# Věstník literární

*Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky*, Vol. 38 (1909), No. 2, 205--206

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123774

# Věstník literární.

## Recense knih.

*G. Vivanti - A. Gutzmer*: **Theorie der eindeutigen analytischen Functionen.** Leipzig, Teubner 1906. Stran 512. Cena 12 M.

Kniha tato je takřka úplné přepracování vlašského originálu (Teoria delle funzioni analitiche 1901 ve známé Hoeplově sbírce), zejména třetí část doznala změn největších. První část jest věnována elementární theorii množin (definice, mocnost množin, specielní množiny), transfinitním číslům a applikaci jich na theorii množin. Druhá část jedná o theorii analytických funkcí a používáno jest method, jež zavedl Weierstrass. Definice, vlastnosti plynoucí ze spojitosti funkce, potenční řady, souvislost konvergenčního poloměru s koefficienty mocnin; pak zaveden pojem střední hodnoty $\mathfrak{M}f(\varrho)$

$$\mathfrak{M}_n f(\varrho) = \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^{2^n-1} f(\alpha_n^k \varrho)$$

pro $lim\ n = \infty$ a applikuje výsledky zde získané na dvojnásob nekonečnou řadu potenční. V kapitole věnované derivaci a integrálu potenční řady pojednává se zejména o exponenciální funkci $e^x$. Transformací řady jmenuje autor vztah

$$P(x) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(x-c)^r}{r!} P^r(c),$$

při čemž $c$ jest uvnitř konvergenčního kruhu řady $P(x)$. Kapitola o singulárních bodech počíná větou Liouvilleovou; odvozen rozvoj Laurentův, a pojednáno o tom, jak se chová funkce v podstatně singulárním bodu. Specielně probrány celistvé racionální funkce s obvyklými applikacemi (důkaz věty Gaussovy). Součet nekonečně mnoha racionálných funkcí jmenuje se „arithmetický výraz"; vyšetřuje se obor platnosti takovýchto arithmetických výrazů.

Další postup pak naznačuje toto schema:

*A*) Funkce bez singularit – ty se redukují na konstantu.
*B*) Funkce pouze s póly
1. funkce s jedním pólem
 *a*) v nekonečnu — funkce celistvé racion.,
 *b*) v konečnu;
2. funkce s nekonečným počtem pólů — funkce rac. lomené,
3. funkce s nekonečně mnoha póly — není takových.

Funkce ve skupině $A$ a $B$ tvořily předmět na stránkách předchozích; kniha se obírá dále skupinou $C$, totiž s funkcemi s podstatně singulárními body, o níž badání nepokročilo — zejména v jednotlivostech — daleko.

$C$) 1. Funkce s jedním podstatně singulárním bodem
   $a$) v nekonečnu,
   $b$) v konečnu.
2. Funkce s konečným počtem podst. singul. bodů.
3. Funkce s nekonečně mnoha singulárními body,
   $a$) nekonečně mnoho pólů a 1 sing. bod,
   $b$) „ „ „ a konečný počet sing. bodů,
   $c$) „ „ libovolných singulárních bodů.

Funkce skupiny $Ca1$ jsou celistvé funkce transcendentní. Odvozuje se pro ně Weierstrassův rozklad v primitivní faktory (specielně na *sin x*, *cos x* a Weierstrassovu funkci $\sigma(x)$. Pojednáno o nullových bodech, rozšířena věta Rolleova a Descartesova a použito jich k větám jednajícím o rozdělení nullových bodů funkcí $f(x)$ a $f'(x)$. Funkce skupiny $C1b$ přecházejí transformací $y = \frac{1}{x-c}$ ve funkce $C1a$; skupina $C2$ obsahuje funkce tzv. quasimeromorfní, $C3a$ jsou funkce transcendentní meromorfní. Při skupině $C3c$ dokazuje autor důležitou větu Mittag-Leflerovu o rozkladu funkce v parciální zlomky a poukazuje k souvislosti mezi touto větou a větou Weierstrassovou.

Třetí část jest nejobsáhlejší; obsahem jejím jest doplnění theorie analyt. funkcí. Nejvíce místa jest popřáno *úvahám* Borelovým, Hadamardovým, Poincarovým a Picardovým z theorie funkcí celistvých. Pojednáno o funkcích s přirozenou hranicí, o řadách divergentních a asymptotických hodnotách, o rozvoji analytické funkce v polynomy, o analytickém pokračování.

Poslední oddíly jednají o singularitách analytických funkcí; zaveden pojem funkcí gleichsingulär (egualmente singolari): mějtež dvě funkce $f(x)$ a $\varphi(x)$ stejný poloměr konvergence $\varrho$; můžeme-li stanoviti konstantu $k$ tak, že funkce $f - k\varphi = 0$ má poloměr konvergence větší než $\varrho$, jmenujeme (dle Pincherle-ho) ony funkce „egualmente singolari“. Vyšetřováním, jak se funkce daná potenční řadou chová na obvodě kruhu potenčního, vyhledáváním funkcí, dány-li podmínky týkající se singulárních bodů nebo existenčních oborů, kniha končí. Připojen jest bohatý seznam literatury (672 spisů a pojednání); z českých mathematiků citován jest Lerch, mezi jiným i pojednání z XV. roč. tohoto časopisu. *K. Čupr.*