

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Gustav Gruss

Poznámka k teorii dělitelnosti

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 33 (1904), No. 2, 122--124

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123302>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1904

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Abychom odvodili u' z s' jakož i souvislost obou parabol, sestrojme jejich společnou tečnu g kolmou ku $A'B'$.

Tečnu tu sestrojíme jakožto tečnu ku s' na základě věty Brianchonovy na př. tím, že protneme kolmici v 1 ku $A'B'$ vztýčenou přímkou $S'C_0$ v bodě 2, jímž vedeme rovnoběžku ku C_0B' až protne $F'1$ v bodě G ; bod tento leží již na tečně g . Poněvadž jest $g \perp F'G$, proto náleží bod G přímce řídicí křivky s' a tečně vrcholové křivky u' .

Jest tedy tečna vrcholová obrysu u' zároveň přímkou řídicí křivky s' . Vrchol paraboly u' a ohnisko paraboly s' leží souměrně vzhledem ku přímce $F'1$.

Poznámka k theorii dělitelnosti.

Podává

Gustav Gruss,

professor české university v Praze.

Jsou-li $f(z)$ a $f_1(z)$ dvě celistvé funkce veličiny z a to $f(z)$ stupně n -tého, $f_1(z)$ stupně m -tého ($n > m$), jest

$$(a) \quad \begin{aligned} f(z) &= f_1(z)g_1(z) + f_2(z) \\ f_1(z) &= f_2(z)g_2(z) + f_3(z) \\ &\vdots \\ f_{r-1}(z) &= f_r(z)g_r(z). \end{aligned}$$

Z této soustavy rovnic plyne, že $f(z)$ i $f_1(z)$ jest dělitelno $f_r(z)$, že tedy $f_r(z)$ jest největší společný dělitel dvou funkcí $f(z)$ a $f_1(z)$.

Jsou-li $f(z)$ a $f_1(z)$ *nesoudělné*, t. j. nemaj-li žádného společného dělitele $f_r(z)$, jehož stupeň jest vyšší než nullý, plyne

$$(1) \quad f(z) = f_1(z)g_1(z) + f_2(z), \quad f_2(z) = 1$$

aneb

$$f(z) - 1 = f_1(z)g_1(z).$$

Dosadíme-li sem za

$$z = 0.$$

obdržíme

$$f(0) - 1 = f_1(0)g_1(0)$$

čili symbolicky

$$Z\left(\frac{f(0)-1}{f_1(0)}\right) = 0.$$

Je-li funkce $f(x)$ stupně *druhéhoho*, tedy

$$f(x) = x^2 + a_1x + a_0,$$

a $f_1(x)$ funkcí veličiny x stupně *prvního*,

$$f_1(x) = x + b_0,$$

odvodí se snadno dle (1)

$$x^2 + a_1x + a_0 = (x + b_0)[x + (a_1 - b_0)] + a_0 - b_0(a_1 - b_0),$$

tak že

$$\begin{aligned} g_1(x) &= x + (a_1 - b_0) \\ f_2(x) &= a_0 - b_0(a_1 - b_0). \end{aligned}$$

Pro $x = 0$ dostaneme

$$\begin{aligned} f(0) &= a_0 \\ f_1(0) &= b_0 \\ g_1(0) &= a_1 - b_0 \\ f_2(0) &= a_0 - b_0(a_1 - b_0) \end{aligned}$$

a rovnice (1) dává *identitu*

$$a_0 = b_0(a_1 - b_0) + a_0 - b_0(a_1 - b_0).$$

Položíme-li

$$(2) \quad f_2(0) = a_0 - b_0(a_1 - b_0) = 1,$$

jsou a_0 a b_0 *nesoudělná* čísla.

Vzorec (2) lze také psát

$$(2') \quad Z\left(\frac{a_0 - 1}{b_0(a_1 - b_0)}\right) = 0.$$

Ze vzorce toho lze *specialisací* odvoditi *různé* vzorce, jak dva příklady dosvědčují.

α) Položíme-li

$$a_0 = r^{p-1}, \quad b_0 = p,$$

kde p je číslo *kmenné* a *nesoudělné* s r , odvodíme dle (2')

$$Z\left(\frac{r^{p-1} - 1}{p(a_1 - p)}\right) = 0.$$

Je-li

$$a_1 - p = 1,$$

bude

$$Z\left(\frac{r^{p-1} - 1}{p}\right) = 0,$$

což jest vzorec *Fermatův* v úpravě Euler-Gaussově.

β) Volíme-li

$$a_0 = r^k, \quad b_0 = n!, \quad a_1 - n! = 1$$

a r číslo *nesoudělné* s $n!$, pak máme

$$Z\left(\frac{r^k - 1}{n!}\right) = 0$$

a podobně

$$Z\left(\frac{\prod_{k=1}^{n-1} (r^k - 1)}{n!}\right) = 0.*)$$

Znázornění čísel délkami a naopak.

Napsal

Dr. Jan Vilém Pexider v Praze.

(Pokračování.)

3. Každé číslo znázorniti lze určitou délkou.

3. Věta. Číslo znázorniti lze nejvýše jedinou délkou, čili každému číslu odpovídá nejvýše jediný bod na přímce, odpovídá-li mu vůbec.

*j) F. J. Studnička, O determinantech mocninových a sestavných, p. 57.