

František Vyčichlo

Lineární přímkový komplex jako trojrozměrná varieta

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 6, 199--200

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123652>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1935

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Alors les équations des lignes géodésiques sont

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \frac{1}{\varrho^2}}{\partial x''_i} = g_{ik} x''_k + \left[\begin{matrix} mn \\ i \end{matrix} \right] x'_m x'_n = 0 \quad (i = 1, 2). \quad (2)$$

En remplaçant dans l'équation (1) x''_i par leurs valeurs tirées des équations des lignes géodésiques, on obtient

$$\frac{1}{\varrho_n} = b_{ik} x'_i x'_k.$$

Avec les trois fonctions T^2 , $\frac{1}{\varrho^2}$, $\frac{1}{\varrho_n}$ nous trouvons: 1. les lignes géodésiques (2); 2. la courbure normale

$$\frac{\cos \Theta}{\varrho} = \frac{1}{\varrho_n} = b_{ik} x'_i x'_k; \quad (3)$$

3. la torsion géodésique

$$\frac{1}{\tau} \frac{d\Theta}{ds} = \frac{1}{4g} \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial \frac{1}{\varrho^2}}{\partial x'_1} & \frac{\partial T^2}{\partial x'_1} \\ \frac{\partial \frac{1}{\varrho^2}}{\partial x'_2} & \frac{\partial T^2}{\partial x'_2} \end{array} \right|, \text{ où } g = \sqrt{g_{11}g_{22} - g_{12}^2}; \quad (4)$$

4. la courbure géodésique

$$\frac{\sin \Theta}{\varrho} = \frac{1}{4g} \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial T^2}{\partial x'_1} & \frac{\partial \frac{1}{\varrho^2}}{\partial x''_1} \\ \frac{\partial T^2}{\partial x'_2} & \frac{\partial \frac{1}{\varrho^2}}{\partial x''_2} \end{array} \right|. \quad (5)$$

Les formules (3), (4), (5) servent pour le calcul des éléments fondamentaux Θ , $\frac{1}{\varrho}$, $\frac{1}{\tau}$ de la courbe considérée.

Lineární přímkový komplex jako trojrozměrná varieta.

F. Vychlo, Praha.

V přednášce byly ukázány předně výsledky studia přímkového prostoru jako čtyřrozměrné variety druhého stupně V_4 .

V takové varietě lze zavést vhodně metriku volbou funda-

mentálního tensoru $g_{\lambda\mu}$. Tento tensor má volnou skalární, multiplikativní funkci parametrů, takže lze jej transformovati konformně.

Studium přímkového prostoru převádí se tak na studium známého prostoru Riemannova.

Pro kovariantní derivaci platí tedy:

$$\nabla_{\mu} v^{\nu} = \frac{\partial v^{\nu}}{\partial x^{\mu}} + \Gamma^{\nu}_{\lambda\mu} v^{\lambda}$$

$$\nabla_{\mu} v_{\nu} = \frac{\partial v_{\nu}}{\partial x_{\mu}} - \Gamma^{\lambda}_{\nu\mu} v_{\lambda},$$

kde $\Gamma^{\nu}_{\lambda\mu} = \left\{ \begin{smallmatrix} \lambda\mu \\ \nu \end{smallmatrix} \right\}$ jsou Christoffelovy symboly:

$$\left\{ \begin{smallmatrix} \lambda\mu \\ \nu \end{smallmatrix} \right\} = \frac{1}{2} g^{\nu\alpha} \left[\frac{\partial g_{\lambda\alpha}}{\partial x^{\mu}} + \frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^{\lambda}} - \frac{\partial g_{\lambda\mu}}{\partial x^{\alpha}} \right].$$

Pro afinor křivosti:

$$K_{\omega\mu\lambda}^{\dots\nu} = \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \left\{ \begin{smallmatrix} \lambda\omega \\ \nu \end{smallmatrix} \right\} - \frac{\partial}{\partial x^{\omega}} \left\{ \begin{smallmatrix} \lambda\mu \\ \nu \end{smallmatrix} \right\} - \left\{ \begin{smallmatrix} \kappa\omega \\ \nu \end{smallmatrix} \right\} \left\{ \begin{smallmatrix} \lambda\mu \\ \kappa \end{smallmatrix} \right\} + \left\{ \begin{smallmatrix} \lambda\omega \\ \kappa \end{smallmatrix} \right\} \left\{ \begin{smallmatrix} \kappa\mu \\ \nu \end{smallmatrix} \right\},$$

při vhodné konformní transformaci fundamentálního tensoru dostaneme:

$$K_{\omega\mu\lambda}^{\dots\nu} = 0.$$

Odtud vyplývá:

Přímkový prostor je čtyřrozměrná varieta konformně euklidická.

V druhé části přednášky byly uvedeny výsledky úvah o obecném lineárním komplexu přímkovém v zmíněné interpretaci.

Kvadratická trojrozměrná varieta V_3 našeho prostoru V_4 , která představuje lineární přímkový komplex, má afinor křivosti v zajímavém vztahu k parametru komplexu:

„Střední absolutní křivost“ variety V_3 je rovna čtvrtci reciproké hodnoty parametru komplexu, který je varietou interpretován.

Konečně přednášející ukázal, že varieta V_2 není nikdy ve V_4 geodetickou.

Si nous interprétons l'espace de droites d'après Klein comme une variété à quatre dimensions (V_4) dans l'espace ambiant cinq fois étendu, nous pouvons démontrer les théorèmes:

1. On peut regarder la variété V_4 comme une variété douée de la connexion de Riemann, qui est conforme euclidienne.

2. Le complexe linéaire, non spécial, nous apparaît comme une variété à trois dimensions qui a la courbure moyenne absolue constante et égale au carré de la valeur réciproque du paramètre du complexe pris en considération.