Josef Žďárský

O pohybu v prostoru

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 52 (1923), No. 4, 342--345

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123754

u, v un contact du 2^e ordre. Si le centre de courbure parcourt la normale commune, les tangentes des sections normales correspondantes engendrent des involutions projectives. Les éléments unis de cette correspondance spéciale [2, 2] sont, d'une part, les droites isotropes, d'autre part les directions cherchées. Si l'on prend pour point de départ la construction de M. Sobotka, qui permet de trouver le centre de courbure pour une section normale, étant donné les centres de courbure de trois sections normales, on peut construire les tangentes cherchées directement, sans construire d'abord les indicatrices des deux surfaces (comme l'exige la construction d'Olivier bien connue). On trouve en même temps une série d'autres constructions concernant la courbure des sections normales. On trouve, en outre, le théoreme, facile à vérifier, que la correspondance [2, 2], déterminée par les centres de courbure situés dans les mêmes plans normaux, se réduit à l'homographie de deux involutions dans le cas où les tangentes des courbes de courbure d'une surface sont les bissectrices des tangentes anaogues de l'autre surface.

O pohybu v prostoru.

Napsal Dr. *J. Žďárský.*

Článek Dr. J. Vojtěcha „Analytické vyjádření pohybu v prostoru" (v čís. 3. roč. 51. časopisu) poskytuje mi vhodnou příležitost ukázati přednosti vektorového počtu před obvyklými methodami analytické geometrie. Užijeme-li associačně distributivné operace multiplikační (Hamiltonovy), dostaneme pro součin $\mathfrak{m}\,.\,\mathfrak{n}$ vektorových jednotek $\overline{OM} = \mathfrak{m}$, $\overline{ON} = \mathfrak{n}$ svírajících úhel ω

$$\mathfrak{m}\,.\,\mathfrak{n} = \cos\omega + i\sin\omega\,.\,\mathfrak{a} \qquad (a)$$

kde $\mathfrak{a}$ značí jednotku direktní kolmice k vektorům $\mathfrak{m}$, $\mathfrak{n}$ a i obyčejnou imaginárnou jednotku arithmetickou. (Odkazuji ke svému pojednání „Užití vektorového počtu v theorii ploch" v Rozpravách akademie, roč. XXVI. č. 45.) Přemístěním úhlu MON v jeho vlastní rovině se součin $\mathfrak{m}\,.\,\mathfrak{n}$ nezmění, překlopením úhlu změní součin $\mathfrak{m}\,.\,\mathfrak{n}$ pouze znaménko. Součin $\mathfrak{m}\,.\,\mathfrak{n}$ lze vyjádřiti pomocí obvyklého skalárného $(\wedge)$ a vektorového součinu $\times$:

$$\mathfrak{m}\,.\,\mathfrak{n} = \mathfrak{m}\wedge\mathfrak{n} + i\,\mathfrak{m}\times\mathfrak{n} \qquad (b)$$

Je-li R' $(\overline{OR'} = \mathfrak{r}')$ bod souměrný s běžným bodem $R(\overline{OR} = \mathfrak{r})$ dle vektorové jednotky $\overline{OM} = \mathfrak{m}$ jest $\sphericalangle(\mathfrak{r}', \mathfrak{m}) = \sphericalangle(\mathfrak{m}, \mathfrak{r})$ t. j.

$$\mathfrak{r}'\,.\,\mathfrak{m} = \mathfrak{m}\,.\,\mathfrak{r}.$$

Operací $.\,\mathfrak{m}$ obdržíme: $\mathfrak{r}' = \mathfrak{m}\,.\,\mathfrak{r}\,.\,\mathfrak{m}$ (1)

Tato transformace převádí bodový systém R v systém R' s ním souměrný dle osy $\overline{OM} = \mathfrak{m}$. Neprochází-li osa souměrnosti počátkem nýbrž bodem S ($\overline{OS} = \mathfrak{s}$) přejde rovnice (1) ve tvar

$$\mathfrak{r}' = \mathfrak{s} + \mathfrak{m} . (\mathfrak{r} - \mathfrak{s}) . \mathfrak{m} \tag{2}$$

Podobně systém R' souměrný s R dle roviny vedené bodem S kolmo k vektorové jednotce $\mathfrak{m}$ vyjádřen jest rovnicí

$$\mathfrak{r}' = \mathfrak{s} - \mathfrak{m} . (\mathfrak{r} - \mathfrak{s}) . \mathfrak{m} \tag{3}$$

Rovnice (2, 3) jsou v podstatě identické s Vojtěchovými rovnicemi I a analogickými rovnicemi na str. 162 citovaného článku.

Výsledkem dvou transformací typu (1)

$$\mathfrak{r}' = \mathfrak{n} . \mathfrak{m} . \mathfrak{r} . \mathfrak{m} . \mathfrak{n} \tag{4}$$

jest otočení tuhého systému $\mathfrak{r}$ kolem osy jdoucí počátkem kolmo k rovině ($\mathfrak{m}\,\mathfrak{n}$) o dvojnásobnou odchylku vektorových jednotek $\mathfrak{m}$, $\mathfrak{n}$. Neprochází-li rotační osa počátkem, nýbrž bodem S přejde (4) ve tvar

$$\mathfrak{r}' = \mathfrak{s} + \mathfrak{n} . \mathfrak{m} . (\mathfrak{r} - \mathfrak{s}) . \mathfrak{m} . \mathfrak{n} \tag{5}$$

Rovnice (4, 5) jsou identické s Vojtěchovými rovnicemi (II) respective (II + III). Je-li $\mathfrak{a}$ ($// \mathfrak{m} \times \mathfrak{n}$) jednotka na rotační ose a u translace ve směru osy definuje

$$\mathfrak{r}' = \mathfrak{s} + \mathfrak{n} . \mathfrak{m} \, (\mathfrak{r} - \mathfrak{s}) \, \mathfrak{m} . \mathfrak{n} + u . \mathfrak{a} \tag{6}$$

přemístění způsobené šroubem a jest aequivalentní s Vojtěchovými rovnicemi (II + V).

2. Ukáži nyní, kterak přejdeme v rovnici (4) k pravoúhlým souřadnicím x, y, z ve směrech jednotek $\mathfrak{i}_1$, $\mathfrak{i}_2$, $\mathfrak{i}_3$. Vzhledem k (a) přejde (4) ve tvar

$$\mathfrak{r}' = \left(\cos\frac{\omega}{2} - i \sin\frac{\omega}{2} . \mathfrak{a}\right) . \mathfrak{r} . \left(\cos\frac{\omega}{2} + i \sin\frac{\omega}{2} . \mathfrak{a}\right)$$

Po vynásobení

$$\mathfrak{r}' = \cos^2\frac{\omega}{2} + \sin^2\frac{\omega}{2} \mathfrak{a} . \mathfrak{r} . \mathfrak{a} + i \sin\frac{\omega}{2} \cos\frac{\omega}{2} (\mathfrak{r} . \mathfrak{a} - \mathfrak{a} . \mathfrak{r})$$

Relace (b) převede tuto rovnici ve tvar

$$\mathfrak{r}' = \cos\omega . \mathfrak{r} - \sin\omega . \mathfrak{r} \times \mathfrak{a} + 2 \sin^2\frac{\omega}{2} \mathfrak{a} \wedge \mathfrak{r} . \mathfrak{a} \tag{c}$$

a vložíme-li

$$\mathfrak{a} = \cos\alpha . \mathfrak{i}_2 + \cos\beta . \mathfrak{i}_1 + \cos\gamma . \mathfrak{i}_3, \quad \mathfrak{r} = x . \mathfrak{i}_1 + y . \mathfrak{i}_2 + z . \mathfrak{i}_3,$$

dostaneme po provedeném vynásobení pro koeficient při $\mathfrak{i}_1$

$$x' = \left(2\cos^2\alpha \,.\, \sin^2\frac{\omega}{2} + \cos\omega\right) x +$$
$$+ \left(2\cos\alpha \,.\, \cos\beta \,.\, \sin^2\frac{\omega}{2} - \cos\gamma \,.\, \sin\omega\right) y +$$
$$+ \left(2\cos\alpha \,.\, \cos\gamma \,.\, \sin^2\frac{\omega}{2} + \cos\beta \,.\, \sin\omega\right) . z \qquad (7)$$

a cyklickou záměnou y', z', což jsou přesně Vojtěchovy rovnice (II)

Přejdeme nyní k rovnici (5). Budiž n délka kolmice spuštěné s počátku na rotační osu, S pata, $\mathfrak{b}$ jednotka této kolmice a $\mathfrak{c}$ jednotka direktní kolmice k $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$. Součin $\mathfrak{n} \,.\, \mathfrak{m} \,.\, \mathfrak{s} \,.\, \mathfrak{m} \,.\, \mathfrak{n}$ vypočteme, vložíme-l do pravé strany rovnice (c) $\mathfrak{s}$ za $\mathfrak{r}$ načež

$$\mathfrak{s} - \mathfrak{n}\,\mathfrak{m} \,.\, \mathfrak{s} \,.\, \mathfrak{m} \,.\, \mathfrak{n} = \mathfrak{s} - \mathfrak{n} \,.\, (\cos\omega \,.\, \mathfrak{b} +$$
$$+ \sin\omega \,.\, \mathfrak{c}) = n \,.\left(2\sin^2\frac{\omega}{2}\mathfrak{b} - \sin\omega \,.\, \mathfrak{c}\right)$$

Koeficient při $\mathfrak{i}_1 =$

$$n \,.\left(2\cos\alpha' \,.\, \sin^2\frac{\omega}{2} - \cos\alpha'' \,.\, \sin\omega\right) \text{atd.}$$

kterýžto výraz (Vojtěchův III) nutno přičísti k pravé straně rovnice (7)

3. Produktem dvou rotací ω_1, ω_2 kolem jednotek $\overline{OA_1} = \mathfrak{a}_1$, $\overline{OA_2} = \mathfrak{a}_2$ svírajících úhel λ jest rotace ω kolem výsledné osy $\overline{OA} = \mathfrak{a}$, kterou dostaneme z rovnice:

$$\left(\cos\frac{\omega_1}{2} + i\sin\frac{\omega_1}{2}\mathfrak{a}_1\right) . \left(\cos\frac{\omega_2}{2} + i\sin\frac{\omega_2}{2} \,.\, \mathfrak{a}_2\right) = \cos\frac{\omega}{2} + i\sin\frac{\omega}{2} \,.\, \mathfrak{a}$$

čili $\cos\frac{\omega_1}{2} \,.\, \cos\frac{\omega_2}{2} - \sin\frac{\omega_1}{2} \,.\, \sin\frac{\omega_2}{2}\mathfrak{a}_1 \,.\, \mathfrak{a}_2 + i\sin\frac{\omega_1}{2}\cos\frac{\omega_2}{2}\mathfrak{a}_1 +$

$$+ i\sin\frac{\omega_1}{2}\sin\frac{\omega_2}{2}\mathfrak{a}_2 = \cos\frac{\omega}{2} + i\sin\frac{\omega}{2} \,.\, \mathfrak{a}.$$

t. j. vzhledem k relaci (b)

$$\left.\begin{aligned} \cos\frac{\omega}{2} &= \cos\frac{\omega_1}{2}\cos\frac{\omega_2}{2} - \sin\frac{\omega_1}{2}\sin\frac{\omega_2}{2} \,.\, \cos\lambda. \\ \sin\frac{\omega}{2} \,.\, \mathfrak{a} &= \sin\frac{\omega_1}{2} \,.\, \cos\frac{\omega_2}{2} \,.\, \mathfrak{a}_1 + \cos\frac{\omega_1}{2}\sin\frac{\omega_2}{2}\mathfrak{a}_2 - \\ &\quad - \sin\frac{\omega_1}{2}\sin\frac{\omega_2}{2}\mathfrak{a}_1 \times \mathfrak{a}_2. \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

První rovnice podává úhel otočení a druhá směr rotační osy.

*

Sur le mouvement dans l'espace.

(Extrait de l'article précédent.)

L'auteur déduit, au moyen du calcul vectoriel, les formules exprimant le mouvement ou la transformation symétrique d'un système rigide dans l'espace. Les formules de transformation — on y parvient presque immédiatement — ont, dans la notation vectorielle, une forme simple et, au point de vue géométrique, claire. L'auteur fait voir, comment on passe des formules trouvées aux formules usuelles de la géométrie analytique.

Prof. Josef Liznar sedmdesátníkem.

Napsal Dr. *V. Havlík.*

Profesor Josef Liznar je Moravan; narodil se 28. října 1852 v Brumovicích u Klobuk. Středoškolská studia skončil na reálce v Brně. Pak studoval fysiku a matematiku na universitě a technice vídeňské. Na jaře 1887 složil státní zkoušku učitelskou pro vyšší reálky z matematiky a fysiky. — Již roku 1875 však se stal výpomocným asistentem Ústředního ústavu pro meteorologii a zemský magnetismus ve Vídni; dva roky na to byl jmenován skutečným asistentem a za další dvě leta adjunktem tohoto ústavu. Byly mu zde přikázány hlavně práce magnetické.

Roku 1884 se habilitoval na vysoké škole technické ve Vídni pro meteorologii a zemský magnetismus a r. 1896 byl mu na téže škole udělen titul a charakter mimořádného profesora; byla to první profesura toho druhu na technice. Na Ústředním ústavě meteorologickém zůstal pak ještě tři roky. — V letech 1889—1894 vykonal za podpory Vídeňské akademie věd svou nejdůležitější práci: změření magnetických elementů v soustátí rakouském.

Po víc jak dvacetiletém působení na Ústředním ústavě meteorologickém jmenován byl řádným profesorem meteorologie a klimatologie na vysoké škole zemědělské ve Vídni s povinností přednášeti o tomto předmětě i dále na technice.

Po převratu byl v prosinci 1918 prof. Liznarovi doručen dotazník, v němž prvá otázka byla po národnosti. Prof. Liznar, jenž se vždy otevřeně hlásil k českému národu, nemohl ho vyplniti jinak, než dle pravdy. Následkem toho dostal hned následujícího 1. ledna přípis rakouského státního ústavu pro vyučování, jímž se zprošťuje všech úředních výkonů a zastavuje se mu dosavadní plat; 1. září 1919 pak byl v Rakousku pensionován se směšně malým výslužným.

Letos na jaře byl na Karlově universitě jmenován řádným profesorem kosmické fysiky a zemského magnetismu s poznámkou, aby dle možnosti spolupůsobil i v Ústavě pro geofysiku.

To jsou nejhlavnější data ze života prof. Liznara, ze života muže, jenž všechny své síly a všechen svůj čas věnoval klidné, pilné a plodné práci vědecké.