František Kadeřávek

Příspěvek k plochám rotačním 2. stupně

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 39 (1910), No. 3, 255--258

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/122996`

označujíce symbolem $[x]$ největší celé číslo v x obsažené. Pak jest

$$f(x) = \sum_{n=1}^{[x]} b_n \tag{37a}$$

Neboť v řadě na pravo jest každý člen, jehož index n jest prvočíslo, roven 1; součet těchto členů dává $F(x)$. Každý člen, jehož index n jest roven m-té mocnině nějakého prvočísla, rovná se $\frac{1}{m}$; součet těch členů dává $\frac{1}{m} F(x^{\frac{1}{m}})$. Členy, jichž indexy nejsou mocniny prvočísel, rovnají se nulle, takže definice (37) a (37a) souhlasí.

Příspěvek k plochám rotačním 2. stupně.

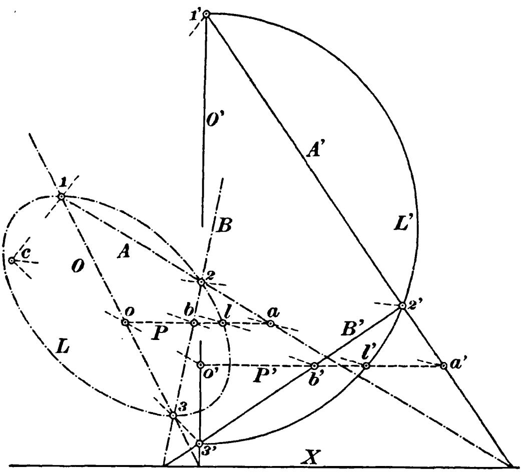
Fr. Kadeřávek, assistent české techniky.

V pojednání „O specielním kvadratickém komplexu tetraedálním" *) ukázal p. vládní rada, prof. V. Jarolímek, analytickým způsobem, že komplex uvažovaný obsahuje nepřímkové plochy druhého stupně, béřeme-li v úvahu též jeho přímky imaginárné a že možno nepřímkové plochy 2. stupně vytvářeti obdobným způsobem přímkami imaginárnými jako plochy sborcené přímkami reálnými. I možno příkladem vytvořiti rotační plochy nepřímkové 2. stupně otáčením jisté dvojiny přímek imaginárných kol reálné osy. K synthetickému důkazu odvodíme si předem následní větu: „Jsou-li dány přímky O' a $A' \perp B'$ (obr. 1.) a vedeme-li přímku $P' \perp O'$, na kterouž naneseme od průsečíku s O' do bodu l' střední geom. úměrnou úseček vytčených na P' přímkami O', A' a O', B', vyplní bod l', posunujeme-li přímku P' rovnoběžně, kružnici trojúhelníku $O'A'B'$ opsanou; O' jest pro ni průměrem.

Označme průsečíky přímky $P' \perp O'$ s přímkami O', A', B s kružnicí L' trojúhelníku $O'A'B' \equiv 1'2'3'$ opsanou písmenami o', a', b' a l'; pak $3'o'b' \sim a'o'1'$, i platí úměra $\overline{3'o'} : \overline{o'b'}$

*) Věstník král. české společnosti náuk v Praze, 1906.

$= \overline{o'a} : \overline{o'1'}$, z níž patrno, že $\overline{o'a'} . \overline{o'b'} = \overline{o'3'} . \overline{o'1'}$; ale o úsečkách $\overline{o'3'}$, $\overline{o'1'}$ víme, že $\overline{o'l'}$ jest jejich střední úměrnou, i jest tedy $\overline{o'l'}$ i stř. geom. úměrnou úseček $\overline{o'a'}$ a $\overline{o'b'}$.

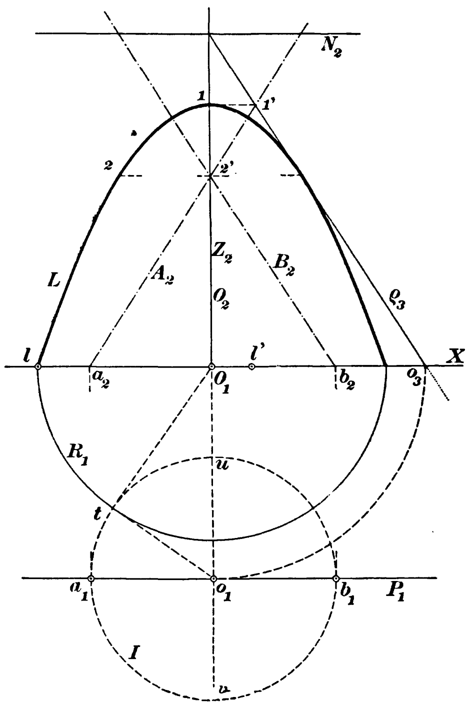


Obr. 1.

Veďme přímku $X \perp O'$ a považujme X za osu kolineace, jejíž střed c si zvolme kdekoliyěk. Zavedenou kolineací přecházejí přímky O', A', B' do přímek O, A, B; přímka $P' \parallel X$ do přímky $P \parallel X$ a i zde platí, že $\overline{ob} . \overline{oa} \parallel \overline{ol}^2$, kdež o, a, b a l značí průsečíky přímky P s přímkami O, A, B a kuželosečkou L, do níž přešla užitou kolineací kružnice L'. Z toho vidno, že jsou-li dány přímky O, A, B a X, pak geom. místem bodu l hovícího podmínce $oa . ob = \overline{ol}^2$, kdež o, a, b jsou průsečíky libovolné přímky $P \parallel X$ s přímkami O, A a B jest kuželosečka, jdoucí průsečíky těchto přímek a mající O průměrem. Jest ellipsou neb hyperbolou dle toho, leží-li body (OA) a (OB) po různých či na téže straně bodu (OQ), kdež přímka Q vedena bodem (AB) rovnoběžně s X. Parabolou jest kuželosečka vyšetřovaná, je-li $O \parallel A$ neb $O \parallel B$.

Nyní přistupme k vytčené úloze, t. j. hledejme v nárysně ν (obr. 2.) meridián rotačního tělesa vytvářeného otáčením dvojiny přímek daných v rovině $\varrho \parallel X$ tak, že jejich ideální nárysy

$A_2 B_2$ jsou souměrny k ose Z, jíž zvolme za osu otáčení O. Kružnice R, v níž půdorysna π seče danou plochu, jest dána středem $O_1 \equiv (O\pi)$ a dvojinou imag. bodů ideálně zobrazených stopami a, b přímek A, B. Konstrukce kružnice R z těchto dat jest známa; třeba jen nad $\overline{ab}$ co průměrem opsati kružnici I a z bodu O_1 opsati žádanou kružnici R tak, aby I kolmo protínala, což se stane pomocí tečny $\overline{O_1 t}$ kružnice I. Označme prů-



Obr. 2.

sečík kružnice R s osou X písmenou l; pak $\overline{O_1 l}^2 = \overline{O_1 t}^2 = \overline{O_1 u} \cdot \overline{O_1 v}$; ale $\overline{O_1 u} = \overline{o_3 b_2}$; $\overline{O_1 v} = \overline{o_3 a_2}$, učiníme-li $\overline{o_3 l'} = \overline{O_1 l}$, pak $\overline{o_3 l'}^2 = \overline{o_3 a_2} \cdot \overline{o_3 b_2}$. Z toho však vzhledem k přímkám A_2, B_2 a ϱ_3 a k právě odvozené větě plyne, že pro veškery polohy průmětny π (stále kolmé k ose O) vyplní body l' kuželosečku L', pro niž jest ϱ_3 průměrem. [V obr. 2. nekreslena.]

Geom. místo bodu l jest však k L' affinní, o_3 a O_1 jsou sdružené body a N, nárysná stopa roviny ϱ, jest příslušná osa affinity. I patrno z toho, že hledaný meridián L vyplněný body l jest kuželosečka o ose O a hledaná rotační plocha nepřímkovou plochou 2. stupně.

Tvar křivky meridiánové závisí pouze od trojúhelníka $1'2'3'$, jehož strany jsou přímky A_2, B_2, ϱ_3. (V obr. 2. bod $3'$ je úběžný, ježto $B_2 \parallel \varrho_3$.) Úhel sevřený přímkami $A_2 B_2$ buď roven 2α a odchylka osy O od roviny ϱ, jevící se v úhlu přímek $B_2 \varrho_3$, buď rovna β. Z obr. 2. patrno, že pro $\alpha > \beta$ vytváří se rotač. ellipsoid. Týž přechází v kouli, hoví-li úhly α a β rovnici

$$tg\,\alpha = \frac{2}{sin\,2\beta}, \tag{1}$$

neboť pak body $1, 2, 3$ sdružené k $1'2'3'$ v prve uvažované affinitě leží na kružnici. Je-li β menší než kořen β_0 rovnice (1) — pro dané α — vytváří se ellipsoid vejčitý, pro $\beta > \beta_0$ ellipsoid sploštělý.

Je-li konečně $\alpha < \beta$, vytváří se uvažovanou rotací dvojdílný hyperboloid a pro $\alpha = \beta$ paraboloid, kterýž případ v obr. 2. nakreslen.

Úvod do vektorové analyse.

Napsal řed. **Ant. Libický.**

(Pokračování.)

Reciprokální soustava vektorů. Soustava vektorů $\mathbf{a}^{-1}$, $\mathbf{b}^{-1}$, $\mathbf{c}^{-1}$, daných vzorci (163ª), slove *soustavou reciprokální* ku $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$. Sluší připomenouti, že vektory $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ nesmí býti konplanární; kdyby totiž vektory ty byly konplanární, rovnal by se společný jmenovatel zlomků na pravé straně vzorců (163ª) nulle, ježto hodnota skalárního součinu tří konplanárních vektorů jest nulla.

O soustavě vektorů $\mathbf{a}^{-1}$, $\mathbf{b}^{-1}$, $\mathbf{c}^{-1}$, reciprokálních k vektorům $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$, lze dokázati tyto věty: