Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 4 (1875), No. 6, 284--286

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123668

Úlohy.

I. Z mathematiky.

Řešení úlohy 52.

zaslali ještě: *V. Králíček*, žák VIII. tř. č. gymn. v Č. Budějovicích, *L. Sach*, posl. filosofie v Praze.

Řešení úlohy 53.

(Podal *Fr. Šafránek*, žák VIII. tř. r. g. v Táboře.)

Značí-li x první člen řady arithmetické, jest tu

$$x\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x+3\right)=113\cdot75\,,$$

z čehož se obdrží, položíme-li

$$x=y-\frac{3}{2}\,,$$

rovnice stupně třetího bez druhé mocniny

$$y^3-2\cdot25y-113\cdot75=0,$$

jejíž reálný kořen $y=5$ poskytuje hodnotu pro x, totiž

$$x=3\cdot5.$$

(Tutéž úlohu správně řešil: *L. Sach*, *Peroutka*, technik, *A. Hanzlovský*, abiturient, *Fr. Chmelík*, žák VII. tř. r. g. na M. Straně, *J. Bayer*, žák VI. tř. v. r. škol v Praze, *J. Pytlík*, ve Vodňanech.)

Řešení úlohy 54.

(Podal *A. Hanzlovský*.)

Obvod trojúhelníku měří 24'.

(Tutéž úlohu správně řešil: *Fr. Šafránek*, *L. Sach*, *Fr. Chmelík*, *Fr. Štěpánek*, žák VI. tř. r. g. na M. Straně.)

Řešení úlohy 58.

zaslal ještě: *H. Švarcer*, žák VI. tř. r. g. v Plzni, *J. Čečka*, žák VII. tř. č. g. v Č. Budějovicích, *St. Kamenský*, žák VII. tř. r. g. v Táboře, *J. Šmaha*, žák VIII. tř. real. gymn. v Chrudimi, *J. Vorel*, žák VII. tř. tamtéž, *K. Havelka*, tamtéž.

II. Z fysiky.

Řešení cenné úlohy 51.

(Od prof. *V. Baudyse* v Písku.)

Budiž ABC *) průřez kapky rovinou svisnou okem a paprskem slunečním položenou a SA jeden paprsek sluneční dopadající v úhlu α na kapku v bodu A. Paprslek nějaké barvy zláme se tu a budiž AB jeho dráha uvnitř kapky a úhel β úhlem lomu jeho, takže bude

$$\sin\alpha = n \sin\beta, \tag{1}$$

když jest n udavatelem lomu této barvy.

V bodu B odrazí se část paprsku opět v úhlu β, v kterém dopadl a přijde do c, kde zase část jeho vychází z kapky, lámajíc se od kolmice opět v úhlu α tak že dolní polovina výkresu jest úplně symetrická s horní polovinou.

Pro každé α dá se vypočísti nebo sestrojiti úhel β, ale jenom některé vyšedše z kapky budou s některými jinými rovnoběžné, tvoříce soujem těch paprsků, které značnější dojem v oku spůsobiti mohou a tudíž se nazývají *účinnými*, kdežto jiné příliš se rozptylují a nepůsobí dojmu. To abychom seznali, učiňme následující úvahu.

Má-li ještě jiný a to sousední paprslek $S'A'$, který dopadá v úhlu α' a pro nějž bude platiti rovnice

$$\sin\alpha' = n \sin\beta', \tag{2}$$

po dvojnásobném lomu a jednom odrazu vycházeti rovnoběžně s předešlým, musí pro shora zmíněnou symetričnost odrážeti se v bodu B, jako předešlý. Jak z výkresu patrno, jest

$$\sphericalangle AOA' = \alpha - \alpha', \; ABA' = \beta - \beta' \text{ a } \sphericalangle AOA' = 2ABA',$$

z čehož jde

$$\alpha - \alpha' = 2(\beta - \beta'). \tag{3}$$

*) Příslušný výkres si každý snadno sestrojí.

Z rovnice (1) a (2) obdržíme odečtením

$$\sin\alpha - \sin\alpha' = n(\sin\beta - \sin\beta')$$

a dosadíme-li za rozdíly sinusů příslušné součiny,

$$\cos{}^1/_2(\alpha+\alpha')\sin{}^1/_2(\alpha-\alpha') = n\cos{}^1/_2(\beta+\beta')\sin{}^1/_2(\beta-\beta');$$

dosadíme-li z rovnice (3) místo

$$^1/_2(\alpha-\alpha') = \beta-\beta' = 2\frac{\beta-\beta'}{2},$$

bude

$$2\cos{}^1/_2(\alpha+\alpha')\cos{}^1/_2(\beta-\beta')\sin{}^1/_2(\beta-\beta') = n\cos{}^1/_2(\beta+\beta')\sin{}^1/_2(\beta-\beta')$$

nebo

$$2\cos{}^1/_2(\alpha+\alpha')\cos{}^1/_2(\beta-\beta') = n\cos{}^1/_2(\beta+\beta')\ \ldots \qquad (4)$$

Abychom vyšetřili úhel α pro paprsky účinné, mysleme si, že jsou SA, $S'A'$ takové dva paprsky, pro které rovnice (3) ještě platí, které si můžeme mysliti tak blízko sobě, jak chceme, a nechme konečně body A a A' splynouti v jediný; postavme tedy $\alpha = \alpha'$, $\beta = \beta'$,
kterýmiž hodnotami se rovnice (4) změní v

$$2\cos\alpha = n\cos\beta, \qquad (5)$$

nebo

$$4\cos^2\alpha = n^2\cos^2\beta,$$

z čehož jde, použijeme-li rovnice (1),

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}\ \ldots\ {}^{*)} \qquad (6)$$

Řešení úlohy 53.

(Od *Jos. Bláhy,* žáka VII. tř. gymn. v Písku.)

Hledaná poloha pod povrchem leží $3{\cdot}926^{cm}$ hluboko.

(Tutéž úlohu řešil způsobem zcela jiným též prof. *Frant. Hromádko.)*

*) Co se tkne dalšího výkladu, o tom netřeba se šířiti, jelikož ve všech dobrých spisech fysikálních, zejména v známých u nás *Kunckových* jest zcela jasně podán. Pozn. redakce.