Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 38 (1909), No. 2, 271--272

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123768`

Úlohy.

a) Z mathematiky.

Úloha 7.

Dokažte rozšířenou větu Menelaovu: Každá příčka protíná strany n-úhelníka v n bodech, pro které součin dělicích poměrů vzhledem k vrcholům n-úhelníka jakožto základním rovná + 1. *Jan Svoboda*, akademik.

Úloha 8.

Řešiti rovnici:

$$sin\left(x+\frac{\alpha-\beta}{2}\right).\,sin\left(x-\frac{\alpha-\beta}{2}\right).\,sin\left(x-\frac{\alpha+3\beta}{2}\right)$$
$$.\,sin\left(x-\frac{3\alpha+\beta}{2}\right)=m.$$

Týž.

Úloha 9.

Vepsati do čtverce ellipsu protínající kružnici čtverci vepsanou v úhlu 45°. Prof. *R. Hruša* v Novém Městě na Moravě.

Úloha 10.

Do kosočtverce o úhlopříčnách 2m, 2n vepsati ellipsu protínající vepsanou kružnici v úhlu 45°. *Týž.*

Úloha 11.

Ustanoviti součinitele při x^{14} v rozvinutém výraze

$$(1-x^3)^9\,.\,(1+x^2)^{10}.$$

Týž.

Úloha 12.

Dokázati, že

$$cosec\,\alpha\,cosec\,2\alpha+cosec\,2\alpha\,cosec\,3\alpha+\ldots$$
$$+\,cosec\,(n-1)\,\alpha\,.\,cosec\,n\alpha$$
$$=sin\,[(n-1)\,\alpha]\,.\,cosec^2\,\alpha\,.\,cosec\,n\alpha.$$

Týž.

Úloha 13.

Ukázati, že výraz

$$2^{4n+1}-2^{2n}-1$$

jest pro celistvá a kladná n vždy dělitelný devíti; kdy je nad to dělitelný 27? *Týž.* (*L.*)

Úloha 14.

Ukázati, že

$$(1+x+x^2+\ldots+x^n)^2-x^n$$
$$=(1+x+\ldots+x^{n+1}).(1+x+\ldots+x^{n-1}).$$

Týž. (*L.*)

Úloha 15.

Ukázati, že součin čtyř po sobě jdoucích členů řady arithmetické zvětšený o čtvrtou mocninu její difference jest úplný čtverec. *Týž.* (*L.*)

Úloha 16.

Ukázati, že výraz

$$1+\frac{n-1}{n-2}+\frac{(n-1)(n-3)}{(n-2)(n-4)}+\frac{(n-1)(n-3)(n-5)}{(n-2)(n-4)(n-6)}+\ldots$$

nabývá pro lichá n hodnoty n, pro sudá n pak hodnoty

$$n-\frac{(n-1)(n-3)\ldots 5.3.1}{(n-2)(n-4)\ldots 6.4.2}.$$

Týž. (*L.*)

Úloha 17.

Z každého vrcholu trojúhelníka rovnostranného vedena je příčka odchýlená od jedné strany o úhel α. Jak velký musí býti úhel α, aby trojúhelník rovnostranný těmi příčkami omezený zaujímal polovinu plochy daného trojúhelníka.

Učitel *V. Jirsák* v Dobřenici.

Úloha 18.

Dán kosočtverec $ABCD$ o středu O; vepišme kružnice: 1.) do kosočtverce $ABCD$, 2.) do trojúhelníka ABC, 3.) do trojúhelníka ABD, 4.) do trojúhelníka ABO. Dán-li je jeden z úhlů, ve kterém se libovolné dvě z těchto kružnic protínají, ustanoviti úhly, v nichž se protínají ostatní páry těch kružnic i úhel kosočtverce. *Týž.*

b) Z deskriptivní geometrie.

Úloha 4.

Ustanoviti polohu svítícího bodu, pro kterou by vržený stín dané koule na I. průmětnu byl omezen parabolou jdoucí danými dvěma body. *L. Č.*