Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Konrád Rotrekl

Národohospodářská aritmetika v našich středoškolských učebnicích

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 58 (1929), No. 3-4, D57--D61

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/124020

Dodatek redakce: Bylo by žádoucí, aby se naznačenému problému, jenž se tu neobjevuje na poli didaktických úvah po prvé, věnovala větší pozornost také u nás, zvláště v této době snah reformních, a aby se výměnou názorů mohlo dospěti k poznání stanoviska odborníků *našich.*

Mínění souhlasného s autorem tohoto článku jest dr. techn. Augustin Vondráček, prof. st. průmyslové školy v Bratislavě, jenž již v lednu 1926 zaslal redakci tuto stručnou poznámku k metodice deskr. geometrie:

V úvodu do deskr. geometrie bylo by, myslím, prospěšné, věnovati více pozornosti promítání kotovanému. V kotovaném promítání lze přece také nacvičiti základní úlohy, týkající se bodu, přímky (úsečky), roviny: pravou délku úsečky, odchylku, přímku vystupňovati, případně zavésti pojem intervalu i a vztah $i \,.\, tg\alpha = 1$ (v goniometrii), v rovině vyznačiti přímky spádové, hlavní (vrstevnice) atd.

Všecky tyto úlohy lze řešiti v kotované projekci myšlenkovým postupem mnohem jednodušším než v promítání na dvě průmětny, kde hned u žáků-začátečníků nutno nahromaditi najednou mnoho nových pojmů — souřadnice, sklápění, atd., kterých hlavně slabší žáci neztráví. Užívání pojmů výšky, hloubky je žáku bližší, než pojem souřadnice (z-ová), aspoň v začátcích.

Poněvadž pak jedním z nejdůležitějších cílů vyučování deskr. geometrii je praxe, nutno i z tohoto důvodu přihlížeti více ke kotov. promítání, jehož se v praxi stavitelské zhusta užívá.

KONRÁD ROTREKL (Hranice, rG):

Národohospodářská aritmetika v našich středoškolských učebnicích.

Ve vyučovacích osnovách pro střední školy jest zdůrazněno, že národohospodářské matematice má se na střední škole věnovati obzvláštní péče. Pro odborné školy (obchodní) se toto rozumí samo sebou. Pokud naše středoškolské učebnice tomuto požadavku vyhovovaly, a co by bylo dobré v nových ještě v tom směru učiniti, bude předmětem úvahy tohoto článku.

Národohospodářská aritmetika bývá probírána ve dvou hlavních skupinách podle toho, zda jde o důchody pevné či jisté aneb o důchody odvislé od jistých nahodilých (byť mnohdy podle zákona velikých čísel se opakujících) okolností. Prvé skupině říká se aritmetika finanční, druhé aritmetika pojišťovací.

Průpravou pro aritmetiku finanční bývá nauka o číselných řadách, pro aritmetiku pojišťovací nauka o počtu pravděpodobnosti.*)

Leží přede mnou několik středoškolských učebnic, které pojednávají o obou zmíněných aritmetikách, a bude zajímavo srovnati je navzájem (učiním tak v pořadí dle stáří učebnic).

V »Algebře« pro vyšší třídy středních škol od Dra F. J. Studničky z r. 1877. pojednáno jest v oddělení V. »O poměrech a srovnalostech, jakož i jich upotřebení v národohospodářském počtářství«. Projednány zde na 10 stranách otázky jednoduchého a složitého počtu úrokového a otázky, týkající se vypočítávání úspor a úmoru, formou — jak sám autor přiznává — stručnou a bez použití nauky o číselných řadách. V oddělení X. podány též základy počtu pravděpodobnosti, a aritmetice pojišťovací věnovány pouze dvě tiskové strany (řešeny pouze tři příklady ze životního pojištění).

V »Algebře« od H. Soldáta-Em. Taftla, upravené podle osnovy učebné z r. 1898, pojednáno už o aritmetice finanční na základě číselných řad. Probrány v ní základní úkoly složitého počtu úrokového a ukázáno, jak se vypočítává důchod, úmor a výkupné. Vše vysvětleno úplným výpočtem praktických příkladů. Kniha XV. učebnice věnována základům počtu pravděpodobnosti, vysvětlena t. zv. matematická naděje a pomocí rovnosti matematické naděje pojišťovny a matematické naděje pojištěného (t. řeč. principu ekvivalence) odvozeny základní úkoly z pojišťování lidského života. Užito starého značkování důležitých veličin a součinitelů (úročitelů, odúročitelů, střadatelů atd.), jak obsaženy jsou v »Kapesních log. tabulkách« od Dra F. J. Studničky, ač od r. 1898 — kdy byl II. mezinárodní kongres poj. matematiků v Londýně — platí značkování mezinárodní.

V »Algebře« Studničkově jest užívána při výpočtech tabulka úmrtnosti Deparcieux-ova, v »Algebře« Soldát-Taftlově tabulka Süssmilch-Baumannova (obě při úrokové míře 5%).

Po r. 1908 užívá se na středních školách »Aritmetiky« od Dra Boh. Bydžovského. Kniha tato přizpůsobena novým vyučovacím osnovám v matematice. V části VII. (vyd. pro reálky) probrány početně nejdůležitější úlohy aritmetiky finanční a vsunuta sem důležitá poučení o státní rentě, o částečných dluhopisech (obligacích) a o ústavech peněžních. Je zřejmo, že tato národohospodářská poučení je třeba dáti dorůstající mládeži, aby měla smysl pro národohospodářský život dneška. V části IX. podán výklad počtu pravděpodobnosti, pojednáno o matematické naději, o tabulkách úmrtnosti a projednány základní úlohy aritmetiky pojišťovací. V dodatcích vysvětleny pojmy pojištění věcného a pojištění osobního, poukázáno na povinné pojištění nemocen-

*) Zemřelý prof. pražské techniky Augustin Pánek nazýval jej počtem věrojatným.

ské, úrazové a na pensijní pojištění úředníků státních i soukromých. Poznamenávám, že aritmetice finanční věnováno 17 tiskových stránek a aritmetice pojišťovací 12 tiskových stránek; už to dokazuje, že se uznává důležitost národohospodářské aritmetiky pro život budoucího inteligenta.

V »Aritmetice« Bydžovského značkování důležitých veličin a součinitelů provedeno jednak podle zvyklosti středoškolských učebnic (Soldát-Taftl), jednak už podle jednotného označení mezinárodního. Značkování jest souhlasně provedeno i v »Logaritmických tabulkách« od Dra Mil. Valoucha.

Při výpočtech užívá se tabulek úmrtnosti 20 anglických společností vyd. r. 1869 při úrokové míře 3½%ní.

V době poválečné užívá se na středních školách opět »Aritmetiky« Bydžovského a na školách reálných též »Aritmetiky« od prof. Jindř. Muka, vydané nákladem profesorského nakladatelství. Prvá z nich podává látku aritmetiky národohospodářské v úpravě takové, jako bylo v době předválečné (úlohy jsou vynechány). Druhá vyčerpává látku celkem stejným způsobem jako prvá; pouze při odvozování vzorců pro pojištění důchodu v životním pojištění přechází ze vzorců pro důchod dočasný k vzorcům důchodu doživotního. Má mnoho úloh s uvedenými výsledky za jednotlivými kapitolami a obsahuje velmi obšírný výklad »O peněžnictví« (na 14 tiskových stránkách).

Obě knihy užívají stejného značkování veličin a součinitelů či koeficientů.

Poznamenávám, že v obou — snad vinou tisku — jest zaměňována značka pro nynější pravděpodobnou hodnotu doživotního důchodu roční 1 (Kč) předem splatného: $\ddot{a}_x$ značkou téhož důchodu, ale pozadu placeného: a_x; podobně v knize Bydžovského značka: $\ddot{a}_{x,n}$ se značkou: $a_{x,n}$.

V obou užívány jsou při výpočtech opět tabulky úmrtnosti 20 anglických pojišťoven při úrokové míře 3½%ní.

Z tohoto krátkého přehledu vidno, že v našich českých učebnicích středoškolských věnována byla národohospodářské aritmetice od prvopočátku pozornost.

Pro další vydání učebnic starých anebo pro učebnice nové doporučoval bych přizpůsobení se ve značkování hodnot a součinitelů mezinárodnímu zvyku úplně. Tak na příkl. ve finanční aritmetice zavedení znaků: pro úročitele $r = 1 + i$ $(i = \frac{p}{100})$, pro odúročitele $v = \frac{1}{r}$, střadatele $s_{\overline{n}|} = r \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$, pro zásobitele $a_{\overline{n}|} = \frac{1}{r^n} \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$, pro umořovatele $i_{\overline{n}|} = \frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{r^n (r - 1)}{r^n - 1}$, atd. — V matematice pojišťovací jest pak daleko výhodnější použíti při výpočtu premií (jediných nebo ročně placených) mezinárodních značek, které označují vždy dnešní pravděpodobnou hodnotu pojištění jednotky (1 Kč). (V učebnici Bydžovského jest na př. odvozována dnešní pravděpodobná hodnota důchodu 1 Kč ihned splatného).

Pro potřebu středoškolskou postačilo by zavésti značky:

1. ${}_tE_x = \dfrac{D_{x+t}}{D_x}$, t. j. dnešní pravděpodobnou hodnotu kapitálu jednotky (1 Kč), který bude osobě x-leté vyplacen po t letech, bude-li živa (kapitola pojištění na dožití);

2. ${}_{n/t}a_x = \dfrac{N_{x+n} - N_{x+n+t}}{D_x}$, t. j. dnešní pravděpodobnou hodnotu ročního důchodu jednotky (1 Kč) o n let odloženého a dalších t let trvajícího x-leté osoby (kapitola pojištění důchodu);

3. ${}_{n/t}A_x = \dfrac{M_{x+n} - M_{x+n+t}}{D_x}$, t. j. dnešní pravděpodobnou hodnotu kapitálu jednotky (1 Kč), který má býti dědicům x-leté osoby vyplacen (t. zv. odkaz) koncem roku úmrtí zůstavitelova s n-letou dobou karenční a s účinností dalších t let (kapitola pojištění na úmrtí);

4. $A_{x,\overline{n|}} = {}_nE_x + {}_{/n}A_x$, t. j. dnešní pravděpodobnou hodnotu kapitálu jednotky (1 Kč), který se vyplatí x-leté pojištěné osobě po n letech, bude-li ještě živa, nebo po její smrti dědicům, zemře-li dříve (kapitola pojištění na dožití a úmrtí či t. zv. pojištění smíšeného).

V případě, že $N_{x+n+t} = 0$, resp. $M_{x+n+t} = 0$, dostáváme značky pro dnešní pravděpodobné hodnoty důchodu neb odkazu jednotky, (1 Kč) doživotního a pro $n = 0$ bezprostředního.

Na základě těchto hodnot mohli bychom míti jednoduché vzorce pro premie jediné (P_x) i pro premie periodické (roční p_x) v různých druzích pojištění životního:

1. V pojištění na dožití:

$$P_x = K \cdot {}_tE_x \left(= K \cdot \frac{D_{x+t}}{D_x}\right); \quad p_x = \frac{P_x}{{}_{/t}a_x} \left(= K \cdot \frac{D_{x+t}}{N_x - N_{x+t}}\right);$$

zde K jest pojištěný kapitál a výplata jeho nastane po t letech;

2. v pojištění důchodu (na př. pro důchod po n letech splatný a dalších t let trvající):

$$P_x = r \cdot {}_{n/t}a_x \left(= r \cdot \frac{N_{x+n} - N_{x+n+t}}{D_x}\right); \quad p_x = \frac{P_x}{{}_{/n}a_x} \left(= r \cdot \frac{N_{x+n} - N_{x+n+t}}{N_x - N_{x+n}}\right);$$

zde r jest hodnota renty, kterou pojištěný začne požívati po n letech s dalšími t lety účinnými;

3. v pojištění na úmrtí (na př. pro odkaz s n-letou dobou čekací a s dalšími t lety účinnými):

$$P_x = K \,.\, {}_{n/t}A_x \left(= K \,.\, \frac{M_{x+n} - M_{x+n+t}}{D_x} \right),$$

$$p_x = \frac{P_x}{{}_{/n+t}a_x} \left(= K \,.\, \frac{M_{x+n} - M_{x+n+t}}{N_x - N_{x+n+t}} \right);$$

zde K jest odkázaný pojištěný obnos, který se dědicům vyplatí koncem roku smrti zůstavitelovy, ale s n-letou čekací dobou a zemře-li zůstavitel v době dalších t let;

4. v pojištění smíšeném bude

$$P_x = K \,.\, A_{\overline{x, n|}} = K \,.\, ({}_{/n}A_x + {}_nE_x) \text{ čili } P_x = K \,.\, \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x};$$

$$p_x = \frac{P_x}{{}_{/n}a_x} \text{ čili } p_x = K \,.\, \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}};$$

zde K jest opět pojištěný obnos, který obdrží pojištěný po n letech, bude-li živ, nebo — zemře-li dříve — jeho dědicové.

V tabulkách úmrtnosti uvedených v Log. tabulkách Valouchových jsou už čísla D_x (t. zv. diskontovaná čísla žijících) a jejich součty N_x. Bude nutno pro naše vzorce tabulky doplniti čísly C_x (t. zv. diskontovaná čísla zemřelých) a jejich součty M_x. Tím by se rozsah tabulek valně nezvětšil.

Dodatek: V log. tabulkách Valouchových (6. vyd.) jest už místo tabulky úmrtnosti 20 anglických společností uvedena rakouská tabulka úmrtnosti podle sčítání lidu v letech 1906—10 a pojistná čísla v ní uvedená pro početní základ 4%ní. Bude tedy nutno v nových vydáních »Aritmetik« od dra Bydžovského i prof. Muka příklady pojistné propočítati pro tento početní základ, jehož se dnes všeobecně užívá (na př. v sociálním pojišťování).

DROBNOSTI.

Stojaté chvění příčné na žhoucím drátě. Známý pokus Meldeův možno provésti v té formě, že jeden konec drátu ocelového 0·3 *mm* průměru a asi 4 metrů délky upevníme na volném konci elektromagnetické pružiny — viz autorův článek v Příl. did. metod. Časopisu, str. *209, 1926* —, druhý pak v železném svěráku. Do drátu zavedeme proud stejnosměrný nebo střídavý, aby drát začínal právě žhnouti — asi 3 A (na pevném konci pružiny je svorka). Drát žhne po celé délce stejně, což svědčí o tom, že po celé délce je stejný průřez a stejný odpor specifický. Uvedeme-li pružinu v pohyb kmitavý střídavým proudem 50 *per/sec* — osa pružiny je kolmá ke směru drátu —, rozkmitá se drát tak, že se na něm vytvoří vedle uzlů na koncích 2—4 uzly podle toho, jak oteplený drát je napiat. Pozorujeme pak zřetelně uzly, v nichž drát