

## Úlohy

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 40 (1911), No. 1, 126--128

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123096>

### Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1911

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

- § 22. Začátek zimy.  
 23. Zákryt  $\gamma$  Virginis (vel. 3.) zač 13<sup>h</sup> 30<sup>m</sup> k 14<sup>h</sup> 30<sup>m</sup>. Měsíc vychází 12<sup>h</sup> 28<sup>m</sup>.  
 24. Merkur v největší východní elongaci 19<sup>h</sup> 54'.  
 26. 3<sup>h</sup> Konjunkce Jupitera s Měsícem. Zákryt u nás neviditelný. — J I zač. 18<sup>h</sup> 26<sup>m</sup> 59<sup>s</sup>.  
 27. Min. Algolu 17<sup>h</sup> 59<sup>m</sup>.  
 28. 11<sup>h</sup> Konjunkce Marta s Měsícem. — J III k 15<sup>h</sup> 39<sup>m</sup> 25<sup>s</sup>.  
 ● 31. 23<sup>h</sup> Konjunkce Venuše s Měsícem. N.

## Úlohy.

### Mathematické.

1.

*Řešiti jest rovnici*

$$\cos 3x \cos^3 x + \sin 3x \sin^3 x = a$$

R.

2.

*Řešiti jest rovnici*

$$\cos 5x \cos^5 x + \sin 5x \sin^5 x = a$$

R.

3.

*Vyhledejte kosouhlé trojúhelníky o racionálních stranách, je-li jeden úhel jejich 120° neb 60°. Jak souvisí spolu poměrná čísla stran v obou těchto případech?*

Prof. Jar. Doležal.

4.

*Krychli o hraně a protnouti rovinou v pravidelném šestiúhelníku, jenž jest kolmým řezem přímé plochy hranolové a vypočítsti obsah tělesa společného oběma útvarům.*

Prof. Jan Kroupa.

5.

*Planimetrický důkaz věty, že toliko v rovnoramenném trojúhelníku mají symmetrály dvou úhlů vnitřních rovné délky, jest dosti obtížný. (Viz na př. články p. prof. Ant. Jeřábka v Časopise r. XIII. a XIV, kdež připojen i seznam příslušné*

literatury). *Podějte důkaz na základě výrazu pro délku  $\sigma_a$  symmetrály úhlu vnitřního  $\alpha$ ,*

$$\sigma_a^2 = \frac{bc s (s - a)}{\left(s - \frac{a}{2}\right)^2}.$$

Dr. Marian Haas.

6.

*Zda-li platí věta, že toliko v trojúhelníku rovnoramenném mají symmetrály dvou úhlů vnějších rovné délky?*

R.

7.

*Budtež  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  paty symmetrály vnitřních úhlů trojúhelníku  $ABC$ . Dokážati, že  $\triangle A'B'C'$  může býti rovnoramenným, i když  $\triangle ABC$  rovnoramenným není.*

R.

8.

*Řešiti a sestrojiti trojúhelník, dán-li součet dvou stran  $a + b$ , těžnice  $t_c$  a úhel  $\gamma$ .*

Professor Rudolf Hruša.

9.

*Řešiti a sestrojiti čtyřúhelník, dány-li délky stran a úhel úhlopříčen.*

Professor Rudolf Hruša.

10.

*Do dané paraboly vepište daný trojúhelník.*

Dr. Marian Haas.

11.

*Do paraboly vepište rovnoramenný trojúhelník minimálního obsahu.*

Dr. Marian Haas.

12.

*Paraboly  $P$ ,  $P'$  mají společné ohnisko a osu a též parametr, jich vrcholy pak leží na opačných stranách ohniska; dokažte, že vedeme-li z libovolného bodu  $M$  na parabole  $P$  tečny k parabole  $P'$ , kružnice opsaná trojúhelníku tvořenému oněmi tečnami a polárou bodu  $M$  dotýká se paraboly  $P'$ .*

R.

13.

Dána jest parabola ohniskem a řídicí přímkou. Dokázati, že společné tečny paraboly a kružnice opsané z ohniska polo-  
měrem rovným parametru protínají se na ose v bodě souměrně  
sdruženém s ohniskem dle řídicí přímky a vyšetřiti úhel obou  
tečen.

Prof. Ant. Navrátil.

14.

Dány jsou dvě kružnice o středech  $O$  a  $O'$  a společná  
vnější tečna  $AB$ . Stanovme vnější průsečíky centrály s kruž-  
nicemi  $C$  a  $D$  a určíme dále průsečík  $M$  spojnic  $\overline{CA}$  a  $\overline{DB}$ .  
Dokázati, že úhel  $AMB$  jest pravý a že  $M$  jest na chordále  
obou kružnic. Odvoditi z toho konstrukci vnějších tečen ke  
dvěma kružnicím a vyšetřiti, jak ji třeba modifikovati, aby-  
chom dostali společné vnitřní tečny.

Prof. Ant. Navrátil.

### Z deskriptivní geometrie.

1.

Sestrojte plochu kulovou, jež procházejíc body  $a, b, c$  dělí  
danou plochu kulovou  $K$  v poměru  $u : v$ .

Prof. Jos. Doležal.

2.

Zobrazte plochu kulovou, jež procházejíc body  $a, b, c$  seče  
danou rovinu  $q$  v kružnici o poloměru  $r$ .

Prof. Jar. Doležal.

3.

Zobrazte rotační plochu kuželovou, dána-li její osa  $O$ ,  
jeden bod oblíny  $m$  a tečna ku oblíně  $T'$ ; zobrazte průměty části  
plochy omezené povrchovou kružnicí bodu  $m$ !

Prof. Jar. Doležal.

4.

Zobrazte obecnou plochu kuželovou druhého stupně, dán-li  
její vrchol  $v$ , dvě normály  $N, N'$  a jedna tečna  $T$ .

Prof. Jar. Doležal.

5.

Sestrojiti plochu válcovou, jež prochází danou křivkou  
rovinnou (na př. kružnicí), daným bodem a dotýká se dané  
přímky.

Prof. Jan Kroupa.