Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Jiří Archleb

Nová konstrukce normál ellipsy

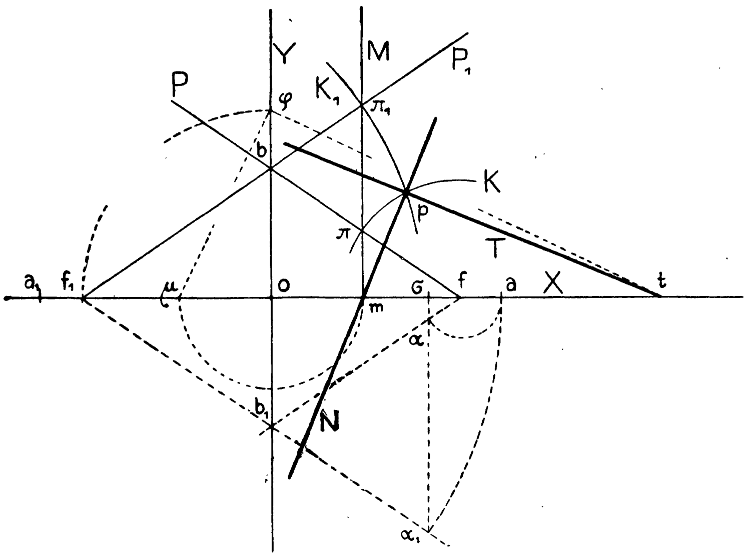
Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 36 (1907), No. 4, 409--411

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123108`

Nová konstrukce normál ellipsy.

Podává **Jiří Archleb**, suppl. učitel v Pardubicích.

V pravoúhlé soustavě XY (viz obraz) máme dány dvě přímky P a P_1, které protínajíce se na ose Y v bodě b, tvoří ramena rovnoramenného trojúhelníka ff_1b, jehož podstava ff_1 leží v ose X. Přímka $M \| Y$ nechť seče tato ramena (příp. jich



prodloužení) v bodech π, π_1. Opíšeme-li z bodů f a f_1 oblouky poloměry $f\pi$, resp. $f_1\pi_1$, protínají se tyto v bodě p, který jest patrně na ellipse, v níž $ob = b$ jest malou poloosou a $of = e$ lineárnou excentricitou. Prokázati to lze i analyticky takto: Rovnice přímek $P \equiv fb$ a $P_1 \equiv f_1b$ jsou

$$y = \mp \frac{b}{e} x + b.$$

Proměnná transversála $M \equiv x - m = o$.

Průsečíky těchto přímek mají pak souřadnice

$$\pi\left(m, \; b - \frac{mb}{e}\right), \quad \pi_1\left(m, \; b + \frac{mb}{e}\right).$$

Čtverce poloměrů kružnic K a K_1, opsaných z bodů $f(e, o)$ a $f_1(-e, o)$, jsou tudíž

$$r^2 = (e - m)^2 + y^2 = (e - m)^2 + \frac{b^2 (e - m)^2}{e^2}$$

$$= (e - m)^2 \frac{b^2 + e^2}{e^2} = \frac{a^2}{e^2} (e - m)^2,$$

kde jsme položili $b^2 + e^2 = a^2$, a

$$r_1^2 = (e + m)^2 + y_1^2 = \frac{a^2}{e^2} (e + m)^2.$$

Jsou tudíž rovnice kružnic

$$\alpha) \quad K \ldots\ldots (x - e)^2 + y^2 = \frac{a^2}{e^2} (e - m)^2,$$

$$\beta) \quad K_1 \ldots\ldots (x + e)^2 + y^2 = \frac{a^2}{e^2} (e + m)^2.$$

Vyloučením proměnného parametru m obdržíme pak rovnici geometrického místa průsečíků těchto kružnic. Odečtením příkl. α) od β):

$$4xe = 4 \frac{a^2}{e^2} \cdot em, \quad \text{to jest} \quad \gamma) \quad m = x \cdot \frac{e^2}{a^2},$$

a dosazením této hodnoty do některé z obou hořeních rovnic, třeba β)

$$x^2 + 2xe + e^2 + y^2 = a^2 + 2 \cdot \frac{a^2}{e^2} ex \cdot \frac{e^2}{a^2} + \frac{a^2}{e^2} \cdot x^2 \cdot \frac{e^4}{a^4},$$

čili

$$\delta) \qquad b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2,$$

tedy rovnici ellipsy, čímž jest tvrzení naše dokázáno.

Z tohoto výsledku lze odvoditi jednoduchou konstrukci normály ellipsy v daném bodě.

Z rovnice normály

$$N \ldots\ldots a^2y_1x - b^2x_1y = (a^2 - b^2)\, x_1y_1$$

plyne nám při $y = 0$ pro úsek na ose X vzorec

$$x_0 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \cdot x_1 = \frac{e^2}{a^2} \cdot x_1.$$

Dosadíme-li pak sem hodnotu $x_1 = \frac{a^2}{e^2} m$, vyplývající z rovnic γ) a δ), poznáváme, že

$$x_0 = m.$$

Resultát tento možno vysloviti takto: *Normála libovolného bodu ellipsy, způsobem naším sestrojeného, prochází patou příslušné transversály M na ose X.*

Odtud plyne též jednoduchá konstrukce normály v bodě, který byl jiným způsobem získán, i konstrukce tečny jako kolmice k normále.

Tato konstrukce normály je zvláště tehdy dobře upotřebitelná, když nemáme dosti místa na opsání kruhu poloměrem $(a + b)$, jak jest třeba ve známé konstrukci (již dokázal příkl. prof. Hromádko v tomto Časopise roč. IV. str. 87.).

Zároveň jest ve způsobu našem obsaženo elementární řešení zajímavého problému, jak z bodu hlavní osy vésti normály k ellipse. Cestou opačnou než nahoře vylíčena, dospějeme pomocí jedné přímky $M \perp X$ a dvou kruhových oblouků k hledanému bodu p.

O určení směru ročního pohybu Země.

Napsal **Ladislav Beneš.**

Směr pohybu Země kol Slunce v kterémkoli bodu její dráhy udává nám tečna v onom bodě ku dráze vedená; průsečík této tečny s oblohou nebeskou stanoví nám tedy bod, k němuž se Země v okamžiku pozorování zdánlivě pohybuje. Bod tento můžeme nazývati apex ročního pohybu Země, podobně jako se nazývá bod, k němuž naše soustava sluneční zdánlivě směřuje, apex pohybu této soustavy; bod o 180^0 od apexu rozdílný se nazývá antiapex.

Kdyby dráha Země byla kruhová, stála by tečna v každém bodě dráhy kolmo ke spojnici středů Země-Slunce, a délka apexu by byla rovna $l'_a = \odot - 90^0$, kdež $\odot$ značí délku Slunce. Ježto dráha zemská jest ellipsa, bude přidáním jisté korrekce k veličině l'_a stanovena skutečná délka apexu l_a. Korrekce tato, jak již předem můžeme souditi, bude malá, ježto dráha zemská jest ellipsa velice se blížící kruhu, čili má malou exentricitu. Nechť tato korrekce se nazývá Ψ, potom jest správná délka apexu

$$l_a = \odot + \Psi - 90^0.$$