

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

August Seydler

O Gaussových pracích astronomických

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 6 (1877), No. 4, 184--191

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123676>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1877

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

V.

O Gaussových pracích astronomických.

Napsal

Dr. A. Seydler.

„Thou, nature, art my goddess; to thy
laws my services are bound.“
Shakespeare, King Lear, Act I, Scene II.

Roku 1809 vyšel nejdůležitější spis astronomický tohoto století, nepočítáme-li *Laplace-ovu* „*Mécanique céleste*“, která alespoň začátkem svým sáhá ještě do století předešlého. Plný název jeho zní: „*Theoria motus corporum coelestium, in sectionibus conicis circa solem ambientium, auctore Carolo Friderico Gauss;*“ leč astronomovi dostačí pouhé *Theoria motus*, jímž zároveň naznačen i spis onen Gaussův i jeden z hlavních oddílů astronomie.

Mnoho bylo by lze říci na oslavu díla, jehož základní rysy vzešly v hlavě čtyřadvaceti leté; leč jasněji, tuším, než jakákoli chvalořeč vytkne jeho význam, vytkne vymoženosti jím do astronomie uvedené výklad, jehož každá část vzata jest z díla samého, a jenž má tudíž účel, podati jakýsi přehled předmětu jeho.

Dle Keplerových zákonů pohybují se oběžnice kolem slunce v elipsách a jest mimo to pohyb jejich podroben určitým, všeobecně známým podmínkám, jež *Newton* z jediného zdroje, ze zákona všeobecné gravitace vyvodil. Ku stanovení dráhy jedné každé oběžnice jest však zapotřebí znáti jisté, jen pro tuto oběžnici platící veličiny, jež *polohu a rozměry dráhy a místo oběžnice v dráze* pro jistý okamžik určují. Volíme-li za základní rovinu dráhu zemskou, t. zv. *ekliptiku*, jest poloha jiné dráhy určena *sklonem roviny její k ekliptice, délkou uzlu vystupujícího*, t. j. úhlem, jež průsečnice obou rovin tvoří s přímkou od středu slunce k bodu jarnímu vedenou, a konečně *odlehlostí perihelia* (rozuměj od uzlu vystupujícího), t. j. úhlem, jež nejkratší průvodič dráhy tvoří s onou průsečnicí; místo tohoto úhlu lze též uvést *délku perihelia* poněkud jinak definovanou. Rozměry dráhy stanoví *velká půlosa* nebo *střední vzdálenost od slunce a výstřed-*

nost. Místo oběžnice v dráze pro určitý čas stanoví se obyčejně z důvodů v praxi založených *střední anomalií*, t. j. místem, kde by oběžnice meškala, kdyby se místo v ellipse pohybovala stejnoměrnou rychlostí v kruhu, jehož poloměr roven velké půlose. K těmto *šesti* veličinám, t. zv. *elementům* oběžnice t. j. její dráhy dlužno v theorii co *sedmý* element připojiti *hmotu* oběžnice (vlastně poměr její k hmotě slunce); leč v praxi potřeba ta obyčejně odpadá, poněvadž jest hmota ta proti hmotě slunce příliš nepatrná.

Z těchto veličin lze snadno pro libovolný čas vypočítati místo na obloze, na němž oběžnici v čas ten spatříme. Vypočítáme totiž příslušnou střední anomálii připočtením *denního středního pohybu*, násobeného časem, uplynuvším od *epochy*, t. j. doby, pro kterou střední anomálie v soustavě elementů uvedena jest; z této vypočítáme dosti snadno *průvodiče*, t. j. vzdálenost oběžnice od slunce a *pravou anomálii* t. j. úhel, jež tento průvodič tvoří s přímkou od středu slunce k periheliu vedenou; z těchto veličin pomocí tří nejprve uvedených elementů polohu oběžnice vzhledem k slunci v prostoru, t. zv. *heliocentrické* souřadnice, na př. tři pravouhelné souřadnice vzhledem k ekliptice. Odečtením současných souřadnic země zjednáme si obdobné souřadnice *geocentrické* a z těchto konečně místo na obloze a vzdálenost od země. Místo na obloze stanoví se buď *šířkou a délkou*, t. j. úhlem, jež tvoří přímka od středu země k oběžnici vedená se svým průmětem na ekliptiku, a úhlem, jež tento průmět tvoří se základní přímkou v ekliptice k bodu jarnímu vedenou; aneb *deklinací a rektascensí*, t. j. podobnými úhly, vzatými však vzhledem k *rovníku* co základní rovině. První způsob stanovení místa na obloze jest poněkud pohodlnější při počítání, druhý však jedině možný při pozorování.

Z toho co posud uvedeno, jest patrné, že nepodlehá určení polohy oběžnice ze známých elementů žádným obtížím; tím nesnadnější jest však opačná úloha, určití ze známých několika poloh oběžnice její dráhu, totiž vypočítati příslušné elementy. Geocentrické souřadnice jsou tak složité úkony elementů, že přímé řešení, potřebné k určení všech elementů soustavy šesti rovnic, jest naprosto nemožné. Vzdor tomu bylo by nepřímé řešení *obrácením* postupu při vypočítávání geocentrického místa

upotřebeného dosti snadné, kdybychom mimo místa na obloze znali též příslušné vzdálenosti oběžnice od země. V tom právě vězí největší obtíž určení elementů z pozorování, že nám lze přímo pozorovati jen rektascensi a deklinaci, že nám však o vzdálenosti oběžnice od země nic známo není. Místo dvou pozorování, z nichž by nám každé poskytlo tři souřadnice, potřebujeme tudíž k sestavení nutných šesti rovnic tři pozorování rektascense a deklinace, aneb všeobecněji šest pozorování veličin úhlových; tím však stává se úloha, určití elementy pozorované oběžnice, jedním z nejobtížnějších problemů matematiky. Vzdor tomu jest to problem, který se musí při poněkud jen rozsáhlejším obrátání se s úkazy planetárního pohybu ihned vyskytnouti. Všim právem diví se tudíž *Gauss* v předmluvě k svému spisu, že žádný z vynikajících matematiků před ním si nepoložil tu všeobecnou úlohu: „*určiti dráhu oběžnice bez všelikého hypotetického podkladu a z pozorování v krátkém čase po sobě učiněných.*“ Zároveň poukázal však *Gauss* i ku přičinám, které úkaz ten alespoň částečně vysvětlují, a jež lze vesměs zahrnouti v jedinou, že se totiž neukázala toho praktická potřeba úlohu onu pojmouti v plné její všeobecnosti. Dráhy oběžnic od starodávna známých byly tisíciletým pozorováním již tak určeny (na př. velká půlosa z doby oběhu), že bylo zapotřebí pouze nepatrných změn a přispůsobení k novějším pojmům, aby se jejich elementy se vší možnou přesností sestaviti mohly. Co se pak Urana r. 1781 Herschelem objeveného týče, tu počítaly se první elementy na základě hypotese, že dráha jest kružnicí, a šťastnou náhodou se hypotese ta od skutečnosti velmi málo líšila, tak že opět dostačily nepatrné změny, zavedením malé výstřednosti způsobené, by soustava elementů správně na jevo přišla.

Největší obtíž působilo astronomům stanovení dráhy komet, jichž největší část náhle se objevivši po krátké době opět a to snad na vždy zmizela. Ale i zde poskytlo se počtářům zjednodušení počtu tou okolností, že dráha většiny komet tak velkou má výstřednost, že lze malou část její, kterouž pozorováním přehlízíme, ať již jest kuželosečkou jakoukoli, velmi přibližně považovati za parabolou; tím však jest již jeden element určený (výstřednost = 1) a úloha opět zjednodušena. Pro onen malý počet komet konečně, které rozhodně v ellipsách se pohybují,

nezbývalo než vyčkati jednu plnou dobu oběhu, z ní si přibližně vypočítati velkou půlosu a na to pracným způsobem, jenž neřídě se všeobecnými methodami, závisel na větší neb menší zručnosti a dovednosti počtáře, přibližovati se dráze skutečné. Kterak se však zachovati, když se těleso nebeské po krátkou dobu pozorované pro jakoukoliv příčinu nemůže déle pozorovati a žádná z hypothesí dříve upotřebených nevyhovuje skutečným pozorováním?

Tu nastává nutnost, úlohu *Gaussem* vyslovenou řešiti zcela všeobecně. Případ takový nastal skutečně za doby Gaussovy a této šťastné okolnosti děkujeme za jeden z největších pokroků ve studii planetárních pohybů. Právě sám *Gauss* v předmluvě k svému dílu: „Připadl jsem na myšlenky některé, jež se zdály přispívati k řešení velkého problému mnou naznačeného, v měsíci září r. 1801, jsa tehdy zaměstnán prací zcela jiného druhu. Nežřídka necháváme v takovém případě, bychom se od zajímavého badání příliš nevzdálili, zanedbanou myšlének souvislost zajíti, jež by při pozornějším prozkoumání bohaté ovoce nésti mohla. Snad by též oněm myšlenkám stejný osud byl hrozil, kdyby byly nepřipadly velmi vhodným způsobem právě v dobu, mimo kterou se žádná jiná nemohla šťastněji voliti k jejich zachování a pěstování. Neboť v tutěz asi dobu byly věsti o nové oběžnici 1. ledna téhož roku na hvězdárně v Palermu objevené v ústech všech, a brzo dostala se pozorování proslulým astronomem *Piazzim* od oné doby až do 11. února vykonaná ku všeobecné vědomosti. Nikdy v skutku nespatriili jsme v dějinách astronomie příležitost takové váhy, aniž bychom vážnějši si vymysleti mohli, by se na ní důležitost onoho problému co nejzjevněji okazala, jako právě nyní v době nalehavé nutnosti, když jediná naděje, atom planetární po uplynutí celého téměř roku na obloze mezi nescetnými malými hvězdami opětně naléztí, závisela úplně na dosti přibližné známosti dráhy, sestojené na základě onoho malého počtu pozorování. Zdaž jsem mohl kdy vhodnějši zkusiti, mají-li ony myšlenky mé nějakou cenu praktickou, než nyní kdybych jich upotřebil k určení dráhy oběžnice Ceres, kterážto za oněch 41 dní pouze oblouk tří stupňů vzhledem ke středu země proběhla a po uplynutí roku v části oblohy velmi daleko odtud vzdálené hledána býti mohla? První upotře-

bení této metody provedeno v říjnu 1801, a první jasná noc, v které oběžnice dle čísel počtem obdržených hledána byla, vrátila uprchlou pozorovatelům.“ (7. prosince 1801 Ceres opět objevena jest Zachem.) „Tři jiné oběžnice od onoho času nově objevené poskytly novou příležitost, výdatnost a všeobecnost metody té zkoušeti a potvrditi.“

K tomu budiž ještě podotknuto, že též *Olbers a Burckhardt* se pokoušeli o stanovení dráhy nové oběžnice, volíce pro tvar její kružnici, jako při Uranu; tehdy se však, pro velkou výstřednost dráhy, toto první přiblížení nesetkalo s úspěchem, tak že před uveřejněním Gaussových výpočtů všechny pokusy, oběžnici opět naléztí zůstaly marny.

Spis Gaussův rozpadá se ve dvě knihy. V první knize vyhledává *Gauss* ve čtyřech oddílech vztahy různých veličin, týkající se jednoho místa v dráze, vztahy týkající se jednoho místa v prostoru, vztahy mezi několika místy v dráze a konečně vztahy mezi několika místy v prostoru. Jest to jaksi soustavně postupující řešení úlohy, vypočítati ze známých elementů místo oběžnice, při čemž musel ovšem *Gauss* opětovati mnohé věci již známé. Vzdor tomu setkáváme se ve všech oddílech s novými relacemi *Gaussem* objevenými a na tvar velmi elegantní uvedenými, zejména pak přihlíží ke všem případům, v nichž vedou obyčejné metody k pochybným výsledkům, udáváje pro případy takové metody nové. Sem náleží na př. vypočítání pravé anomálie ze střední v tom případě, kdy se výstřednost od 1 velmi málo liší. Zároveň upravuje si *Gauss* sestavením takovýchto vztahů půdu k řešení hlavní úlohy již shora položené, ku které přikročuje v knize druhé.

Vzhledem k této úloze lze ukázati, že není sice možná, soustavu šesti rovnic o šesti neznámých uvéstí na jednu rovnici o jedné neznámé; ovšem ale můžeme všechny neznámé vyjádřiti pomocí dvou jiných neznámých, pro které můžeme dvě rovnice naléztí. Přes to byla by však úloha, řešiti složité tyto rovnice o dvou neznámých, nad míru obtížná i spočívá těžiště Gaussovy metody v tom, že zvolil za ony základní dvě neznámé, na něž všechny ostatní uvéstí můžeme, veličiny takové, pro které se vyskytují z povahy problému samého hodnoty přibližné, jež se od pravých hodnot jejich liší o velmi malé veličiny, není-li jen

čas mezi prvním a druhým z volených tří pozorování příliš dlouhý, což se však již ve vyslovení všeobecné úlohy předpokládá a ve věci samé založeno jest.

Zároveň jest další postup výpočtu velmi duchaplným způsobem upraven tak, že nemusíme vypočítati na základě oněch prvních přibližných hodnot celou soustavu elementů, jež by se od pravé soustavy ještě značně líšily, nýbrž celý počet vede se jen až k oněm neznámým veličinám, t. j. k jistým činitelům, jimiž lze první přibližné hodnoty neznámých násobiti a takto si zjednati nové, pravým mnohem bližší hodnoty. Těmito opakuje se počet a tento postup stálého sblížování opětuje se tolikrát, až se hodnota neznámých více nemění, což se nezřídka již při druhé hypotese, velmi často při třetí vyskytuje. Na to vypočítají se teprv z pravých hodnot základních neznámých elementy způsobem velmi jednoduchým.

Jelikož se část výpočtů při této metodě musí opětovat, sestavil Gauss všechny počty, jež se mohou jednou pro vždy odbýti, a upravil celou metodu tak, aby zbylo co nejméně takových počtů, jež nutno při každé hypotese opětovat.

Jestliže jest metoda *Gaussova* ve své všeobecnosti sossnována způsobem na nejvýš duchaplným, tož neméně obdivu zasluhuje bystrý zrak, jemuž při každé fasi celého počtu neušel jediný případ, ve kterém metoda všeobecná ztrácí praktickou cenu. Pro tyto případy *Gauss* buď vytknul ony změny, jimž se všeobecná metoda podrobiti musí, by opět platnosti nabyla, buď ukázal, že pak volba pozorování jest nevhodná, to jest, že z pozorování takto volených vůbec není možno jakoukoli methodou dráhu oběžnice určit. Zejmena věnoval celý oddíl tomu důležitému případu, kdy naklonění k ekliptice jest velmi malé, kterýž případ vyžaduje známost čtyř pozorování, z nichž dvě nemusí ovšem býti úplná.

Nedosti na těchto methodách, nutných tehdy, kdy dráha oběžnice je naprosto neznámá; neméně než deset method (vedle metody hlavní, které se může i tehdy upotřebiti) uvádí pro ten případ, že přibližné hodnoty elementů již jsou odjinud známy. Budiž konečně jediným slovem poukázáno ku klassické přesnosti, s jakou upotřebení své metody pojistil proti možným chybám,

jimž každý počet podroben jest, připojiv ku každé fasi výpočtu rovnice, jimiž lze celý předcházející počet kontrolovati.

Počítáme-li dle elementů ze tří (neb čtyř) pozorování dobytých místa pro jiný čas, tož nebudou místa ta s pozorováním souhlasiti, poněvadž jak volená tak i ostatní pozorování nutně jsou poněkud chybná. Máme-li tedy celou řadu pozorování, tož nevyhoví jim nejlépe soustava elementů z jakýchkoli tří pozorování vyvozená, nýbrž bude zapotřebí, určiti takovou kuželosečku, kterážby *neprocházejíc* přesně *žádným* z pozorovaných míst, *ke všem co nejtěsněji přiléhala*.

I tuto úlohu, určiti pro daný počet pozorovaných míst *kuželosečku pravdě nejpodobnější*, rozřešil *Gauss*, ukázav (v třetím oddílu druhé knihy), kterak lze elementy ze tří pozorování vyvozené *methodou nejmenších čtverců* popraviti tak, aby onu kuželosečku stanovily. Poněvadž o zmíněné metodě s důstatek již bylo pověděno, dostačí poukázati k tomuto jejímu upotřebení.

V posledním oddílu zmiňuje se konečně *Gauss* stručně o perturbacích, t. změnách způsobených v dráze následkem působení ostatních oběžnic na oběžnici, jejíž dráhu vyšetřujeme.

Pro stručnost mluvil jsem zde vždy o oběžnicích, míně tím nejen oběžnice v užším smyslu, které v elipsách mírné výstřednosti okolo slunce kolotají, nýbrž i komety, jež buď v elipsách velké výstřednosti nebo v parabolách, snad i v hyperbolách se pohybují. Methody Gaussovy lze na všechny kuželosečky se stejným prospěchem upotřebiti. Budiž zde na doklad velké ceny Gaussovy metody a jeho zručnosti počtářské připomenuto, že *Euler* počítal dráhu komety z r. 1769 *po tři dny* tak usilovně, že následkem toho oslepnul, kdežto *Gauss* týž počet provedl svou methodou za *jednu hodinu*.

Od oné doby, kdy ponejprv upotřebeno myšlének ve spisu „*Theoria motus*“ vyložených, uplynulo přes 70 let a více než dvojnásobný počet těles nebeských ohlásil své příslušenství pod právomocnost slunce; každým téměř měsícem hlásí se ještě noví členové soustavy sluneční. Nejmenší stopy nezanechávají za sebou tito neunavní poutníci světoví; a přece můžeme, jsouce ozbrojeni mocným tím od Gausse sestaveným nástrojem, každé jejich hnutí stopovati s jistotou téměř absolutní. I lze o Gaussově díle říci totéž, co on sám pronesl o díle Newtonově:

„A tak připravila soustava všeobecné gravitace analýsi nové a to nejskvělejší triumfy; neboť komety, které až po ten den vždy neskráceny zůstaly, aneb i když se podmaněny býti zdály, brzo opět povstaly a se vzbouřily, daly si uzdu přiložiti a z nepřátel se proměnivše v přátele, pouf svou sledovaly po dráhách počtem vytčených, jako oběžnice poslušně se podrobivše týmže věčným zákonům.“

Vedlé těchto theoretických bádání plnil Gauss svědomitě své povinnosti co ředitel hvězdárny, za jakého byl r. 1807 do Gottink povolán; Zachova „Monatliche Correspondenz“, zejména však celá řada ročníků Schumacherových „Astronomische Nachrichten“ obsahuje od něho množství oněch pozorování a podobných prací, jež se z pravidla na hvězdárnách pěstují. Také neustal ve výpočtech svých týkajících se malých planet, zejména obíral se rád dráhou oběžnice *Pallas*, tak že mu byl za práci této oběžnice se týkající r. 1810 přirčen institutem francouzským (Institut de France) zlatý pamětný peníz, založený Lalandem, za nejlepší astronomickou práci nebo pozorování nejzajímavější.

Po tolika výtečných pracích nemůžeme leč s největším úžasem pohlížeti na objemný ten svazek, jež obsahuje řadu pojednání různého obsahu, z nichž každé by stačilo k proslavení jednoho jmena. Zbývá nám ještě stručný přehled těchto prací, k němuž nyní přistupujeme.

VI.

O Gaussových pracích fysikálních.

„Das Jahr 1832 bezeichnet die grosse Epoche, in welcher der tiefstnige Gründer einer allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus, Friedrich Gauss, auf der Göttinger Sternwarte die nach neuen Principien konstruirten Apparate aufstellte.“

Humboldt.

Začátek Gaussova bádání v oboru fysiky připadá do r. 1831, v týž čas kdy *Weber* byl povolán do Gottink. Nejprv obrátil se *Gauss* společně s *Weberem* k studii úkazů magnetických a elektromagnetických. Ovoce společného badání bylo v prak-