Josef Kounovský

Poznámka ku křivosti rovnostranné hyperboly

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 38 (1909), No. 5, 603--604

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123811`

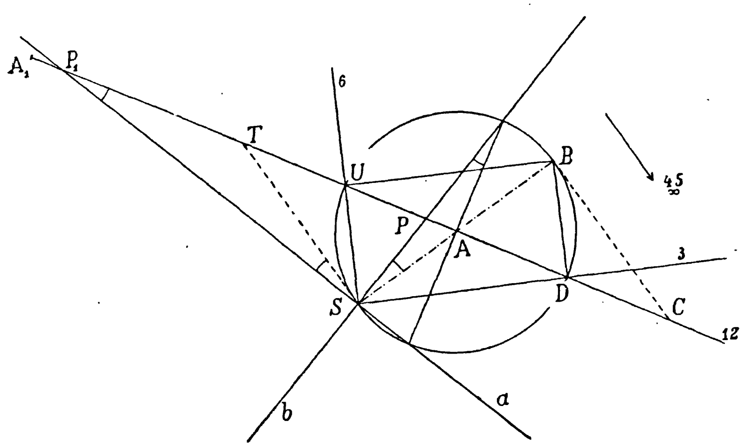
Poznámka ku křivosti rovnostranné hyperboly.

Sděluje dr. Jos. Kounovský.

Nevím, byla-li již v poměrně bohaté literatuře o rovnostranné hyperbole vyřčena věta:

Poloměr křivosti rovnostranné hyperboly rovná se polovině tětivy, kterou na ní vytíná příslušná normála.

Budiž rovnostranná hyperbola určena v obrazci asymptotami $a \perp b$ (střed S) a bodem A. Kružnice opsaná ze středu A poloměrem AS určuje hned na asymptotách body tečny v bodě A hyperboly a na normále bodu A pak body, jimiž procházejí její osy. Učiníme-li $A_1P_1 = AP$, obdržíme na normále druhý průsečík s hyperbolou a tedy její tětivu AA_1.



Sestrojme nyní střed křivosti pro bod A. Užijeme k tomu na př. paraboly Steinerovy, která majíc za tečny obě osy hyperboly a tečnu a normálu bodu A, dotýká se normály v hledaném středu křivosti C *).

*) K. Pelz, »Die Krümmungshalbmesserconstructionen der Kegelschnitte als Corollalien eines Steinerschen Satzes«. Věstník král. čes. společnosti nauk, Praha 1879.

Bod C sestrojíme jako dotyčný bod normály na Steinerově parabole, která má patrně přímku AS za přímku řídící, větou Brianchonovou, označíme-li na př. normálu 12, osy 3, 6 a dotyčný bod na nekonečně vzdálené tečně paraboly $\infty 45$ ve směru ku AS kolmém. Brianchonův bod B zapadá do průměru SA tak, že $BA = SA$; kolmice v bodě B na SB vztyčená protíná již normálu v středu křivosti.

Rozpůlíme-li dále tětivu AA_1 (nebo úsečku PP_1) bodem T, tu spojnice $ST \perp SA$ (vzhledem k rovnosti úhlů v obrazci obloučky označených), t. j. $BC \parallel ST$. Tedy $\triangle BCD \backsim \triangle STU$, $CD = TU$ a též $AC = AT$ t. j. $AC = \frac{1}{2} AA_1$, jak bylo tvrzeno.

Pan professor *Sobotka* užil rovnostranné hyperboly k sestrojování středu křivosti kuželoseček v práci „Die Krümmungs-Halbmesser-Eigenschaften der Kegelschnitte“ *) tím způsobem, že střed křivosti kuželosečky na libovolné normále určuje jako druhý průsečík normály s rovnostrannou hyperbolou Apolloniovou, určenou středem dané kuželosečky, směry os (asymptot) a dotykem s danou kuželosečkou v bodě, pro který poloměr křivosti se rýsuje. Jak známo, protíná Apolloniova hyperbola uvažovanou kuželosečku obecně ve čtyřech bodech, jichž normály mají na hyperbole společný průsečík. V tomto speciálním případě stanou se tedy dvě normály soumeznými a jich průsečík středem křivosti, jemuž hyperbola vzhledem k dané kuželosečce jest přiřazena.

Pan *Cazamian* odvozuje v práci „Sur le rayon de courbure des coniques“ **) cestou analytickou, že poloměr křivosti kuželosečky rovná se dvojnásobnému poloměru křivosti Apolloniovy hyperboly, dotýkající se dané kuželosečky v bodě uvažovaném, a pomocí té vlastnosti středy křivosti kuželoseček sestrojuje.

Obě methody daly mi podnět k čistě geometrickému odvození vlastnosti rovnostranné hyperboly, kterou sděluji.

---

*) Věstník král. čes. společnosti nauk, Praha 1894.
**) Nouvelles annales de mathématiques, sér. 3 vol. 14, Paříž 1895.