Tibor Kolbenheyer

O priamej úlohe teórie telurického poľa pre kruhový valec

Matematicko-fyzikálny časopis, Vol. 7 (1957), No. 1, 54--62

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/127015`

MATEMATICKO-FYZIKÁLNY ČASOPIS SAV, VII, 1 — 1957

O PRIAMEJ ÚLOHE TEÓRIE TELURICKÉHO POĽA PRE KRUHOVÝ VALEC

TIBOR KOLBENHEYER
Katedra baníckeho meračstva a geofyziky na VŠT v Košiciach

VENOVANÉ K 50. NARODENINÁM AKADEMIKA DIONÝZA ILKOVIČA

Jednou z najdôležitejších pomôcok pri interpretácii geoelektrických meraní v aplikovanej geofyzike je porovnávanie hodnôt zmeraných v teréne s údajmi vyplývajúcimi z teórie prúdových polí pre štruktúry definované rozličnými, pokiaľ možno jednoduchými plochami. Jednotlivé útvary ohraničené týmito plochami považujeme pritom obyčajne za homogénne (čo do elektrickej vodivosti) a izotropné. Výpočet týchto teoretických údajov predpokladá vždy riešenie okrajovej úlohy pre príslušnú konfiguráciu s prihliadnutím na spôsob sýtenia. Pri odporovej metóde prichádza napr. do úvahy bodové alebo dipólové sýtenie či už rovnosmerným alebo striedavým prúdom, zatiaľ čo pri telurickej metóde považujeme pole vo veľkej vzdialenosti od útvarov, účinky ktorých chceme zisťovať, za homogénne a rovnobežné s rovinou zemského povrchu.

Okrajová úloha teórie telurického poľa je vyriešená striktne len pre niektoré geometricky jednoduché prípady, prehľadne zostavené napr. v [1] a uvedené zväčša aj v [2]. Ide pritom najmä o zlomové (poklesové) štruktúry, monoklinálne súvrstvia, synklinály a pod. V tomto príspevku vyriešime okrajovú úlohu teórie telurického poľa pre homogénny a izotropný nekonečný kruhový valec uložený taktiež v homogénnom a izotropnom polopriestore ohraničenom rovinou zemského povrchu. Budeme pritom predpokladať, že os valca je vodorovná.

Na riešenie naznačenej úlohy použijeme valcovú resp. rovinnú bipolárnu súradnicovú sústavu so súradnicami u a v, ktoré súvisia s kartézskymi súradnicami x a y podľa vzťahov

$$x = \frac{\varkappa \operatorname{sh} u}{\operatorname{ch} u + \cos v}, \qquad y = \frac{\varkappa \sin v}{\operatorname{ch} u + \cos v}, \tag{1}$$

pričom sa u mení v intervale $(-\infty, +\infty)$, v v intervale $(-\pi, \pi)$ a $\varkappa$ je vhodne zvolená konštanta. Rovina $x = 0$ ($u = 0$) nech je rovinou zemského povrchu a rovinu (x, y) voľme kolmo na os valca. Ak polomer tohto je R a vzdialenosť jeho osi od zemského povrchu H (obr. 1), kladieme

$$\varkappa = \sqrt{H^2 - R^2} \tag{2}$$

predpokladajúc v každom prípade, že je $H > R$. Krivky $u =$ konšt. sú potom kružnice

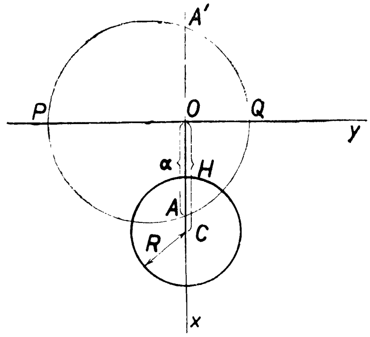
$$(x - \varkappa \operatorname{cth} u)^2 + y^2 = \frac{\varkappa^2}{\operatorname{sh}^2 u} .$$

Jednou z nich je rez valca s rovinou (x, y), pre ktorý platí

$$u = u_0 = \operatorname{arch} \frac{H}{R} = \operatorname{arsh} \frac{\sqrt{H^2 - R^2}}{R} \tag{3}$$

Krivky $v =$ konšt. sú oblúky kružníc

$$x^2 + (y + \varkappa \operatorname{ctg} v)^2 = \frac{\varkappa^2}{\sin^2 v}$$



Obr. 1.

s koncovými bodmi A a A' ležiacimi na osi x súmerne podľa osi y vo vzdialenosti $\varkappa$ od nej. Hodnotám $v \geqq 0$ odpovedá oblúk ležiaci vpravo od osi x, hodnotám $v \leqq 0$ oblúk ležiaci vľavo od nej ($A'QA$, resp. $A'PA$ na kružnici zakreslenej v obr. 1) tak, že oblúky odpovedajúce hodnotám v a $-(\pi - v)$ sa dopĺňajú na kružnicu ($A'PAQ$), rovnicu ktorej sme už napísali.

Štvorec dĺžky oblúkového elementu sa dá v rovinných bipolárnych súradniciach vyjadriť rovnicou

$$\mathrm{d}s^2 = \frac{\varkappa^2}{(\operatorname{ch} u + \cos v)^2} (\mathrm{d}u^2 + \mathrm{d}v^2) ,$$

ktorú odvodíme ľahko zo vzťahov (1). Z toho vyplýva, že Laplaceov výraz pre ľubovoľnú funkciu $V(x, y)$ sa dá v týchto súradniciach napísať v tvare [3]

$$\Delta V = \frac{(\operatorname{ch} u + \cos v)^2}{\varkappa^2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial v^2} \right) .$$

Laplaceova rovnica má teda jednoduchý tvar

$$\frac{\partial^2 V}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial v^2} = 0 \tag{4}$$

a funkcie tvaru

$$(A \operatorname{ch} \lambda u + B \operatorname{sh} \lambda u)(C \cos \lambda v + D \sin \lambda v) ,$$

kde A, B, C, D a λ sú ľubovoľné konštanty, sú jej partikulárnymi integrálmi. Položíme $\lambda = 0, 1, 2, \ldots$ a budeme predpokladať, že sa prídatný potenciál dá napísať v tvare

$$W = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n \operatorname{ch} nu + B_n \operatorname{sh} nu)(C_n \cos nv + D_n \sin nv)$$

a že tento rad splňuje všetky konvergenčné podmienky, ktoré budeme špecifikovať neskôr. Konštanty A_n, B_n, C_n a D_n majú odlišnú hodnotu pre vonkajšie pole a pre pole vo vnútri valca.

Primárne pole je podľa predpokladu homogénne a považujme ho najsamprv za rovnobežné s osou y. Jeho potenciál je teda

$$V_0 = ky = \frac{k\lambda \sin v}{\operatorname{ch} u + \cos v} \tag{5}$$

kde k je konštanta, ktorú považujeme za známu.

Pretože v rovine zemského povrchu (t. j. pri $u = 0$) je normálová zložka hustoty prúdu všade nulová, musí byť $B_n = 0$ a potenciál vonkajšieho poľa má preto tvar

$$V_1 = V_0 + \sum_{n=0}^{\infty} (C_n \cos nv + D_n \sin nv) \operatorname{ch} nu. \tag{6a}$$

Bod A (obr. 1) má súradnicu $u \to \infty$ a pretože je regulárnym bodom poľa, potenciál vo vnútri valca musíme predpokladať v tvare

$$V_2 = V_0 + \sum_{n=0}^{\infty} (c_n \cos nv + d_n \sin nv) \mathrm{e}^{-nu}. \tag{6b}$$

Konštanty C_n, D_n, c_n a d_n sa dajú určiť z okrajových podmienok platných na ploche valca, ktoré možno formulovať takto:

$$(V_1)_{u=u_0} = (V_2)_{u=u_0}, \quad \frac{1}{\varrho_1}\left(\frac{\partial V_1}{\partial u}\right)_{u=u_0} = \frac{1}{\varrho_1}\left(\frac{\partial V_2}{\partial u}\right)_{u=u_0}, \tag{7}$$

pričom ϱ_1 je špecifický odpor vo vonkajšej oblasti ohraničenej plochou valca a zemským povrchom, ϱ_2 špecifický odpor vo vnútri valca a pre u_0 platí vzorec (3). Z prvej podmienky (7) vyplýva ihneď

$$c_n = \mathrm{e}^{nu_0} \operatorname{ch} nu_0 C_n, \qquad d_n = \mathrm{e}^{nu_0} \operatorname{ch} nu_0 D_n. \tag{8}$$

Aby sme však mohli použiť aj druhú okrajovú podmienku, musíme funkciu V_0 rozložiť vo Fourierov rad podľa premennej v.

Funkcia V_0 definovaná vzťahom (5) je spojitou funkciou premennej v v každom bode, pre ktorý $u > 0$ a vyhovuje známym Dirichletovým podmienkam v intervale $-\pi \leqq v \leqq \pi$. Dá sa preto rozložiť vo Fourierov rad, ktorý v tomto uzavretom intervale konverguje pri konštantnom u rovnomerne. Pretože ďalej V_0 je nepárnou funkciou premennej v, môžeme písať

$$V_0 = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nv, \tag{9}$$

kde koeficient b_n je funkciou súradnice u a platí preň

$$b_n = \frac{k\lambda}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin v \sin nv}{\operatorname{ch} u + \cos v} \, \mathrm{d}v.$$

Integrál na pravej strane tejto rovnice premeníme na integrál po jednotkovej kružnici v rovine komplexných čísiel a vypočítame ho pomocou vety o rezíduu. Máme najsamprv

$$b_n = -\frac{k\varkappa}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{(e^{iv} - e^{-iv})(e^{inv} - e^{-inv})}{e^{iv} + 2\,\mathrm{ch}\,u + e^{-iv}}\,\mathrm{d}v$$

a po substitúcii $z = e^{iv}$

$$b_n = \frac{ik\varkappa}{2\pi}\oint\frac{\left(z - \frac{1}{z}\right)\left(z^n - \frac{1}{z^n}\right)}{z^2 + 2z\,\mathrm{ch}\,u + 1}\,\mathrm{d}z\,.$$

kde integrujeme v kladnom smere po kružnici $|z| = 1$. Podintegrálna funkcia

$$F(z) = \frac{(z^2 - 1)(z^{2n} - 1)}{z^{n+1}(z^2 + 2z\,\mathrm{ch}\,u + 1)} \tag{10}$$

má tri póly, a to $z = 0$, $z = z_1 = -e^{-u}$ a $z = z_2 = -e^{u}$, z ktorých vo vnútri kružnice ležia prvé dva, lebo predpokladáme $u > 0$. Laurentov rad funkcie $F(z)$ v okolí bodu $z = 0$ má tvar

$$F(z) = \frac{a_{-n-1}}{z^{n+1}} + \frac{a_{-n}}{z^n} + \ldots + \frac{a_{-1}}{z} + \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu z^\nu. \tag{11}$$

Pritom v dôsledku rovnice (10)

$$a_{-n-1} = \lim_{z\to 0} z^{n+1}F(z) = 1\,.$$

a ak označíme

$$f(z) = \frac{(z^2 - 1)(z^{2n} - 1)}{(z - z_1)(z - z_2)} = z^{n+1}F(z)\,,$$

ľahko dokážeme, že vo všeobecnosti

$$a_{-n-1+N} = \frac{f^{(N)}_{(0)}}{N!}\,. \qquad (N = 0, 1, 2, \ldots) \tag{12}$$

V dôsledku (11) má totiž výraz

$$q(z) = \left[F(z) - \frac{a_{-n-1}}{z^{n+1}} - \frac{a_{-n}}{z^n} - \ldots - \frac{a_{-n-2+N}}{z^{n+2-N}}\right]z^{n-N+1}$$

pri $z \to 0$ nutne limitu, hodnota ktorej je a_{-n-1+N}. Z druhej strany je však

$$q(z) = \frac{f(z) - \sum\limits_{m=0}^{N-1} a_{-n-1+m}z^m}{z^N}\,,$$

kde druhý člen v čitateli predstavuje polynóm v z stupňa $N - 1$. Správnosť vzorca (12) vyplýva použitím l'Hospitalovho pravidla pre výpočet limity funkcie $q_{(z)}$ pri $z \to 0$. Hodnota rezídua v bode $z = 0$ je teda $a_{-1} = f^{(n)}_{(0)}/n!$

V oblasti $|z| < |z_1|$ je však

$$f(z) = \frac{(z^2 - 1)(z^{2n} - 1)}{z_1 - z_2} \sum_{m=0}^{\infty} z^m \left(\frac{1}{z_2^{m+1}} - \frac{1}{z_1^{m+1}} \right)$$

a koeficient pri z^n vo výraze na pravej strane tejto rovnice má hodnotu

$$a_{-1} = (-1)^n \, . \, 2 \operatorname{ch} nu \, ,$$

o čom sa presvedčíme trocha zdĺhavým elementárnym výpočtom.

Rezíduum funkcie $F(z)$ v bode $z = z_1$ je

$$a_{-1} = \lim_{z \to z_1} (z - z_1) F(z) = \frac{\left(z_1 - \frac{1}{z_1} \right) \left(z_1^n - \frac{1}{z_1^n} \right)}{z_1 - z_2} = -2(-1)^n \operatorname{sh} nu \, ,$$

takže konečne podľa vety o rezíduu

$$b_n = (-1)^{n+1} 2k\chi \, e^{-nu} \, . \qquad V_0 = 2k\chi \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} e^{-nu} \sin nv \, . \qquad (13)$$

Že rad (13) konverguje absolútne a rovnomerne v každej oblasti $u \geq u_1$, ak len $u_1 > 0$, vyplýva z elementárnej úvahy:

$$|(-1)^{n+1} e^{-nu} \sin nv| \leq e^{-nu_1}$$

a rad $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-nu_1}$ je konvergentný. Podobne možno dokázať aj absolútnu a rovnomernú konvergenciu radu

$$\frac{\partial V_0}{\partial u} = 2k\chi \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \, n \, e^{-nu} \sin nv \qquad (14)$$

v tejže oblasti. Ak teda volíme $u_1 < u_0$, pričom u_0 definujeme vzorcom (3), plocha valca a celé jeho vnútro leží vo vnútri oblasti $u \geq u_1$ a za predpokladu, že rady vystupujúce na pravej strane rovníc (6a, b) a ich derivácie podľa u sú vo svojich oblastiach — včítane plochy valca — taktiež konvergentné — o čom sa presvedčíme neskôr — vedie druhá okrajová podmienka (7) ku vzťahu

$$\sum_{n=1}^{\infty} n [(\varkappa C_n \operatorname{sh} nu_0 + c_n e^{-nu_0}) \cos nv + (\varkappa D_n \operatorname{sh} nu_0 + d_n e^{-nu_0}) \sin nv] =$$

$$= 2k\chi(\varkappa - 1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} e^{-nu_0} \sin nv \, .$$

v ktorom $\varkappa$ znamená pomer špecifických odporov ϱ_2/ϱ_1 a ktorý musí platiť identicky pre všetky hodnoty v v intervale $(-\pi, \pi)$. Z toho však vyplýva, že musia platiť rovnice

$$\varkappa D_n \operatorname{sh} nu_0 + d_n \mathrm{e}^{-nu_0} = (-1)^{n+1}\, 2k\lambda(\varkappa - 1)\, \mathrm{e}^{-nu_0}\,,$$

$$\varkappa C'_n \operatorname{sh} nu_0 + c_n \mathrm{e}^{-nu_0} = 0\,. \tag{15}$$

Rovnice (8) a (15) tvoria dve lineárne sústavy o dvoch neznámych (C'_n, D_n a c_n, d_n) a ich riešenie je

$$C'_n = c_n = 0\,,$$

$$D_n = \frac{2k\lambda(\varkappa - 1)(-1)^{n+1}\, \mathrm{e}^{-nu_0}}{\varkappa \operatorname{sh} nu_0 + \operatorname{ch} nu_0}\,, \quad d_n = \frac{2k\lambda(\varkappa - 1)(-1)^{n+1} \operatorname{ch} nu_0}{\varkappa \operatorname{sh} nu_0 + \operatorname{ch} nu_0}\,, \tag{16}$$

pričom treba podotknúť, že menovateľ oboch zlomkov (determinant príslušných lineárnych sústav) je každopádne odlišný od nuly a kladný, lebo $\varkappa$ je svojou fyzikálnou povahou kladná veličina a $u_0 > 0$ v dôsledku voľby súradnicovej sústavy.

Rovnice (5), (6a, b) a (16) predstavujú riešenie našej okrajovej úlohy, ak rady

$$\begin{aligned} &\sum_{n=1}^{\infty} D_n \operatorname{ch} nu \sin nv \quad (0 \leqq u \leqq u_0)\,,\\ &\sum_{n=1}^{\infty} d_n \mathrm{e}^{-nu} \sin nv \quad (u \geqq u_0)\,,\\ &\sum_{n=1}^{\infty} nD_n \operatorname{sh} nu \sin nv \quad (0 \leqq u \leqq u_0)\,,\\ &\sum_{n=1}^{\infty} nd_n \mathrm{e}^{-nu} \sin nv \quad (u \geqq u_0) \end{aligned} \tag{17}$$

konvergujú. Avšak napr. pri prvom z týchto radov máme

$$|D_n \operatorname{ch} nu \sin nv| \leqq |D_n \operatorname{ch} nu_0| = 2k\lambda\, |\varkappa - 1|\, \frac{\mathrm{e}^{-nu_0} \operatorname{ch} nu_0}{\varkappa \operatorname{sh} nu_0 + \operatorname{ch} nu_0}$$

a pretože $\varkappa \operatorname{sh} nu_0 > 0$,

$$|D_n \operatorname{ch} nu \sin nv| < 2k\lambda\, |\varkappa - 1|\, \mathrm{e}^{-nu_0}\,.$$

Prvý z radov (17) konverguje teda absolútne a rovnomerne v oblasti $0 \leqq u \leqq u_0$, $-\pi \leqq v \leqq \pi$, lebo rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \mathrm{e}^{-nu_0}$ je zrejme konvergentný.

V druhom prípade máme podobne

$$|d_n \mathrm{e}^{-nu} \sin nv| \leqq |d_n \mathrm{e}^{-nu_0}| < 2k\lambda\, |\varkappa - 1|\, \mathrm{e}^{-nu_0}$$

a absolútna a rovnomerná konvergencia je preto tiež zrejmá.

V treťom prípade je opäť

$$|nD_n \operatorname{sh} nu \sin nv| \leq |nD_n \operatorname{sh} nu_0| < 2k\lambda\,|\varkappa - 1|\, n\, e^{-nu_0}$$

a v štvrtom

$$|nd_n e^{-nu} \sin nv| \leq |nd_n e^{-nu_0}| < 2k\lambda\,|\varkappa - 1|\, n\, e^{-nu_0}$$

a konvergencia oboch radov vyplýva z konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} n\, e^{-nu_0} = \frac{e^{-u_0}}{(1 - e^{-u_0})^2}$$

bez akýchkoľvek ťažkostí.

V prípade, že primárne pole má smer osi y, máme teda riešenie uvažovanej okrajovej úlohy v tvare

$$
\begin{aligned}
V_1 &= k\left[y + 2\lambda(\varkappa - 1)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{e^{-nu_0}\operatorname{ch} nu \sin nv}{\varkappa \operatorname{sh} nu_0 + \operatorname{ch} nu_0}\right] \\
V_2 &= k\left[y + 2\lambda(\varkappa - 1)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{e^{-nu}\operatorname{ch} nu_0 \sin nv}{\varkappa \operatorname{sh} nu_0 + \operatorname{ch} nu_0}\right].
\end{aligned}
\tag{18}
$$

Naproti tomu, ak smer primárneho poľa je rovnobežný s osou x, platí

$$V_0' = V_1' = k'x. \tag{19}$$

Pretože v praxi meriame napätie obyčajne na zemskom povrchu, z hľadiska interpretácie nás zaujíma predovšetkým vonkajšie pole na povrchu zeme. Prvá rovnica (18) dáva pre tento prípad

$$V_1 = k\left[y + 2\lambda(\varkappa - 1)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{e^{-nu_0}\sin nv}{\varkappa \operatorname{sh} nu_0 + \operatorname{ch} nu_0}\right],$$

lebo kladieme $u = 0$, kým rovnica (19) platí bez akejkoľvek zmeny. Vzťah medzi súradnicami y a v má pri $u = 0$ tvar

$$y = \lambda \operatorname{tg}\frac{v}{2}, \qquad v = 2 \operatorname{arctg}\frac{y}{\lambda}, \tag{20}$$

ktorý možno ľahko odvodiť z druhej rovnice (1). Zo vzorca pre dĺžku oblúkového elementu vyplýva, že y-ová zložka gradientu ľubovoľnej funkcie U sa v bodoch roviny $u = 0$ dá vyjadriť vo forme

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{u=0} = \frac{1 + \cos v}{\lambda}\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_{u=0} = \frac{2}{\lambda}\cos^2\frac{v}{2}\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_{u=0}.$$

Ak je teda primárne pole rovnobežné s osou y, platí pre gradient potenciálu v ľubovoľnom bode roviny zemského povrchu vzťah

$$\left(\frac{\partial V_1}{\partial y}\right)_{u=0} = k\left[1 + 4(\varkappa - 1)\cos^2\frac{v}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n\,e^{-nu_0}\cos nv}{\varkappa\,\mathrm{sh}\,nu_0 + \mathrm{ch}\,nu_0}\right]. \quad (21)$$

O konvergencii trigonometrického radu vystupujúceho na pravej strane rovnice (21) sa ľahko presvedčíme. Platí totiž

$$\frac{n\,e^{-nu_0}\cos nv}{\varkappa\,\mathrm{sh}\,nu_0 + \mathrm{ch}\,nu_0} < \frac{n\,e^{-nu_0}}{\mathrm{ch}\,nu_0} < 2n\,e^{-2nu_0}$$

a konvergencia radu $\sum_{n=1}^{\infty} n\,e^{-2nu_0}$ je zrejmá.

Pretože v prípade primárneho poľa rovnobežného s osou x má gradient potenciálu taktiež smer tejto osi a jeho absolútna hodnota je podľa rovnice (19) k', telurický parameter T v ľubovoľnom bode zemského povrchu možno vyjadriť vzťahom

$$T = 1 + 4(\varkappa - 1)\cos^2\frac{v}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n\,e^{-nu_0}\cos nv}{\varkappa\,\mathrm{sh}\,nu_0 + \mathrm{ch}\,nu_0}, \quad (22)$$

ktorý spolu so vzorcom (20) predstavuje súčasne rovnicu teoretickej telurickej profilovej krivky. Telurická anomália dosahuje, ako sa dalo očakávať, extrémnu hodnotu pri $v = 0$, t. j. v počiatku súradnicovej sústavy (x, y), o čom sa ľahko presvedčíme derivovaním rovnice (22). Hodnota anomálie je tu

$$(\Delta T)_{\mathrm{extr}} = 4(\varkappa - 1)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n\,e^{-nu_0}}{\varkappa\,\mathrm{sh}\,nu_0 + \mathrm{ch}\,nu_0}.$$

LITERATÚRA

1. Porstendorfer G., Tellurik, Grundlagen und Anwendungen, Freiberger Forschungshefte C 16, 1954. 2. Krajev A. P., Osnovy geoelektriki, Moskva 1951. 3. Schlegelmilch W., Differentialoperationen der Vektoranalysis, Berlin 1954, 151—177.

Došlo 5. 10. 1956.

ПРЯМАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ ТЕЛЛУРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ДЛЯ КРУГЛОГО ЦИЛИНДРА

ТИБОР КОЛБЕНГАНЕР

Выводы

В статье решится краевая задача теллурического поля для бесконечного круглого цилиндра с горизонтальной осью, причем применяется удобно выбранная система биполярных координат (u, v), в которых поверхность цилиндра и плоскость земской поверхности являются координатными поверхностями. Потенциал однородного первичного поля является периодической функцией переменной v и можно ее разложить в ряд Фурье. Также можно представить в форме бесконечного ряда тоже добавочный потенциал. Коэффициенты, выступующие в этом ряде, можно вычислить из известных краевых условий. Наконец доказывается сходимость рядов, представляющих решение задачи и выводятся теоретические значения теллурического параметра вдоль поперечного профиля.

ÜBER DIE RANDWERTAUFGABE DER TELLURIK FÜR DEN KREISZYLINDER

TIBOR KOLBENHEYER

Zusammenfassung

Die Randwertaufgabe der angewandten Tellurik wird für einen unendlichen Kreiszylinder mit waagerecht liegender Achse gelöst. Zu diesem Zweck wird ein Bipolarkoordinatensystem (u, v) eingeführt, in dem die Zylinderfläche und die Ebene der Tagesoberfläche Koordinatenflächen sind. Sodann wird das Potential des homogenen Primärfeldes als periodische Funktion der Veränderlichen v in eine Fourierreihe entwickelt und eine entsprechende Entwicklung für das Zusatzpotential aufgestellt. Die in der letzteren Entwicklung auftretenden Koeffizienten können an Hand der Randbedingungen leicht ermittelt werden. Zum Schluß wird die Konvergenz der Lösung bewiesen und der Verlauf des tellurichen Parameters längs eines Querprofils berechnet.