 15 (tab. 9.). V úvahu pochopitelně bereme pouze ty okamžiky funkce cyklů, v nichž mohly cykly ovlivnit chování celého automatu v čase 0, tj. c_1 v čase 2 a c_2 v čase. 1. Pozoruhodné na této tabulce je, že druhý řádek není vyplněn. To proto, že tento případ nemůže nastat: krátká úvaha nad schématem automatu (b) z obr. 15. nás přesvědčí o tom, že cykl číslo 2 nemůže fungovat v čase 1, aniž v čase 2 fungoval cykl číslo 1. S tímto jevem se často setkáme u automatů se závislými cykly, ačkoli ne u všech. Kdyby byly podmínky vyjádřeny v „rozvinutém“ tvaru (jako u automatů s nezávislými cykly), odrazila by se tato skutečnost i ve viditelné závislosti podmínek.

Tab. 9.

c_1^2	c_2^1	$[p^1 \overset{22}{\overset{\uparrow\downarrow}{\&}} (q^2 \overset{11}{\overset{\uparrow\downarrow}{\vee}} r^2)^1]^0$
F	F	$[p^1 \& (q^2 \vee r^2)^1]^0$
F	V	—
V	F	$[p^1 \& (q^2 * r^2)^1]^0$
V	V	$[p^1 \vee (q^2 * r^2)^1]^0$

Předností této metody je její univerzálnost. Lze ji aplikovat na automaty s libovolnými cykly (tj. i závislými). Ovšem chybí samotné vyjádření podmínek excitace cyklů v termínech stavů vstupů, což jsme právě považovali za největší výhodu dříve uváděné metody. Avšak i „náhražková“ metoda je postačující, aby ukázala, že projevy činnosti cyklů v automatech spočívají ve změně chování — ve *změně logických funkcí*, které automaty „plní“.

Touto zjednodušenou metodou je možno také bez obtíží charakterisovat automaty s cykly, které obsahují elementy negace (invertory). Můžeme charakterizovat automat na obr. 16. tabulkou 10.



Obr. 16.

Tab. 10.

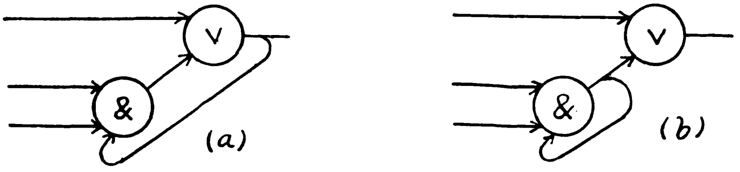
c^2	$[\overset{\uparrow}{-}\, (\overset{\downarrow}{+}\, p^2)^1]^0$
F	$[- (+ p^2)^1]^0$
V	$[- (* p^2)^1]^0$

Pro automaty s cykly, které obsahují element negace, zatím také neznáme obecnou metodu tvoření tabulek s „rozvinutými“ podmínkami. V některých případech to jde bez obtíží.

Souhrnně lze o automatech s cykly říci, že chování všech můžeme vyjádřit jako změnu (střídání) logických funkcí, což je možno zachytit tabulkami. Bezpečně lze tvrdit, že každý automat s cykly může být charakterisován tabulkou, v níž je změna funkce stavěna do závislosti na nerozvinutých podmínkách tvaru c_i^j, které vyjadřují tvrzení, že cykl c_i funguje v čase j. Pro všechny automaty s jedním cyklem nebo více nezávislými cykly, které neobsahují element negace, je možno tvořit tabulky s rovinutými podmínkami, jejichž tvar lze obecně stanovit. O ostatních automatech s cykly to zatím obecně tvrdit nelze. Rozvinutá podmínka vyjadřuje totéž co nerozvinutá (jsou ekvivalentní). Nerozvinuté podmínky jsou tvrzení o určitých vnitřních částech automatu (musíme tedy o nich něco vědět, máme-li chování charakterisovat), zatímco rozvinuté podmínky se neodvolávají na vnitřek a vyjadřují totéž co nerozvinuté, v termínech vstupů. Rozvinuté podmínky mají kromě toho, co již bylo uvedeno, mnoho dalších výhod. Například z nich jasně vidíme závislost funkce závislých cyklů. Na základě opatření tabulek rozvinutými podmínkami jsme s to stanovit ekvivalenci nebo neekvivalenci automatů s cykly.

9. Ekvivalence automatů s cykly

Jak jsme již uvedli, umožňují nám tabulky s rozvinutými podmínkami zjišťovat, zda je chování dvou automatů ekvivalentní či nikoli. Může ovšem vzniknout otázka, zda by k ukázání ekvivalence automatů nepostačovaly tabulky s nerozvinutými podmínkami; zda by tedy nestačilo ukázat, že automaty mohou střídat pouze ekvivalentní způsoby chování. Není obtížné ukázat, že tomu tak není. Stačí zvolit vhodný protipříklad. Automaty na obr. 17. jsou charakterizovány na tab. 11.



Obr. 17.

Vidíme, že se tabulky pro oba automaty neliší ničím jiným než samotným zápisem příslušných A — formulí. Přesto se však automaty zobrazené na obr. 17 chovají různě. Rozdíl je v tom, jak mohou být jejich cykly excitovány. Např. k excitaci cyklu automatu (a) stačí, aby byl excitován v předchozím okamžiku vstup p; tatáž skutečnost nemá zjevně žádného vlivu na excitaci cyklu u auto-

Tab. 11.

c_a^2	$[p^1 \overset{\uparrow}{\vee} (q^2 \overset{\downarrow}{\&} r^2)^1]^0$
F	$[p^1 \vee (q^2 \& r^2)^1]^0$
V	$[p^1 \vee (q^2 \vee r^2)^1]^0$

c_b^2	$[p^1 \vee (q^2 \overset{\uparrow\downarrow}{\&} r^2)^1]^0$
F	$[p^1 \vee (q^2 \& r^2)^1]^0$
V	$[p^1 \vee (q^2 \vee r^2)^1]^0$

matu (b). Tab. 11. je sice správná, oba automaty se chovají způsobem, jak je v tabulce popsán, avšak nejsou zde rozlišeny podmínky excitace cyklů samotných. Není brána také v úvahu různá délka obou cyklů, což má na chování jistě vliv.

Pojem ekvivalence automatů s cykly nemůže tedy spočívat na metodě tabulek s nerozvinutými podmínkami.

Budeme nazývat dva *automaty A_1 a A_2 s cykly ekvivalentními tehdy a jen tehdy, jestliže mezi jejich tabulkami platí tyto vztahy*:

1. *formule, vyjadřující chování automatů při nesplnění příslušných podmínek, jsou ekvivalentní*;
2. *formule, vyjadřující chování automatů při splnění příslušných podmínek, jsou ekvivalentní*.
3. *podmínky obou tabulek jsou ekvivalentní.*

Body 1. a 2. jsou jasné; A — formule v políčkách tabulek reprezentují automaty bez cyklů. Jejich ekvivalenci nebo neekvivalenci umíme tabulkami rozhodnout. Musíme se však zastavit u ekvivalence podmínek. Podmínky jsou psány v jiné formě než A — formule (metalogicky) a obsahují kvantifikátory.

To, že podmínky jsou psány metalogicky, zde můžeme pominout; dílčí výrazy v těchto podmínkách, pokud neobsahují kvantifikátory, budeme považovat za ekvivalentní na základě stejného ohodnocení jako u A — formulí (výrazu „ver p", který jsme vpředu interpretovali jako „nezáleží na hodnotě p v čase t", udělíme konstantní hodnotu 1). Jestliže dovedeme rozhodnout otázku ekvivalence pro dílčí výrazy bez kvantifikátorů, dovolí nám následující pravidla vyřešit otázku pro celé podmínky:

Jestliže

$$F(x, y, \dots, u) \sim G(x, y, \dots, u)\,,$$

pak

$$\prod_x F(x, y, \dots, u) \sim \prod_x G(x, y, \dots, u)\,.$$

Jestliže

$$F(x, y. \dots, u) \sim G(x, y, \dots, u)\,,$$

pak

$$\sum_x F(x, y, \dots, u) \sim \sum_x G(x, y, \dots, u)\,.$$

Jestliže

$$A \sim A' \text{ a } B \sim B'\,,$$

pak

$$A \vee B \sim A' \vee B' \text{ a } A \,\&\, B \sim A' \,\&\, B'\,.$$

První dvě pravidla platí za předpokladu, že formule vystupující v ekvivalencích neobsahují jiné volné proměnné [10].

Na základě těchto pravidel smíme dvě podmínky (zapsané stejně nepřesně jako vpředu):

$$A^* \text{ nebo } \sum_t (A \text{ a } \prod_u B) \text{ a } A^{*\prime} \text{ nebo } \sum_t (A' \text{ a } \prod_u B')$$

považovat za ekvivalentní, jestliže 1. časové indexy v A^* a $A^{*\prime}$ jsou shodné a t, u obou podmínek mají stejný obor proměnnosti a jestliže 2. $A^* \sim A^{*\prime}$, $A \sim A'$ a $B \sim B'$.

Ekvivalence bodu 2. rozhodnout umíme (jak již bylo uvedeno).

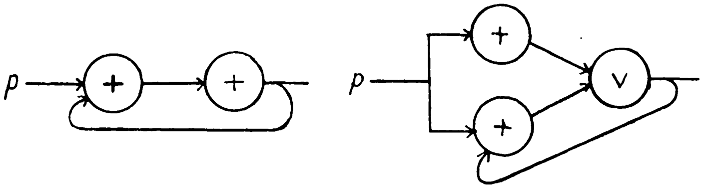
Zapíšeme-li nyní podmínky změny chování z tab. 11. v rozvinuté formě

$$c_a^2 \equiv [p^3 \text{ nebo } (q^4 \text{ a } r^4)] \text{ nebo } \sum_t \{[p^{t-1} \text{ nebo } (q^t \text{ a } r^t)] \text{ a } \prod_u [p^{u-1} \text{ nebo } (q^u \text{ nebo } r^u)]\}$$

$$n \geqslant t > u > 2;\ t,\ u \text{ mohou nabývat hodnot } 2 + 2\,.\,m\ (m = 1, 2, \ldots)$$

$$c_b^2 \equiv (q^3 \text{ a } r^3) \text{ nebo } \sum_t \{(q^t \text{ a } r^t) \text{ a } \prod_u (q^u \text{ nebo } r^u)\}$$

$$n \geqslant t > u > 2;\ t,\ u \text{ mohou nabývat hodnot } 2 + 1\,.\,m\ (m = 1, 2, \ldots)$$



Obr. 18.

Je zjevné, že v obou podmínkách nejsou ekvivalentní ani dílčí výrazy, ani obory proměnnosti t a u. Oba automaty z obr. 17 tedy nejsou ekvivalentní, což jsme již dříve zjistili jinou cestou.

Uvedeme nyní alespoň velmi jednoduchý případ ekvivalence dvou automatů, abychom viděli, jak se to odráží v tabulkách obou. Platí ekvivalence:

$$[\overset{\uparrow}{+} (\overset{\downarrow}{+}p^2)^1]^0 \sim [(+p^2)^1 \overset{\uparrow}{\vee} (\overset{\downarrow}{+}p^2)^1]^0 \tag{18}$$

A — formulím, vystupujícím na obou stranách této ekvivalence, odpovídají automaty na obr. 18 a tab. 12.

Tab. 12.

P_a	$[\overset{\uparrow}{+} (\overset{\downarrow}{+} p^2)^1]^0$
F	$[+ (+ p^2)^1]^0$
V	$[+ (* p^2)^1]^0$

P_b	$[(+ p^2)^1 \overset{\uparrow}{\vee} (\overset{\downarrow}{+} p^2)^1]^0$
F	$[(+ p^2)^1 \vee (+ p^2)^1]^0$
V	$[(+ p^2)^1 \vee (* p^2)^1]^0$

Podmínky v tabulkách mají tento rozvinutý tvar:

$$p^4 \text{ nebo } \sum_t \{p^t \text{ a } \prod_u (\text{ver } p^u)\} \qquad P_a$$

$$(p^4 \text{ nebo } p^4) \text{ nebo } \sum_t \{(p^t \text{ nebo } p^t) \text{ a } \prod_u (p^u \text{ nebo } (\text{ver } p^u)]\} \qquad P_b$$

přičemž pro obě platí: $n \geqslant t > u > 2$; t, u mohou nabývat hodnot $2 + 2\,.\,m$ $(m = 1, 2, \ldots)$. Především jsou ekvivalentní stavy chování při splnění nebo nesplnění podmínek:

$$[+ (* p^2)^1]^0 \sim [(+p^2)^1 \vee (* p^2)^1]^0 \quad [+ (+p^2)^1]^0 \sim [(+p^2)^1 \vee (+p^2)^1]^0\,.$$

Jsou ekvivalentní i dílčí výrazy podmínek:

$$p^4 \sim (p^4 \text{ nebo } p^4)),\ p^t \sim (p^t \text{ nebo } p^t),\ (\text{ver } p^u) \sim [p^u \text{ nebo } (\text{ver } p^u)]\ .$$

Protože jsme kromě toho viděli, že průběhy hodnot t a u se v obou podmínkách kryjí, považujeme oba automaty za ekvivalentní.

Tímto způsobem můžeme zase vybudovat celý systém ekvivalencí automatů, pro něž umíme tvořit tabulky s rozvinutými podmínkami.

10. Automat s primitivní schopností „učit se“

Prozkoumáme nyní automat na obr. 19, který nám poslouží jako velmi jednoduchý příklad automatu schopného se „naučit“ určitému chování na základě toho, že již prošel určitými stavy. Složitý cykl, vycházející z konjuktivního elementu a vstupující do téhož elementu, vykonává, jak je patrno z obrázku, tuto funkci: je-li excitován konjunktivní element v okamžiku t, dostává tento element v každém okamžiku počínaje t jeden impuls od cyklu. Do cyklu zapojený jednotkový zpožďovač s cyklem to zaručuje pro každý okamžik menší nebo rovný $t - 1$. Druhá (prostá) větev cyklu zaručuje impuls i v okamžiku t. V důsledku toho se chová automat tak, že se jeho výstup původně excituje pouze po excitaci q nebo po současné excitaci p i q; jakmile však došlo jednou k současné excitaci p i q a tedy i excitaci konjunktivního elementu a cyklu, stačí v každém následuj cím okamžiku již i pouhá excitace p k excitaci výstupu automatu. Jak to ukazuje přesněji tab. 13., po excitaci p a q v okamžiku t stačí v každém okamžiku $u(t > u)$ excitace jediného z p nebo q — a to *nezávisle* na tom, jaké hodnoty měly vstupy p a q v době mezi okamžiky t a u.

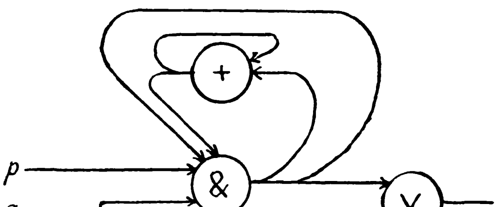
$$(p^3 \text{ a } q^3) \text{ nebo } \sum_t \{(p^t \text{ a } q^t) \text{ a } \prod_u [\text{ver } (p^u \text{ a } q^u)]\} \qquad P$$

$$n \geqslant t > u > 2;\ t, u = 2 + 1\ .\ m\ .$$

Interpretujme nyní chování automatu jako velice zjednodušený model známého pokusu I. P. Pavlova se psem, který si vypěstuje reakci slinění i na signál potravy; před tím sliní pouze na přímý vjem potravy. Vjem potravy budiž reprezentován excitací vstupu q, vjem signálu excitací vstupu p a slinění exci-

Tab. 13.

P	○ ⇅ $[(p^2 \,\&\, q^2)^1 \vee q^1]^0$
F V	$[(p^2 \,\&\, q^2)^1 \vee q^1]^0$ $[(p^2 \vee q^2)^1 \vee q^1]^0$



Obr. 19.

tací výstupu celého automatu. Je jasné, že zjednodušení je veliké, neboť tento „pes“ se naučí novému chování po jediném pokusu, a to náhle — „skokem“, což (spolu s mnoha jinými okolnostmi) odporuje skutečným poměrům. Nám zde však nejde o věrný model Pavlovova pokusu, jako spíše o principiální fakt, že v obou případech jde o změnu funkční závislosti určitých reakcí na určité excitace. I chování skutečného psa je v tomto případě „logickou“ funkcí určitých vjemů a vznik podmíněného reflexu je změnou této funkce v jinou funkci (i když, jak již bylo řečeno, ve skutečném případě tato změna probíhá postupně, postupně vzniká i nová funkce a může případně postupně „vyhasínat“).

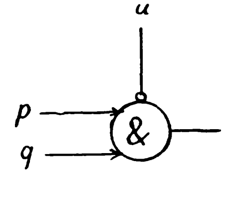
Je zajímavé srovnat některé úvahy kompetentních autorů. I. P. Pavlov často hovoří o podmíněném reflexu jako o vytváření *nového* (dočasného) *spoje* vnějšího agentu s reakcí organismu [11]. Anglický průkopník kybernetiky *Ashby* podřizuje v jedné své práci z r. 1947 [12] nervovou soustavu velmi obecnému pojmu „stroje“. Zavádí pojem „změny stroje“ (nepřesné; v originálu je „*the machine breaks*“) a vytváření podmíněného reflexu vykládá jako zvláštní případ. „Stroj“ po „*breaku*“ je vlastně jiný stroj — má i jiné chování. *Uttley* [13] modeluje podmíněné reflexy návrhem „stroje podmíněné pravděpodobnosti“ a charakterizuje je jako vytváření nové fyzické cesty mezi určitými elementy tohoto stroje. Vidíme určité souvislosti (aniž je přeceňujeme) mezi těmito názory a hypotézou, že v termínech teorie konečných automatů lze chápat vznik některých podmíněných reflexů a některé další druhy chování, související s „pamětí“ a „učením“, jako změny chování automatu, přesněji jako *změny* (neekvivalentní transformace) *logických funkcí* vykonávaných automaty. Ovšem tyto úvahy lze chápat spíše jako určitý náznak a podnět než jako nějaké tvrzení.

11. Poznámka o „tlumících prvcích“

V práci Kleeneho o teorii automatů vystupují tzv. „tlumící prvky“, jejichž excitace způsobuje „utlumení“ elementu, do něhož vstupují. Jejich logická interpretace je značným problémem, neboť jejich charakterizace jako „negačních“ prvků vede k značným obtížím. Prostředky, kterými zde disponujeme, lze vyjádřit i chování elementů s těmito součástmi způsobem sice důsledným, ale dosti „nákladným“. Na obr. 20 je uveden automat, jehož svislý „vstup“ u je tlumící. Nechápeme zde tento „vstup“ jako skutečný vstup (za vstupy považujeme pouze netlumící přívody) a automat tedy máme za dvouvstupový. Chování tohoto automatu můžeme nyní chápat tak, že automat mění své chování pro okamžik, který následuje po excitaci u; pak zase přechází na původní chování do doby další excitace u (u zde funguje jako „vypínač“). Toto chování vyjádříme tab. 14. Vidíme, že v případě splnění podmínky automat plní funkci „falsum“, tj. neexcituje se, ať je stav vstupů jakýkoli. Toto pojetí tlumících prvků jako součástí, vyvolávajících změnu chování, se nám zdá důsledné z hlediska dělení součástí automatů na ty, které plní logické funkce, a ty, které mění logické funkce. Je ovšem možné i v rámci zde studovaných prostředků pojetí jiné, ne tak „nákladné“.

Tab. 14.

u^1	$(q^1 \& q^1)^0$
F V	$(p^1 \& p^1)^0 \bullet$ $(p^1 \bigcirc q^1)^0$



Obr. 20.

Stejně dobře je možné užít zde naznačených prostředků k charakterizaci chování automatů, které obsahují cykly s tlumícím zakončením. Zcela obecně lze užít tabulek s nerozvinutými podmínkami, ale ukazuje se, že jsou i zde upotřebitelné tabulky s rozvinutými podmínkami. Tyto otázky však zde nebudeme rozebírat.

Závěr

V tomto článku jsme se pokusili vyložit alespoň v nesystematické, náznakové formě některé problémy určitého pojetí teorie automatů. Toto pojetí spočívá jednak ve snaze důsledně vyložit chování automatů jako realisaci funkcí logiky nebo změnu (neekvivalentní transformaci) těchto funkcí, jednak ve snaze o důsledné využití tabulkové metody. Výklad těchto otázek vyžaduje očividně dalšího propracování a upřesnění, zejména pak rozšíření některých postupů na další oblasti automatů. Nebyly zde podány ani přesné důkazy.

Vzniká i celá řada dalších zajímavých otázek. Zmíníme se alespoň o problému „definování" elementů, který přestává být jednoduchý při chápání automatů jako fungujících v čase. U automatů mimo čas lze považovat za platnou definici $(p \mathbin{\&} q) \equiv -(-p \vee -q)$. Je jasné, že chápány v čase, nejsou odpovídající automaty ekvivalentní. S tím souvisí prakticky (technicky) důležitý problém *universálních elementů*, jehož řešení pro automaty mimo čas je velmi prosté (např. pomocí tzv. *Shefferovy funkce*). I pro automaty v čase je tento problém stále „logickým" problémem a byl řešen Sobocińským [14], A. Rose [15] a dalšími na rovině čistě logické. Univerzální prvky např. tvaru *Qpqrs* zde mají tu vlastnost, že všechny dvouvstupové (resp. jim ekvivalentní) elementy je možno obdržet pouhým nahrazováním proměnných p, q, r, s jinými proměnnými nebo symboly „1" a „0" (odpovídají „stále excitovanému" a „nikdy neexcitovanému" vstupu). Na tomto problému se dále intenzívně pracuje.

Literatura

1. W. S. Mc Culloch a W. Pitts, *Sborník „Avtomaty"*, Moskva 1956.
2. S. C. Kleene, tamtéž.
3. J. von Neumann, tamtéž.
4. J. T. Medveděv, tamtéž.
5. L. Rieger, *O teorii neuronových sítí*, Aplikace matematiky, 1958, č. 4.
6. F. Svoboda, *Poznámka k pravděpodobnostní logice John von Neumanna*, Českoslov. fysiologie, 1958, č. 4.
7. *Sessija Akad. Nauk SSSR po naučnym problemam avtomatizacii proizvodstva*, Plenarnyje zasedanija Izd. AN SSSR, 1957.
8. M. A. Gavrilov, *Theorie reléových kontaktových schémat*, SNTL, 1953.
9. R. K. Richards, *Aritmetičeskije operacii na cifrovych vyčislitělnych mašinach*, Moskva 1957.
10. Hilbert-Ackermann, *Grundzüge der theoretischen Logik*, Berlin 1938.
11. I. P. Pavlov, *Izbrannyje proizveděnija*, Moskva 1951, str. 223.
12. W. R. Ashby, *The Nervous System as Physical Machine: with Special Reference to the Origin of Adaptive Behaviour*, Mind, 1947, No. 221.
13. A. M. Uttley, *Sborník „Avtomaty"*, Moskva 1956.
14. B. Sobociński, *On a Universal Decision Element*, J. of Computing Systems, 1953.
15. Např. J. M. Pugmire a A. Rose, Zeitschr. f. math. Logik u. Grundl. d. Math., 1958, Heft 1.